EK „Risikoanalysen in der IT“

Importanzkenngrössen

Dr.-Ing. Ralf Mock

Zürcher Hochschule für für Angewandte Wissenschaften

15. Dezember 2014

Die Teilnehmenden

- kennen die wichtigsten Importanzkenngrössen
- können diese Kenngrössen für einfache Systeme berechnen
- können die Ergebnisse beurteilen

Importanz-Analysen

Beim Entwurf und der Analyse eines Systems ist es oft wichtig, die Wichtigkeit der einzelnen Systemeinheiten zu kennen und welchen Beitrag sie für die Systemzuverlässigkeit beitragen. Hierfür dienen Importanz-Analysen. Dabei gilt:

- Die Zuverlässigkeit eines Systems wird bestimmt durch
  - die Merkmale seiner Einheiten
  - die Anordnung der Einheiten (Systemstruktur)
  - die Zuverlässigkeitskenngrössen der Einheiten.
- Wichtigkeit ist je nach Problemstellung anders definiert.
- Je nach Datenbasis sind unterschiedliche Methoden der Importanz-Analyse möglich.

Problemkreise von Importanz-Analysen

1. Identifizierung jener Einheit, deren Verbesserung sich am stärksten auf der Systemebene auswirkt (*Systemoptimierung*).
2. Der Zeitpunkt des Systemausfalls fällt stets mit dem Zeitpunkt des Ausfalls einer Einheit zusammen (*Einheit i löst den Systemausfall aus*).
3. Zur Fehlererkennung und -diagnose ist die Reihenfolge der zu reparierenden Einheiten bedeutungsvoll (*Optimierung der Instandhaltung:* Beginn einer Instandsetzung mit der Einheit, die das System mit grösster Wahrscheinlichkeit wieder in den Zustand „Funktion" bringt).

Bezeichnungen

Problemkreis 1	Problemkreis 2	Problemkreis 3
▶ strukturelle Importanz * ▶ marginale (Birnbaum) Importanz* ▶ fraktionelle Importanz	▶ kompetetive (Barlow-Proschan) Importanz ▶ sequentielle kontributive Importanz	▶ diagnostische (Fussell-Vesely) Importanz*

Anmerkungen

- *: vorgestellte Methoden
- **Quellen**:
  Grundlagen [7, 5, 3, 6, 2]; F&E: [8, 1, 4]

Ansatz

- **Einheit**: jede Einheit i weist entweder den Zustand $x_i = 0$ (ausgefallen) oder $x_i = 1$ (intakt) auf.
- **Systemfunktion** $\phi(\underline{\mathbf{x}})$: Ein System besteht aus den Einheiten x_i, mit $i = 1, ..., n$. Das System kann ebenfalls nur die Zustände 0 oder 1 annehmen (Boolescher Ansatz).
- **Zustandsvektor** $\underline{\mathbf{x}}$: Realisierung der Einheiten-Zustände in einem System.
- **Anzahl Kombinationen:** Es gibt $\mathbf{2^n}$ unterschiedliche Zustandsvektoren eines Systems („Kombinationen von Nullen und Einsen“).

Strukturelle Importanz $I_\phi(i)$

Ansatz (Forts.)

- Ein System fällt aus ($\phi(0_i;\underline{x}) = 0$), falls Einheit i ausfällt ($x_i = 0$), und es bleibt intakt ($\phi(1_i;\underline{x}) = 1$), falls i intakt ist ($x_i = 1$). Damit bestimmt der Zustand der Einheit i den Systemzustand. Damit gilt die **Bedingung** der Gl. 1:

$$\phi(1_i;\underline{x}) - \phi(0_i;\underline{x}) = 1, \text{ „ist wahr"} \tag{1}$$

- Gibt man den Zustand der Einheit i vor, dann reduziert sich die Anzahl der Vektoren auf 2^{n-1}
- Vektoren, die die Bedingung erfüllen, nennt man kritische Vektoren.
- Die Strukturelle Importanz ist definiert als der Quotient aus der Anzahl der kritischen Vektoren der Einheit i und der Gesamtanzahl aller Vektoren. Die relative Wichtigkeit einer Einheit i für das Funktionieren des Gesamtsystems ist damit

