

# 考虑表面散射的矩形互连空间分辨电导率——第一部分：物理建模

Xinkang Chen and Sumeet Kumar Gupta, Senior Member, IEEE

**摘要** - 互连中的表面散射通常采用福克斯 - 桑德海默 (FS) 方法处理。虽然 FS 模型明确包含了物理参数, 但它缺乏互连横截面内电导率的空间依赖性。为了捕捉电导率的空间依赖性, 有人提出了基于“双曲余弦”函数的经验建模方法, 但该方法缺乏物理洞察力。在本工作中, 我们基于玻尔兹曼输运方程 (BTEs) 推导出了矩形互连的二维空间分辨 FS (SRFS) 模型。所提出的 SRFS 表面散射模型既具有空间依赖性, 又明确给出了电导率与诸如电子平均自由程、电子镜面反射率 ( $p$ ) 以及互连几何形状等物理参数之间的关系。从我们的 SRFS 模型获得的解对于扩散散射是精确的。对于镜面散射, 我们对解进行了近似处理, 并表明从空间分辨反射率谱 (SRFS) 获得的平均电导率与先前模型在一般  $p$  值下有很好的匹配。我们通过展示所提出的物理方法与先前的经验方法在空间分布上的差异, 突出了基于物理的空间分辨电导率模型的重要性。在本工作的第二部分, 我们以 SRFS 方法为基础, 提出了一种适用于矩形互连中表面散射的空间分辨电导率的电路兼容模型。

**关键词** - 二维电阻率模型、玻尔兹曼输运方程 (BTE)、福克斯 - 桑德海默 (FS) 模型、互连。

## I. 简介

技术的不断进步一直是推动电子设备发展的重要因素之一。

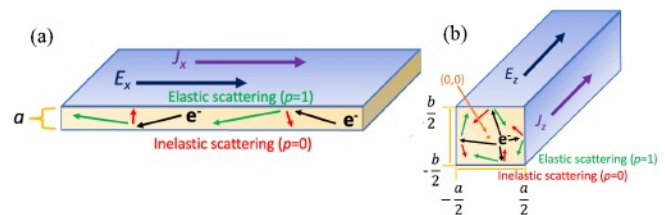


图 1. (a) 薄膜结构 (b) 用于建模的矩形导线结构, 展示了电子从表面散射时的完全弹性 (镜面反射率  $p=1$ ) 或非弹性 ( $p=0$ ) 情况。

然而, 有几个问题逐渐凸显出来, 影响了缩放技术的有效性, 其中互连缩放正成为主要瓶颈[1]。互连缩放面临的挑战是多方面的。减小互连宽度会因横截面积减小而增加其电阻, 但更重要的是, 由于侧壁散射增加, 电阻率 ( $\rho_w$ ) 也会随着宽度缩放而增大[2]。在采用薄阻挡层/衬里层以减轻铜 (Cu) 中电迁移的标准互连中, 这一问题更为严重[3], [4]。阻挡层/衬里层不会随技术缩放成比例缩小, 导致有效导电面积小于互连的覆盖面积, 这进一步加剧了侧壁散射。为解决这一问题, 人们正在探索包括新型互连材料[5], [6], [7]和结构[8]在内的替代设计。

要理解互连材料和拓扑结构的优缺点, 对其电导率进行建模至关重要。为此, 已提出了若干模型。通常使用福克斯 - 桑德海默 (FS) 理论来处理侧壁散射[9]。这种方法已被用于模拟薄膜的电阻率[图 1(a)] [9]、具有扩散散射的方形导线[图 1(b)] [10]以及圆形导线[11]的电阻率。另一种重要的散射机制——晶界散射, 可通过梅亚达斯 - 萨茨克斯 (MS) 理论来捕捉[12]。基于这些理论, 电导率建模得以实现, 许多研究工作利用 FS 和 MS 模型的变体来获取缩放技术中的电导率[13]、[14]、[15]。

在文献[16]中提出了另一种研究侧壁散射的重要方法, 其中获得了导线电阻率

Manuscript received 29 March 2024; revised 17 July 2024; accepted 22 July 2024. Date of publication 19 August 2024; date of current version 24 October 2024. This work was supported in part by the NEW materials for Logic, Memory and InterconnectS (NEWLIMITS) Center through the Semiconductor Research Corporation (SRC) and National Institute of Standards and Technology (NIST) under Award 70NANB17H041. The review of this article was arranged by Editor L. Ge. (Corresponding author: Xinkang Chen.)

The authors are with the School of Electrical and Computer Engineering, Purdue University, West Lafayette, IN 47907 USA (e-mail: chen3030@purdue.edu; guptask@purdue.edu).

Color versions of one or more figures in this article are available at <https://doi.org/10.1109/TED.2024.3435628>.

Digital Object Identifier 10.1109/TED.2024.3435628

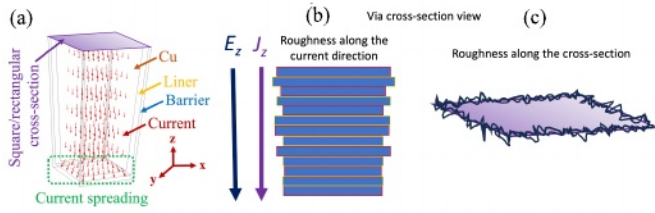


图 2 (a) 具有铜导体和阻挡层/衬里的锥形通孔结构，显示出非凡的电流传输（例如通孔底部的电流扩展效应）。(b) 沿电流方向的线边缘粗糙度。(c) 沿横截面的线边缘粗糙度。

基于动力学理论。对于具有正方形/矩形横截面的导线，这种方法对于完全漫反射的表面散射（镜面反射率  $p = 0$ ）可得出精确结果。然而，对于一般的  $p$  ( $p \neq 0$ )，矩形导线的精确解难以获得[17]。因此，对于一般的  $p$ ，基于无穷级数展开的电阻率模型被提出[16]。

然而，大多数现有的侧壁散射模型的一个局限性在于，电导率不是空间分辨的，而是整个横截面的平均值[18]。现代的锥形互连结构[19]，特别是通孔，表现出复杂的垂直电流路径[图 2(a)]，这就需要能够预测横截面空间依赖性电导率的模型。例如，铜衬里或衬里/阻挡层界面处的电流扩展[15]，就需要对这些层中横截面的电导率变化进行建模。

