

1. 請簡明扼要地闡述你如何抽取模型的輸入特徵 (feature)

答：(1) 取連續 9 小時的 **PM2.5**

$\text{train\_x} = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9]$

(2) 取連續 9 小時的 **PM2.5** 做一維以及二維的 feature

$\text{train\_x} = [x_1, x_1^2, x_2, x_2^2, x_3, x_3^2, \dots, x_9, x_9^2]$

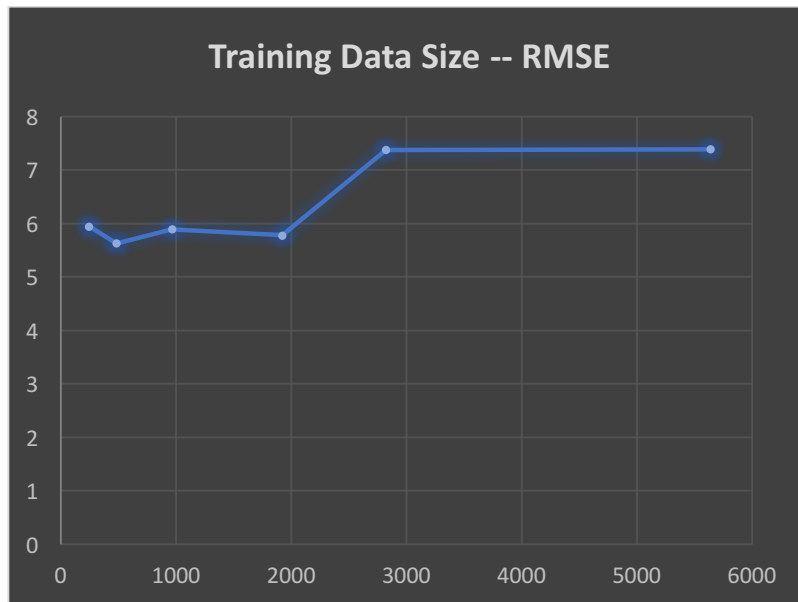
(3) 取連續 9 小時的所有空氣汙染指標 (18 種)

$\text{train\_x} = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_{161}, x_{162}]$

2. 請作圖比較不同訓練資料量對於 **PM2.5** 預測準確率的影響

答：

當 training data 為 480 的時候 RMSE 為最小值，隨著 training data 數量的上升 RMSE 會跟上升。



Training Data	RMSE
240	5.94909
480	5.62657
960	5.89209
1920	5.77999
2820	7.37733
5640	7.38749

3. 請比較不同複雜度的模型對於 **PM2.5** 預測準確率的影響

答：

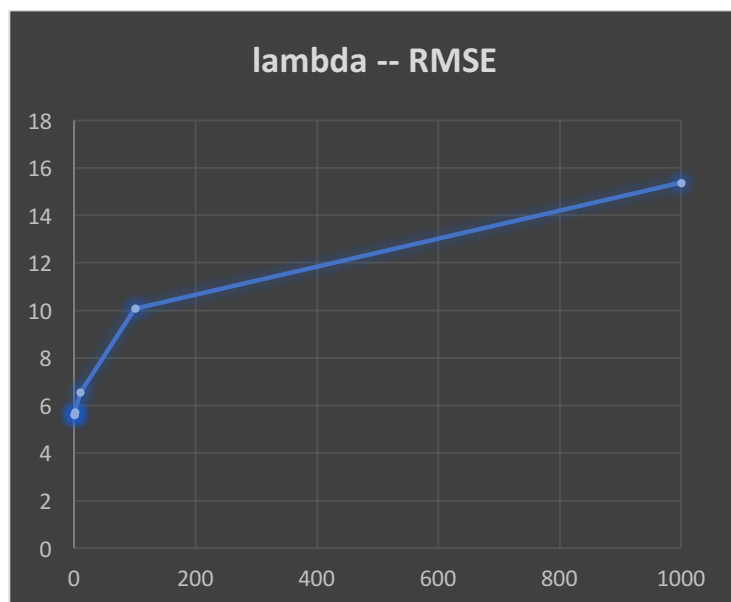
用一維加上二維的 **PM2.5** 當作 feature 效果並沒有比較好，若將全部的空氣汙染指標當作 feature 的話會 overfitting，可以看得出來 RMSE 急速上升。

模型	RMSE
PM2.5 一維	5.62657
PM2.5 一維＋二維	5.75601
所有空氣汙染指標	7.66866

4. 請討論正規化(regularization)對於 PM2.5 預測準確率的影響

答：

lambda=0.1 的時候達到最低點，接著隨著 lambda 越來越大，其預測結果的 RMSE 也越來越大。



lambda	RMSE
0	5.62657
0.01	5.62657
0.1	5.61768
1	5.71766
10	6.54535
100	10.07307
1000	15.36961

5. 在線性回歸問題中，假設有  $N$  筆訓練資料，每筆訓練資料的特徵 (feature) 為一向量  $\mathbf{x}^n$ ，其標註(label)為一存量  $\mathbf{y}^n$ ，模型參數為一向量  $\mathbf{w}$  (此處忽略偏權值  $\mathbf{b}$ )，則線性回歸的損失函數(loss function)為  $\sum_{n=1}^N (\mathbf{y}^n - \mathbf{w} \cdot \mathbf{x}^n)^2$ 。若將所有訓練資料的特徵值以矩陣  $\mathbf{X} = [\mathbf{x}^1 \mathbf{x}^2 \dots \mathbf{x}^N]$  表示，所有訓練資料的標註以向量  $\mathbf{y} = [\mathbf{y}^1 \mathbf{y}^2 \dots \mathbf{y}^N]^T$  表示，請以  $\mathbf{X}$  和  $\mathbf{y}$  表示可以最小化損失函數的向量  $\mathbf{w}$ 。

答：

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{w}} = 2 \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{w} \cdot \mathbf{X}) \cdot \mathbf{X} = 0 \quad \rightarrow \quad \mathbf{x}^T \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{w} \cdot \mathbf{X}) = 0 \quad \rightarrow \quad \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{y} - \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{X} \cdot \mathbf{w} = 0$$

$$\rightarrow \quad \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{y} = \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{X} \cdot \mathbf{w} \quad \rightarrow \quad \mathbf{w} = (\mathbf{x}^T \cdot \mathbf{X})^{-1} \cdot \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{y}$$