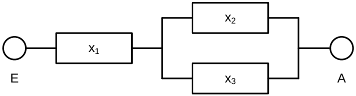
$$I_{\phi(i)} = \frac{1}{2^{n-1}} \cdot n_{\phi(i)}, \text{ wobei}$$

  - 2^{n-1}: Anzahl möglicher Vektoren
  - $n_{\phi(i)}$: Anzahl der kritischen Vektoren der Einheit i

Strukturelle Importanz $I_\phi(i)$

Beispiel

Serien-Parallelsystem



Boolesche Funktion

$$\overline{y} = \phi(\underline{x}) = \overline{x}_1 + \overline{x}_2\overline{x}_3 - \overline{x}_1\overline{x}_2\overline{x}_3$$

$\overline{x}_i$: Einheit i ausgefallen

Einheit 1

- setze $\overline{x}_1 = 1$ („Unterbruch“):
  $\phi(1_1; \underline{\overline{x}}) = 1 + \overline{x}_2\overline{x}_3 - \overline{x}_2\overline{x}_3 = 1$
- setze $\overline{x}_1 = 0$ („Kurzschluss“):
  $\phi(0_1; \underline{\overline{x}}) = \overline{x}_2\overline{x}_3$
- Einsetzen in die Bedingung:
  $\phi(1_1; \underline{x}) - \phi(0_1; \underline{x}) = 1$ ergibt $1 - \overline{x}_2\overline{x}_3 = 1$

Beispiel (Forts.)

Frage: Welche Zustände erfüllen die Bedingung $1 - \overline{x}_2\overline{x}_3 = 1$?

- Zustandstabelle

$\overline{x}_2 =$	$\overline{x}_3 =$	**resultierender Zustand aus** $1 - \overline{x}_2\overline{x}_3 = ?$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

- drei kritische Vektoren erfüllen die Gl. 1, d.h. $n_{\phi(1)} = 3$
- damit ist die strukturelle Importanz der Einheit 1

$$I_{\phi(1)} = \frac{1}{2^{n-1}} \cdot n_{\phi(1)} = \frac{1}{2^{3-1}} \cdot 3 = \frac{3}{4}$$

Beispiel (Forts.)

- restliche Einheiten

Einheit 2	**Einheit 3**
setze $\overline{x}_2 = 1 : \phi(1_2; \underline{\overline{x}} = \overline{x}_1 + \overline{x}_3 - \overline{x}_1\overline{x}_3)$ setze $\overline{x}_2 = 0 : \phi(0_2; \underline{\overline{x}} = \overline{x}_1)$	setze $\overline{x}_3 = 1 : \phi(1_3; \underline{\overline{x}} = \overline{x}_1 + \overline{x}_2 - \overline{x}_1\overline{x}_2)$ setze $\overline{x}_3 = 0 : \phi(0_3; \underline{\overline{x}} = \overline{x}_1)$
Einsetzen in die Gl. 1: $\phi(1_i; \underline{x}) - \phi(0_i; \underline{x}) = 1$ $\overline{x}_3 - \overline{x}_1\overline{x}_3 = 1$	 $\overline{x}_1 - \overline{x}_1\overline{x}_2$
kritischer Vektor gem. Zustandstabelle $\{\overline{x}_3 = 1; \overline{x}_2 = 0\}$	 $\{\overline{x}_2 = 1; \overline{x}_1 = 0\}$
und damit $n_{\phi(2)} = 1$	 $n_{\phi(3)} = 1$
Importanzen $I_{\phi(2)} = \frac{1}{2^2} \cdot 1 = \frac{1}{4}$	 $I_{\phi(3)} = \frac{1}{2^2} \cdot 1 = \frac{1}{4}$

Resultat: Einheit 1 ist strukturell am wichtigsten (grösste Importanz).