在众多关于互连建模的研究成果中，[20] 是一个值得注意的例外，该研究确实考虑了由于侧壁散射导致的电导率的空间依赖性。在这项工作中，作者采用了一种经验方法，使用“双曲余弦”函数来模拟互连横截面中电导率随位置的变化。然而，作为一种经验方法，该技术缺乏 FS 理论所提供的物理洞察力。

在这篇分为两部分的论文中，我们通过获得具有物理洞察力的互连导电率的空间分辨模型，弥合了 FS 方法与基于“cosh”的模型[20]之间的差距。在第一部分中，我们基于 FS 理论推导出矩形/正方形导线[图 2(a)]导电率的空间依赖性。对于  $p = 0$ ，我们的电导率模型是精确的，并且与 FS 理论一致。对于  $p \neq 0$ ，我们提出了一些近似方法，并给出了一般  $p$  值下的空间分辨电导率模型。基于此，在第二部分中，我们提出了一个考虑侧壁散射、同时考虑空间依赖性和物理参数依赖性的互连导电率的电路兼容模型。所提出的空间分辨电导率模型（尤其是电路兼容版本）可以集成到有限元模拟[15]中，以获得整体互连电阻，考虑了复杂的电流传输。请注意，在此过程中，还可以通过考虑沿电流方向不同尺寸的横截面切片来考虑表面粗糙度，

如图 2(b) 所示。然而，所提出的模型并未在横截面切片中明确考虑表面粗糙度[图 2(c)]。需要说明的是，本研究的目的是仅提出空间分辨电导率模型；将其应用于有限元模拟以预测整体电阻以及空间分辨电导率对互连延迟的影响，是未来研究的主题。本研究第一部分的主要贡献如下。

- 1) 我们基于扩散表面散射 ( $p = 0$ ) 的玻尔兹曼输运方程 (BTE)，推导出了矩形互连的局域化频域散射 (SRFS) 电导率表达式。该模型包含诸如电子平均自由程 ( $\lambda_0$ ) 和互连宽度/高度等物理参数。

基于此，我们针对镜面散射（一般  $p$  值）提出了一种空间分辨电导率的近似解，并通过将平均电导率与先前的研究成果[16]、[21]进行比较来验证我们的方法。

- 3) 我们将所提出的模型与先前基于“双曲余弦”的建模方法[20]进行了比较，突出了基于物理的电导率空间分辨率的重要性，并为本文的第二部分奠定了基础。

## II. 矩形导线的 SRFS 模型

我们首先介绍矩形导线电导率的空间依赖性推导过程，采用的是 FS 方法，将其称为 SRFS 模型。我们从纯扩散散射开始，即镜面反射率 ( $p = 0$ )（精确解）。然后，我们将其讨论推广到任意  $p$  (0 到 1 之间) 的情况。假设电场 ( $E_z$ ) 和电流沿  $z$  方向流动，导线的宽度和高度分别为  $a$  和  $b$  (沿  $x$  和  $y$  方向)——图 1(b)。我们将坐标系的原点设在导线横截面的中心。请注意，我们忽略了横截面中明显的表面粗糙度（类似于 FS 模型）；然而，在用实验校准模型时，可以将表面粗糙度的影响抽象到镜面反射率中[22]。

### A. 纯扩散表面散射( $p = 0$ )

FS 方法利用边界条件方程 (BTEs) 来获取电导率，这涉及到获取电子分布函数相对于其平衡值 ( $1f$ ) 的偏差。我们遵循文献[18]中的方法，考虑了导线四个表面的散射情况，从而得到矩形导线的  $1f$  值为

$$\Delta f_{s1,s2} = \frac{q\tau E_z}{m_{\text{eff}}} \frac{\partial f_0}{\partial v_z} \left( 1 - e^{-\frac{\min\left(\frac{x+(s1)\frac{a}{2}}{v_x}, \frac{y+(s2)\frac{b}{2}}{v_y}\right)}{\tau}} \right). \quad (1)$$

这里， $s1 = \text{sign}(v_x)$  和  $s2 = \text{sign}(v_y)$ ，而  $v_x$ 、 $v_y$  和  $v_z$  分别表示电子在  $x$ 、 $y$  和  $z$  方向上的速度。因此， $s1s2 \in \{-1, +1\}$ 。所以， $1f$  有四种可能的表达式，即  $1f_{+1,+1}$ 、 $1f_{-1,+1}$ 、 $1f_{+1,-1}$  和  $1f_{-1,-1}$ ，涵盖了  $v_x$ - $v_y$  平面。方程 (1) 中的其他项定义如下： $q$  为电子电荷， $m_{\text{eff}}$  为电子的有效质量， $\tau$  为弛豫时间， $f_0$  为平衡态。

电子的分布函数。1f 函数用于准自由电子的玻尔兹曼输运方程 (BTE) 中, 以获得电流密度  $J_z$  如下:

$$J_z(x, y) = -2q \left( \frac{m_{\text{eff}}}{h} \right)^3 \sum_{s1, s2} \iiint v_z \Delta f_{s1, s2} dv_x dv_y dv_z \quad (2)$$

其中  $h$  为普朗克常数。

在现有的 FS 模型中, 通过将 (2) 式除以  $E_z$  并沿  $x$  和  $y$  方向取平均值来获得平均电导率。为了保留电导率的空间依赖性, 电流密度  $[J_z(x, y)]$  除以  $E_z$  而不取平均值。因此, 考虑表面散射的空间分辨电导率  $\sigma(x, y)$  可表示为

$$\begin{aligned} \sigma(x, y) = & -\frac{2q^2 m_{\text{eff}}^2}{h^3} \\ & \times \sum_{s1, s2} \iiint \frac{\partial f_0}{\partial v} \frac{v_z \tau}{v} \zeta \left( \frac{x + (s1)\frac{a}{2}}{\tau v_x}, \frac{y + (s2)\frac{b}{2}}{\tau v_y} \right) \\ & \times dv_x dv_y dv_z. \end{aligned} \quad (3)$$

这里,  $\zeta$  是一个依赖于空间位置 ( $x$  和  $y$ ) 以及电子速度  $v_x$  和  $v_y$  的函数, 它是通过将 (1) 式中的  $1f_{s1, s2}$  函数代入 (2) 式中  $J_z$  的表达式而得出的。我们随后将推导出该函数的具体形式。

现在, 按照费米统计 (FS) 方法, 假设存在一种简并电子气, 这意味着对于任何函数  $g(v)$ , 以下关系成立:

$$\int_0^\infty g(v) \frac{\partial f_0}{\partial v} dv = -g(\tilde{v}). \quad (4)$$

在此,  $\tilde{v}$  是费米面处电子速度的大小。将此条件代入 (3) 式, 将电子速度转换为球坐标系, 并代入电子平均自由程  $\lambda_0 = \tau \tilde{v}$ , 我们得到  $\sigma(x, y)$  为

$$\begin{aligned} \sigma(x, y) = & -\frac{2q^2 m_{\text{eff}}^2}{h^3} \sum_{s1, s2} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\Phi=\Phi_l}^{\Phi_h} \tau \tilde{v}^3 \cos^2 \theta \sin \theta \\ & \times \zeta \left( \frac{x + (s1)\frac{a}{2}}{\lambda_0 \sin \theta \cos \Phi}, \frac{y + (s2)\frac{b}{2}}{\lambda_0 \sin \theta \sin \Phi} \right) d\Phi d\theta. \end{aligned} \quad (5)$$

这里,  $\theta$  和  $\Phi$  分别是方位角和极角。对于  $\{s1, s2\} = (+1, +1), (-1, +1), (-1, -1), (+1, -1)$  分别有  $\{\theta_l, \theta_h\} = (0, \pi/2), (\pi/2, \pi), (\pi, 3\pi/2), (3\pi/2, 2\pi)$ 。接下来, 我们将体电导率  $\sigma_0 = (8\pi/3)(q^2 m_{\text{eff}}^2 / h^3) \lambda_0$  代入 (5) 式。此外, 我们依照 [2] 进行操作。

一种常见的做法是用导线宽度/高度与电子平均自由程的比值来表示 FS 模型 [18]。为此, 我们定义  $\kappa_a = (a/\lambda_0)$  和  $\kappa_b = (b/\lambda_0)$ 。同时, 我们将  $x$  和  $y$  进行归一化处理, 即  $x_n = (x/(a/2))$  和  $y_n = (y/(b/2))$ 。因此,  $x_n$  和  $y_n$  的取值范围为 -1 到 1。最终, 我们得到

$$\begin{aligned} \sigma(x_n, y_n) = & (3/4) \times \sigma_0 \\ & \times \sum_{s1, s2} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\Phi=\Phi_l}^{\Phi_h} \zeta \left( \frac{\kappa_a(x_n + s1)}{2 \sin \theta \cos \Phi}, \frac{\kappa_b(y_n + s2)}{2 \sin \theta \sin \Phi} \right) \\ & \times \cos^2 \theta \sin \theta d\Phi d\theta. \end{aligned} \quad (6)$$

首先, 我们考虑  $\zeta$  关于  $\theta$  的积分, 将其定义为  $\eta(x_n, y_n, \theta)$ 。因此,

$$\sigma(x_n, y_n) = \frac{3}{4} \sigma_0 \int_{\theta=0}^{\pi} \eta(x_n, y_n, \theta) \cos^2 \theta \sin \theta d\theta. \quad (7)$$

现在来评估  $\eta$ , 我们根据  $v_x$  和  $v_y$  的符号 (即  $s1$  和  $s2$  的值 - 参见 (1)) 考虑四种情况: 1)  $v_x > 0, v_y > 0$ , 此时  $\theta = 0 \rightarrow (\pi/2)$ , 且  $1f = 1f_{+1, +1}$ ; 2)  $v_x < 0, v_y > 0$ ,  $(\theta = \pi/2) \rightarrow \pi$ , 且  $1f = 1f_{-1, +1}$ ; 3)  $v_x > 0, v_y < 0$ ,  $(\theta = \pi \rightarrow (3\pi/2))$ , 且  $1f = 1f_{+1, -1}$ ; 4)  $v_x < 0, v_y < 0$ ,  $(\theta = (3\pi/2) \rightarrow 2\pi)$ , 且  $1f = 1f_{-1, -1}$ 。因此,  $\eta$  可以写成

$$\begin{aligned} \eta(x_n, y_n, \theta) = & \sum_{s1, s2} \int_{\Phi=\Phi_l}^{\Phi_h} \zeta \left( \frac{\kappa_a(x_n + s1)}{2 \sin \theta \cos \Phi}, \frac{\kappa_b(y_n + s2)}{2 \sin \theta \sin \Phi} \right) d\Phi \\ = & \int_{\Phi=0}^{\frac{\pi}{2}} \zeta(\Phi) |_{\Delta f = \Delta f_{+1, +1}} d\Phi + \int_{\Phi=\frac{\pi}{2}}^{\pi} \zeta(\Phi) |_{\Delta f = \Delta f_{-1, +1}} d\Phi \\ & + \int_{\Phi=\pi}^{\frac{3\pi}{2}} \zeta(\Phi) |_{\Delta f = \Delta f_{+1, -1}} d\Phi + \int_{\Phi=\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} \zeta(\Phi) |_{\Delta f = \Delta f_{-1, -1}} d\Phi. \end{aligned} \quad (8)$$

我们将式 (8) 右边的四个积分分别定义为  $\eta_{+1, +1}, \eta_{-1, +1}, \eta_{+1, -1}, \eta_{-1, -1}$ , 即:

$$\eta(x_n, y_n, \theta) = \eta_{+1, +1} + \eta_{-1, +1} + \eta_{+1, -1} + \eta_{-1, -1}. \quad (9)$$