Ansatz

Wahrscheinlichkeit, dass sich das System in einem Zustand befindet, in dem der „Betrieb" der Einheit i kritisch ist.

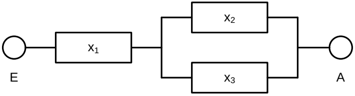
Die Marginale Importanz (Birnbaum Importanz) ist die partielle Ableitung der Systemausfallwahrscheinlichkeit $F(\underline{q})$ in Bezug auf eine zu untersuchende Komponente q_i, und damit

$$I_m(i) = \frac{F(\underline{q})}{\partial q_i} = F\left(q_i = 1; F(\underline{q})\right) - F\left(q_i = 0; F(\underline{q})\right)$$

Mathematisch ist $I_m(i)$ ist die Änderung der Ausfallwahrscheinlichkeit eines Systems mit ausgefallener Komponente i, d.h. setze $q_i = 1$, minus der Ausfallwahrscheinlichkeit des Systems bei funktionierender Komponente i, d.h. setze $q_i = 0$. Damit gibt es auch zwei Arten, $I_m(i)$ zu berechnen (siehe Beispiel).

Ansatz

Serien-Parallelsystem



System-Ausfallwahrscheinlichkeitsfunktion

$$F\left(\underline{q}\right) = q_1 + q_2 q_3 - q_1 q_2 q_3$$

partielle Ableitung

- $I_m(1) = \dfrac{\partial F\left(\underline{q}\right)}{\partial q_1} = 1 - q_2 q_3$
- $I_m(2) = \dfrac{\partial F\left(\underline{q}\right)}{\partial q_2} = q_3 - q_1 q_3$
- $I_m(3) = \dfrac{\partial F\left(\underline{q}\right)}{\partial q_3} = q_2 - q_1 q_2$

Differenz

- $I_m(1) =$
  $F\left(q_1 = 1; F\left(\underline{q}\right)\right) - F\left(q_1 = 0; F\left(\underline{q}\right)\right) =$
  $1 + q_2 q_3 - 1 \cdot q_2 q_3 - (0 + q_2 q_3 - 0) =$
  $1 - q_2 q_3$
- $I_m(2) =$
  $q_1 + q_3 - q_1 q_3 - (q_1 + 0 - 0)$
  $= q_3 - q_1 q_3$
- $I_m(3) =$
  $q_2 - q_1 q_2$

Resultat: Nach dem Einsetzen der Ausfallwahrscheinlichkeiten q_i folgt die wichtigste Einheit (grösste Importanz). Im Beispiel ist dies immer die Komponente 1.

Diagnostische Importanz $I_d(i)$

Ansatz

Es gibt zwei Ansätze zur Berechnung der diagnostischen Importanz (Fussell-Vesely-Importanz)

- Wahrscheinlichkeit, die Komponente i zum Systemausfall beiträgt (Importanz des Basisereignisses q_i), und damit in den Minimalschnitten vorkommt:

  $$I_{d,BE}(i) = \frac{F_i(\underline{q})}{F(\underline{q})}$$

- Wahrscheinlichkeit, die der einzelne Minimalschnitt σ_i zum Systemausfall beiträgt (Importanz des Minimalschnittes σ_i):

  $$I_{d,\sigma_i}(i) = \frac{F_{\sigma_i}(\underline{q})}{F(\underline{q})}$$

Anmerkungen

- Der Systemausfall ist im Zeitintervall $[0;t]$ aufgetreten.
- Die Ausfallwahrscheinlichkeiten sind somit (auch) zeitabhängig verteilt, z.B. $q_i = q_i(t) = 1 - e^{-\lambda_1 \cdot 1}$

Erläuterung zu $I_{d,\sigma_i}(i) = \frac{F_{\sigma_i}(\underline{q})}{F(\underline{q})}$