首先来看  $\eta_{+1, +1}$ 。可以观察到, 式 (1) 中的  $\min$  函数表明, 如果  $(v_y/v_x) = (v \sin \theta \sin \theta / v \sin \theta \cos \theta) = \tan \theta < (y + b/2)/(x + a/2) = (b/a)((1 + y_n)/(1 + x_n))$ , 则式 (1) 中的  $1f_{+1, +1}$  使用  $(1 - e^{-(\kappa_a(1+x_n))/2 \sin \theta \cos \theta}))$ , 否则使用  $(1 - e^{-(\kappa_b(1+y_n))/2 \sin \theta \sin \theta}))$ 。因此

$$\begin{aligned} \eta_{+1, +1} = & \int_0^{\tan^{-1}(\frac{b}{a}(\frac{1+y_n}{1+x_n}))} \left( 1 - e^{-\frac{\kappa_a(1+x_n)}{2 \sin \theta \cos \theta}} \right) d\Phi \\ & + \int_{\tan^{-1}(\frac{b}{a}(\frac{1+y_n}{1+x_n}))}^{\frac{\pi}{2}} \left( 1 - e^{-\frac{\kappa_b(1+y_n)}{2 \sin \theta \sin \theta}} \right) d\Phi. \end{aligned} \quad (10)$$

以类似的方式, 当我们将 (9) 式右侧的其他各项重复此操作, 并将积分限改为  $0 \rightarrow (\pi/2)$  时, 我们得到以下表达式:

$$\begin{aligned} \eta_{s1, s2} = & \int_0^{\tan^{-1}(\frac{b}{a}(\frac{1+(s2)y_n}{1+(s1)x_n}))} \left( 1 - e^{-\frac{\kappa_a(1+(s1)x_n)}{2 \sin \theta \cos \theta}} \right) d\Phi \\ & + \int_{\tan^{-1}(\frac{b}{a}(\frac{1+(s2)y_n}{1+(s1)x_n}))}^{\frac{\pi}{2}} \left( 1 - e^{-\frac{\kappa_b(1+(s2)y_n)}{2 \sin \theta \sin \theta}} \right) d\Phi. \end{aligned} \quad (11)$$

将 (11) 式代入 (9) 式, 我们可以将  $\eta$  的表达式重写为

$$\begin{aligned} \eta(x_n, y_n, \theta) = & \sum_{n, d} \left[ \int_0^{\tan^{-1}(\frac{b}{a} \frac{n}{d})} \left( 1 - e^{-\frac{\kappa_a \times d}{2 \sin \theta \cos \theta}} \right) d\Phi \right. \\ & \left. + \int_{\tan^{-1}(\frac{b}{a} \frac{n}{d})}^{\frac{\pi}{2}} \left( 1 - e^{-\frac{\kappa_b \times n}{2 \sin \theta \sin \theta}} \right) d\Phi \right] \end{aligned} \quad (12)$$

其中  $(n, d) \rightarrow \{ (1 + y_n, 1 + x_n), (1 - y_n, 1 + x_n), (1 + y_n, 1 - x_n), (1 - y_n, 1 - x_n) \}$ 。



我们称由  $(n, d)$  定义的这四个点为边界点。根据空间位置的不同, 这四个边界点从 0 到  $(\pi/2)$  的升序排列有八种不同的可能性。通常, 为了简化 (12) 式, 可能需要确定边界点的顺序, 但由于 (12) 式与空间有关, 这可能会使表达式变得复杂。然而, 我们采用了一种方法来求解 (12) 式, 这种方法使得边界点的顺序无关紧要, 从而大大简化了最终的 SRFS 电导率模型。我们的方法细节在附录中给出。

将 (12) 式的简化表达式 (见附录) 代入 (8) 式, 我们得到了最终的空间依赖电导率, 即

$$\sigma(x_n, y_n) = \frac{3}{4}\sigma_0 \int_{\theta=0}^{\pi} \eta(x_n, y_n, \theta) \cos^2 \theta \sin \theta d\theta \quad (13)$$

$$\eta(x_n, y_n, \theta) = 2\pi \left[ -2 \int_{\Phi=0}^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \frac{e^{-\frac{\kappa_b}{2\sin\theta\sin\Phi}} \times \cosh\left(\frac{\kappa_b y_n}{2\sin\theta\sin\Phi}\right)} + e^{-\frac{\kappa_d}{2\sin\theta\cos\Phi}} \times \cosh\left(\frac{\kappa_d x_n}{2\sin\theta\cos\Phi}\right) \right\} d\Phi - \frac{1}{2} \sum_{n,d} \int_{\Phi=0}^{\frac{\pi}{2}} \left| e^{-\frac{\kappa_d \times d}{2\sin\theta\cos\Phi}} - e^{-\frac{\kappa_b \times n}{2\sin\theta\sin\Phi}} \right| d\Phi \right] \quad (14)$$

其中  $(n, d) \rightarrow \{ (1+y_n, 1+x_n), (1-y_n, 1+x_n), (1+y_n, 1-x_n), (1-y_n, 1-x_n) \}$  且  $x_n \in [-1, 1], y_n \in [-1, 1]$ 。

### B. 镜面反射散射(一般 $p$ )

现在让我们对 SRFS 模型进行推广, 考虑表面的镜面反射率 ( $p$ ) (该参数同时描述了表面的漫反射 (非弹性散射) 和弹性散射)。在此, 我们假定四个表面的  $p$  值相同。

如前所述, 对于正方形/矩形导线, 要获得一般  $p$  值的精确解颇具挑战性[17] (尽管对于薄膜和圆形横截面, 已获得了解析解[10]、[11])。因此, 在此我们提出 1f 的近似表达式, 并遵循上一节讨论的方法来获得空间分辨的电导率。我们采用文献[18]中针对薄膜所提出的方法。在该方法中, 对于一般  $p$  值, 假设  $p$  分数的电子发生弹性散射, 能量不变, 而  $1-p$  分数的电子则完全失去能量。边界条件也相应地进行了修改。请注意, 当  $p=0$  时, 表面处的边界条件为  $1f=0$  [见 (1)]。对于一般  $p$  值, 边界条件按照文献[18]中的过程进行修改, 即在任何表面, 远离该表面的电子的  $1f$  值等于朝向该表面的电子的  $1f$  值的  $p$  倍 (更多细节见[18])。尽管该方法是为薄膜推导出来的, 但我们通过将其用于矩形互连线进行近似处理, 并得到了如下的  $1f$  近似表达式。

$$\Delta f_{s1,s2} = \frac{q\tau E_z}{m_{\text{eff}}} \frac{\partial f_0}{\partial v_z} \times \left( 1 - (1-p) \times \max \left\{ \frac{e^{-\frac{x+(s1)\frac{a}{\tau v_x}}}{1 - pe^{-a/\tau v_x}}, \frac{e^{-\frac{y+(s2)\frac{b}{\tau v_y}}}{1 - pe^{-b/\tau v_y}}} \right\} \right) \quad (15)$$

这种近似方法的选择基于以下观察和条件。首先, 对于  $p=0$  时, 从 SRFS 模型得到的解是精确的, 而对于  $p=1$  时, 解是平凡的 (即空间均匀电导率 = 体积电导率)。因此, 对于一般的  $p$  值, 解应该介于这两个精确的极端解之间。此外, 近似表达式应分别在  $p=0$  和  $p=1$  时收敛于精确解。[注意, 将  $p=0$  代入 (15) 式会得到 (1) 式, 其中 (15) 式中的  $\max$  函数会转化为 (1) 式中指数函数参数的  $\min$  函数]。其次, 对于一般  $p$  值, 所提出的解应收敛于细导线 (即当  $a$  或  $b$  中的一个尺寸无限大) 情况下的精确解[18]。第三, 这些表达式应能无缝应用于我们在上一节讨论的空间分辨率方法。式 (15) 中的表达式满足这些要求。需要指出的是, 我们的近似值忽略了由于正交表面散射而产生的二维相互作用, 未来考虑此类散射事件的更优近似值有助于改进模型。在本文中, 我们将继续使用 (15) 式中的表达式, 并推导出一般  $p$  下的空间分辨电导率。之后, 我们将通过将平均电导率与先前的研究[16]、[21]进行比较, 来展示这些近似值的优劣。

按照与  $p=0$  时相同的过程, 我们得到最终的 SRFS 电导率模型与镜面反射率 ( $p$ ) 的关系为:

$$\sigma(x_n, y_n) = \frac{3}{4}\sigma_0 \int_{\theta=0}^{\pi} \eta(x_n, y_n, \theta) \cos^2 \theta \sin \theta d\theta \quad (16)$$

$$\eta(x_n, y_n, \theta) = 2\pi - (1-p) \times \left[ 2 \int_{\Phi=0}^{\frac{\pi}{2}} \left( \frac{e^{-\frac{\kappa_d}{2\sin\theta\cos\Phi}} \times \cosh\left(\frac{\kappa_d \times x_n}{2\sin\theta\cos\Phi}\right)}{1 - pe^{-\frac{\kappa_d}{\sin\theta\cos\Phi}}} \right) d\Phi + 2 \int_{\Phi=0}^{\frac{\pi}{2}} \left( \frac{e^{-\frac{\kappa_b}{2\sin\theta\sin\Phi}} \times \cosh\left(\frac{\kappa_b \times y_n}{2\sin\theta\sin\Phi}\right)}{1 - pe^{-\frac{\kappa_b}{\sin\theta\sin\Phi}}} \right) d\Phi + \frac{1}{2} \sum_{n,d} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left| \frac{e^{-\frac{\kappa_d \times d}{2\sin\theta\cos\Phi}}}{1 - pe^{-\frac{\kappa_d}{\sin\theta\cos\Phi}}} - \frac{e^{-\frac{\kappa_b \times n}{2\sin\theta\sin\Phi}}}{1 - pe^{-\frac{\kappa_b}{\sin\theta\sin\Phi}}} \right| d\Phi \right] \quad (17)$$

其中  $(n, d) \rightarrow \{ (1+y_n, 1+x_n), (1-y_n, 1+x_n), (1+y_n, 1-x_n), (1-y_n, 1-x_n) \}$  且  $x_n \in [-1, 1], y_n \in [-1, 1]$

式 (17) 中的第一个 (“ $2\pi$ ”) 项对应于体电导率 ( $\sigma_0$ ), 其余各项对应于表面散射 ( $\sigma_{ss}$ )。请注意, 在所提出的 SRFS 模型中,  $\sigma_0$  和  $\sigma_{ss}$  项被相减以获得总体电导率。这与一些近期的经验研究[20]不同, 后者是将电阻率分量相加而非将电导率项相减。由于电导率项的相减源自严格的 FS 处理 (如[18]中所示), 因此相较于电阻率相加, 这应是组合不同机制的更优方法。

从 (16) 和 (17) 式可以看出, SRFS 模型提供了 (i) 电导率的空间依赖性以及 (ii) 其与物理参数  $p\lambda_0$  和导线横截面宽度 ( $a$ ) 和高度 ( $b$ ) 的明确关系。

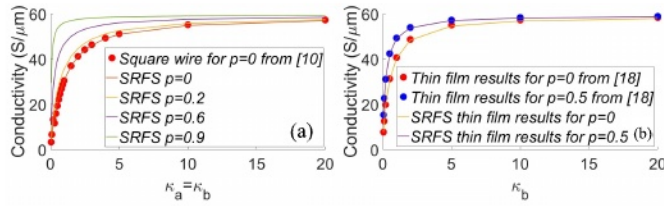


图 3. 对于不同镜面率  $p$  的情况, (a) 正方形导线的电导率与  $\kappa$  的关系, 展示了所提出的 SRFS 模型与文献 [10] 结果的对比。(b) 薄膜的电导率与  $\kappa$  的关系, 展示了所提出的 SRFS 模型与文献 [18] 结果的对比。

### C. 薄膜的表达式

在 (17) 式中得到的表达式具有通用性, 通过将  $\kappa_a$  设为  $\infty$ , 可将其应用于沿  $y$  方向厚度为  $b$  的薄膜。薄膜模型简化为

$$\frac{\sigma_{\text{SRFS}}(y_n)}{\sigma_0} = \frac{3}{4} \int_{\theta=0}^{\pi} \eta(y_n, \theta) \cos^2 \theta \sin \theta d\theta$$

$$\eta(y_n, \theta) = 2\pi - (1 - p) \times 4 \int_{\Phi=0}^{\frac{\pi}{2}} \left( \frac{e^{\frac{-\kappa_b}{2 \sin \theta \sin \Phi}} \times \cosh\left(\frac{\kappa_b y_n}{2 \sin \theta \sin \Phi}\right)}{1 - p * e^{\frac{-\kappa_b}{\sin \theta \sin \Phi}}} \right) d\Phi \quad (18)$$