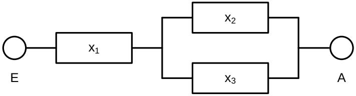
- $F_{\sigma_i}(\underline{q})$: Systemfunktion aller Minimalschnitte, die i enthalten, d.h.
  - $F_{\sigma_i}(\underline{q}) = Pr\left(\bigvee_{j=1}^{n}\left[\bigwedge_{C_{ij}} \overline{x}_c\right]\right)$
    - n: Anzahl der Minimalschnitte, die i enthalten
    - C_{ij}-ter Minimalschnitt, der i enthält
- $F(\underline{q})$ Ausfallwahrscheinlichkeit des Systems

Berechnungsbeispiel: aus einer System-Analyse ergeben sich zwei Minimalschnitte, die Komponente 1 enthalten: $\sigma_1 = \{\overline{x}_1;\overline{x}_2\};\sigma_2 = \{\overline{x}_1;\overline{x}_3\}$.

- exakt: $F_{\sigma_1}(\underline{q}) = q_1q_2 + q_1q_3 - q_1q_2q_2$
  (nach Anwendung des Idempotenzgesetzes)
- näherungsweise: $F_{\sigma_1}(\underline{q}) \approx q_1q_2 + q_1q_3$

Beispiel

Serien-Parallelsystem



System-Ausfallwahrscheinlichkeitsfunktion

$$F\left(\underline{q}\right) = q_1 + q_2 q_3 - q_1 q_2 q_3 \text{ mit}$$

Minimalschnitte: $\{\overline{x}_1\};\{\overline{x}_2;\overline{x}_3\}$.

Importanzen $I_{d,BE}$

- $I_{d,BE}(1) = \dfrac{F_1\left(\underline{q}\right)}{F\left(\underline{q}\right)} = \dfrac{q_1}{q_1 + q_2 q_3 - q_1 q_2 q_3}$
- $I_{d,BE}(2) = \dfrac{F_2\left(\underline{q}\right)}{F\left(\underline{q}\right)} = \dfrac{q_2 q_3}{q_1 + q_2 q_3 - q_1 q_2 q_3}$
- $I_{d,BE}(3)$ entspricht $I_{d,BE}(2)$

Resultat: Nach dem Einsetzen der Ausfallwahrscheinlichkeiten q_i folgt die wichtigste Einheit (grösste Importanz)

Unterschiede: $I_{d,BE}$ berücksichtigt im Zähler alle Minimalschnitte, die die interessierende Komponente i enthalten (siehe auch Tool LOGAN). $I_{d,\sigma}$ berücksichtigt den einzelnen Minimalschnitt.

Literatur

[1] Borgonovo, E. and G. E. Apostolakis: *A New Importance Measure for Risk-informed Decision Making.* Reliability Engineering and System Safety, 72(2):193–212, 2001.

[2] Borst, M. van der and Schoonakker: *An overview of PSA importance measures.* Reliability Engineering & System Safety, 72:241 – 245, 2001.

[3] Camarinopoulos, L. and A. Becker: *Zuverlässigkeits– und Risikoanalysen*, volume 2 of *KTG–Seminar.* Verlag TÜV Rheinland, Köln, 1983.

[4] Dutuit, Y. and A. Rauzy: *Efficient Algorithms to Assess Component and Gate Importance in Fault Tree Analysis.* Reliability Engineering and System Safety, 72(2):213–222, 2001.

[5] Henley, E.J. and H. Kumamoto: *Reliability Engineering and Risk Assessment.* Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1981.

[6] Meyna, Arno: *Vorlesungsunterlagen: Sicherheitstheorie. Bergische Universität GH Wuppertal - FB Sicherheitstechnik, WS 1984/85, (persönliche Unterlagen)*, 1985.

[7] VDI-4008: *Strukturfunktion und ihre Anwendung.* Technical Report VDI-4008-Blatt 7, Beuth Verlag, Berlin, 1986.

[8] Wakefield, D.J. and Y. Xiong: *Importance Measures Computed in RISKMAN for Windows (Presentation)*, November 27 - December 1, 2000 2000.