其中  $y_n = (y/(b/2)) \in [-1, 1]$  且  $\kappa_b = (b/\lambda_0)$ 。

## III. 分析

### A. 所提议的 SRFS 模型与先前基于 FS 的模型

如前所述, 基于 FS 模型的先前研究 [13]、[22]、[23]、[24] 利用了 [10] 中推导出的平均(未作空间分辨)电导率的简化版本来模拟表面散射对正方形导线电导率的影响(即  $\kappa_a = \kappa_b = \kappa$ )。对于不同的  $\kappa$  范围, 推导出了不同的表达式。(但需要注意的是, 近期的一些研究采用了 FS 电导率的简单表达式, 该表达式仅适用于  $\kappa > 4$  的情况, 这一点在 [16] 中也有提及)。在此, 我们利用 [10] 中的模型, 并将其与通过在横截面上对 SRFS 模型取平均值所获得的值进行比较, 以验证我们的方法。比较结果如图 3(a) 所示, 图中展示了电导率随  $\kappa$  增加而增加的情况。在 [10] 中, 这些表达式假定所有电子都经历非弹性表面散射 ( $p = 0$ )。从图 3(a) 可以看出,  $p = 0$  时的平均 SRFS 模型与 [10] 中的值重合, 这验证了前几节中给出的表达式。我们还展示了其他  $p$  值下的电导率与  $\kappa$  的关系。随着  $p$  的增加, 电子经历更多的弹性散射, 电导率也随之上升。对于大的  $p$  和大的  $\kappa$ , 电导率接近体相值, 这在预料之中。

我们还在图 3(b) 中将 FS 模型与所提出的 SRFS 模型得到的薄膜平均电导率进行了比较。散点数据取自文献 [18], 其中  $p$  值分别为 0 和 0.5。由于我们的 SRFS 模型具有通用性, 我们设  $\kappa_a$  为一个非常大的值来模拟薄膜, 并研究不同  $\kappa_b$  的影响(见第 II-C 节)。对于两种  $p$  值和广泛的尺寸范围, 我们的 SRFS 模型与原始 FS 模型 [18] 的结果相吻合。

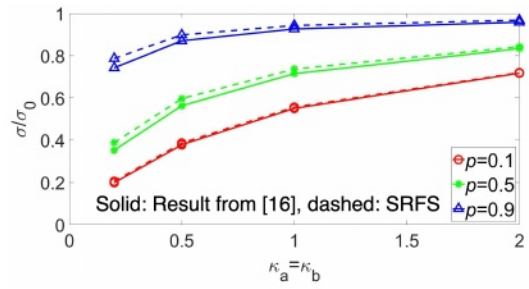


图 4. 对于不同  $\kappa$  和  $p$  值的方形导线,  $\sigma/\sigma_0$  (归一化至体电导率的电导率) 的对比, 将文献 [16] 中的结果 (实线) 与 SRFS (虚线) 的结果进行比较, 表明 SRFS 模型能够捕捉到一般  $p$  值下的电导率趋势。

### B. 用于矩形互连中镜面表面散射的拟议 SRFS 模型和基于动力学理论模型

如前所述, 文献 [16] 中提出了一种无穷级数求和的方法, 用于考虑矩形互连中镜面表面散射的情况下, 对横截面的电导率进行建模, 如下所示

$$\left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)_{p, \lambda_0} = (1 - p)^2 \sum_{j=1}^{\infty} \left\{ j p^{j-1} \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)_{p=0, \lambda_0/j} \right\} \quad (19)$$

其中, 对于一般  $p$  值的  $(\sigma/\sigma_0)$  比率定义为  $p = 0$  和  $\lambda_0 = \lambda_0/j$  时  $(\sigma/\sigma_0)$  的无穷加权求和。我们通过将  $p = 0$  时从我们的 SRFS 模型获得的平均电导率 (请注意, 这是精确的) 代入  $(\sigma/\sigma_0)_{p=0, \lambda_0/j}$  项来实现 (19)。我们将此方法得到的结果与所提出的 SRFS 模型对于一般  $p$  值获得的平均电导率进行比较 (见图 4)。在小  $p$  值时, 我们的 SRFS 模型与 (19) 相比差异小于 3%。当  $p = 0.5$  时, 最大差异小于 10%。随着  $p$  值进一步增大, 差异再次减小, 在  $p = 0.9$  时小于 6%。因此, 所提出的 SRFS 方法能够以合理的精度对矩形互连中一般镜面反射率 ( $p$ ) 的电导率进行建模。虽然所提出的 SRFS 方法只需计算一次复积分, 但 [16] 中涉及 (19) 式中无穷求和的技术则需要多次计算复积分 (取决于  $j$  的最大值)。

### C. 所提议的 SRFS 模型与“Cosh”模型

“双曲余弦”模型 [20] 是另一种空间分辨电导率模型, 它使用拟合参数来匹配实验获得的平均电导率值。在此, 我们将所提出的 SRFS 模型预测的电导率空间依赖性与“双曲余弦”模型进行比较。我们采用的互连宽度为 10 纳米, 厚度为 29 纳米, 与 [20] 中所用相同。回想一下, 在 (17) 式中, 有两个电导率项相减得到总电导率; 第一项与体电导率相关, 第二项与表面散射相关。对于此分析, 我们将体电导率项替换为一个集总参数, 该参数同时考虑了体电导率和晶界散射, 这与 [20] 中的方法一致。集总参数的值与

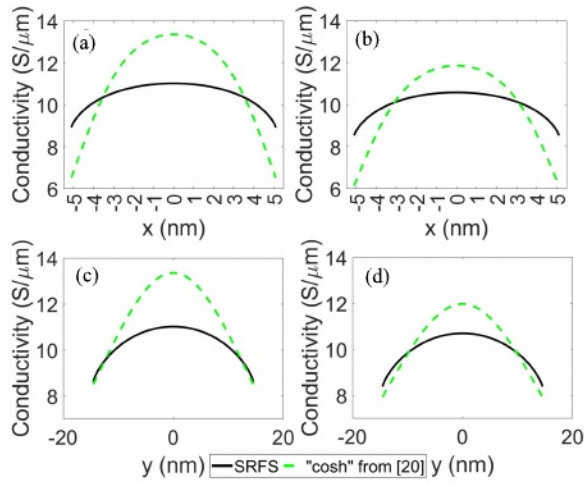


图 5.沿  $x$  方向 (a)  $y = 0$  和 (b)  $y = 7.25$  纳米,沿  $y$  方向 (c)  $x = 0$  和 (d)  $x = 2.5$  纳米,所提出的 SRFS 模型与“双曲余弦”模型的电导率对比,突出了所提出的物理模型与经验方法之间的不匹配。

我们采用文献[20]中所用的方法。然后通过调整  $p$  的值,将 SRFS 模型中的平均电导率与“双曲余弦”模型相匹配。具体而言,“双曲余弦”模型报告的平均电导率为  $9.8 \text{ S}/\mu\text{m}$  (与实验结果相符)。我们发现在 SRFS 模型中  $p = 0.663$  时,其平均电导率与之相同。

在匹配平均电导率之后,我们比较了两种模型所获得的电导率的空间依赖性。图 5(a) 和 (b) 分别绘制了  $y = 0$  和  $y = 7.25$  纳米时沿宽度 ( $x$ ) 方向的电导率,显示出物理 (SRFS) 方法与经验 (“双曲余弦”) 方法之间存在较大差异。图 5 (c) 和 (d) 中沿  $y$  方向的电导率也观察到了类似的差异。SRFS 模型的电导率分布比“双曲余弦”模型平坦得多。尽管两种模型的平均电导率相同,但由表面散射引起的电导率的空间依赖性存在显著差异,这突显了基于物理的空间分辨电导率模型 (如所提出的 SRFS 方法) 相对于经验方法的重要性。

由于所提出的适用于一般  $p$  值的 SRFS 方法包含了一些近似处理,因此我们在图 6 中展示了  $p = 0$  (精确值)、 $p \rightarrow 1$  以及  $p = 0.663$  时的归一化电导率分布。这些趋势表明,对于不同的  $p$  值,SRFS 模型具有相似的空间分布特征。正如预期的那样, $p = 0.663$  时的电导率空间分布位于  $p = 0$  和  $p \rightarrow 1$  的界限之间。另一方面,“双曲余弦”模型的空间分布则超出了这些界限,这表明所提出的 SRFS 模型比这种经验方法更准确。

#### D. 不同 $\kappa$ 和 $p$ 值下的 SRFS 电导率

我们展示了由所提出的 SRFS 模型预测的正方形导线电导率的空间依赖性,其中  $\kappa = \kappa_a = \kappa_b = 0.2, 1, 5$  以及  $p = 0, 0.9$  的情况如图 7 所示。在较低的  $\kappa$  值下,表面散射对电导率的影响更大 (与较大的  $\kappa$  值相比)。因此,中心处的电导率较小。对于较小的  $\kappa$  值,电导率会降低。

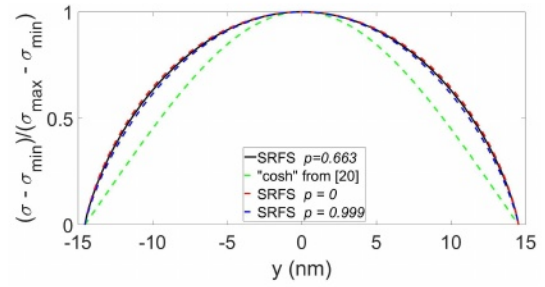


图 6.沿  $y$  方向在  $x = 0$  时归一化电导率的空间分布,比较 SRFS 和“双曲余弦”模型 [20]。这里,  $\sigma_{\min}$  和  $\sigma_{\max}$  分别为  $\sigma$  的最小值和最大值。结果表明,SRFS  $p = 0.663$  的空间分布介于  $p = 0$  (精确值) 和  $p \rightarrow 1$  之间。

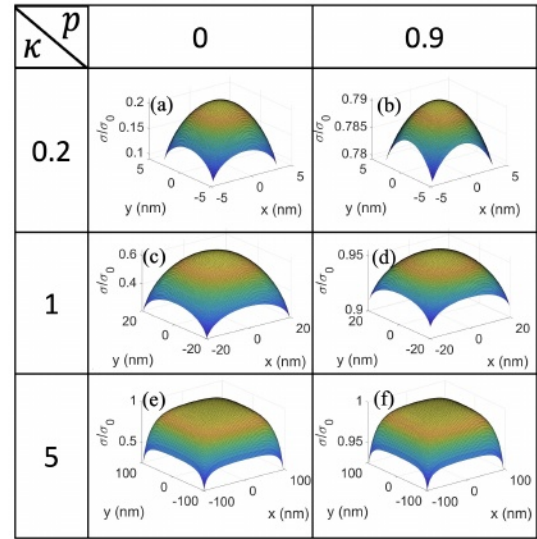


图 7. 不同  $\kappa$  和  $p$  值下正方形导线的  $\sigma/\sigma_0$  (电导率归一化至体电导率) 的空间分布图, (a)  $\kappa = 0.2, p = 0$ , (b)  $\kappa = 0.2, p = 0.9$ , (c)  $\kappa = 1, p = 0$ , (d)  $\kappa = 1, p = 0.9$ , (e)  $\kappa = 5, p = 0$ , (f)  $\kappa = 5, p = 0.9$ 。

当朝向四个边缘移动时,其变化较为平滑。在较大的  $\kappa$  值下,表面散射效应减弱;因此,中心处的电导率更接近体电导率。其分布曲线在中心较为平坦,而靠近边缘处则下降得相对更陡峭 (相较于较小的  $\kappa$  值)。随着  $p$  值的增加,电导率上升,但其形状相对保持不变。

## IV. 结论

我们提出了一种二维 SRFS 模型,用于捕捉具有矩形横截面的互连中的表面散射。我们新模型的主要优势在于,它既考虑了电导率的空间依赖性,又与基本的物理参数建立了直接联系。所提出的模型是从基本的 BTE 衍生而来的,该方程将空间分辨的电导率与电子平均自由程、镜面反射率以及导体的尺寸联系起来。对于  $p = 0$  (即扩散表面散射) 的情况,SRFS 的解是精确的。对于一般情况  $p$  ( $p \neq 0$ ),我们做了一些近似处理,并表明所提出的 SRFS 模型与先前工作[16]、[21]在横截面平均电导率上的差异相当小。与一维[18]和二维 FS 模型[10]相比,所提出模型得到的平均电导率显示出良好的一致性。此外,我们还



表明, 尽管平均电导率相同, 但文献[20]中先前提出的经验方法在空间分布上与本文所提出的基于物理原理的 SRFS 模型存在较大差异, 这凸显了后者的模型的重要性。

SRFS 模型的严谨性导致了复杂的表达式。虽然这些表达式在 MATLAB 等标准软件中易于实现, 但在电路仿真器中求解可能会耗费过多时间。因此, 在本部分提出的 SRFS 模型基础上, 我们在本工作的第二部分提出了一种适用于电路的模型, 用于考虑矩形互连中表面散射的空间分辨电导率。

## 附录

当我们将 (12) 式进行积分时, 通常情况下, 由于空间位置的不同, 从 0 到  $(\pi/2)$  范围内四个边界点的顺序会有八种不同的情况。然而, 我们采用一种方法来求解 (12) 式, 这种方法使得边界点的顺序无关紧要。

为了说明这种方法, 我们以一个  $x_n < 0$  且  $y_n < x_n$  的区域为例。对于这个区域,  $\eta$  函数可以写成如下形式:

$$\begin{aligned} \eta(x_n, y_n, \theta) = & \int_0^{\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\left(\frac{1+y_n}{1-x_n}\right)\right)} \left\{ \sum_{\alpha_i=\alpha_{x+}, \alpha_{x-}, \alpha_{y+}, \alpha_{y-}} \xi(\alpha_i) \right\} d\Phi \\ & + \int_{\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\left(\frac{1+y_n}{1-x_n}\right)\right)}^{\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\left(\frac{1+y_n}{1-x_n}\right)\right)} \left\{ \sum_{\alpha_i=\alpha_{x+}, \alpha_{y+}, \alpha_{x-}, \alpha_{y-}} \xi(\alpha_i) \right\} d\Phi \\ & + \int_{\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\left(\frac{1+y_n}{1-x_n}\right)\right)}^{\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\left(\frac{1-y_n}{1-x_n}\right)\right)} \left\{ \sum_{\alpha_i=\alpha_{y+}, \alpha_{y-}, \alpha_{x+}, \alpha_{x-}} \xi(\alpha_i) \right\} d\Phi \\ & + \int_{\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\left(\frac{1-y_n}{1-x_n}\right)\right)}^{\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\left(\frac{1-y_n}{1-x_n}\right)\right)} \left\{ \sum_{\alpha_i=\alpha_{y+}, \alpha_{y-}, \alpha_{x+}, \alpha_{x-}} \xi(\alpha_i) \right\} d\Phi \\ & + \int_{\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\left(\frac{1-y_n}{1-x_n}\right)\right)}^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \sum_{\alpha_i=\alpha_{y+}, \alpha_{y-}, \alpha_{x-}, \alpha_{x+}} \xi(\alpha_i) \right\} d\Phi. \quad (a1) \end{aligned}$$

这里,  $\xi(\alpha_i) = 1 - e^{(-\alpha_i/2 \sin \theta)}$ , 并且  $\alpha_{x+} = \kappa_a(1 + x_n)/\cos \theta$ ,  $\alpha_{x-} = \kappa_a(1 - x_n)/\cos \theta$ ,  $\alpha_{y+} = \kappa_b(1 + y_n)/\sin \theta$ ,  $\alpha_{y-} = \kappa_b(1 - y_n)/\sin \theta$ 。通过将所有积分的上限都改为  $(\pi/2)$ , 方程 (a1) 可以重写如下:

$$\begin{aligned} \eta(x_n, y_n, \theta) = & \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \sum_{\alpha_i=\alpha_{x+}, \alpha_{x-}, \alpha_{y+}, \alpha_{y-}} \xi(\alpha_i) \right\} d\Phi \\ & - \int_{\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\left(\frac{1+y_n}{1-x_n}\right)\right)}^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \sum_{\alpha_i=\alpha_{x+}, \alpha_{x-}, \alpha_{y+}, \alpha_{y-}} \xi(\alpha_i) \right\} d\Phi \\ & + \int_{\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\left(\frac{1+y_n}{1-x_n}\right)\right)}^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \sum_{\alpha_i=\alpha_{x+}, \alpha_{y+}, \alpha_{x-}, \alpha_{y-}} \xi(\alpha_i) \right\} d\Phi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - \int_{\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\left(\frac{1+y_n}{1-x_n}\right)\right)}^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \sum_{\alpha_i=\alpha_{x+}, \alpha_{y+}, \alpha_{x-}, \alpha_{y-}} \xi(\alpha_i) \right\} d\Phi \\ & + \int_{\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\left(\frac{1+y_n}{1-x_n}\right)\right)}^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \sum_{\alpha_i=\alpha_{y+}, \alpha_{y-}, \alpha_{x+}, \alpha_{x-}} \xi(\alpha_i) \right\} d\Phi \\ & - \int_{\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\left(\frac{1-y_n}{1-x_n}\right)\right)}^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \sum_{\alpha_i=\alpha_{y+}, \alpha_{y-}, \alpha_{x+}, \alpha_{x-}} \xi(\alpha_i) \right\} d\Phi \\ & + \int_{\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\left(\frac{1-y_n}{1-x_n}\right)\right)}^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \sum_{\alpha_i=\alpha_{y+}, \alpha_{y-}, \alpha_{x+}, \alpha_{x-}} \xi(\alpha_i) \right\} d\Phi \\ & - \int_{\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\left(\frac{1-y_n}{1-x_n}\right)\right)}^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \sum_{\alpha_i=\alpha_{y+}, \alpha_{y-}, \alpha_{x+}, \alpha_{x-}} \xi(\alpha_i) \right\} d\Phi \\ & + \int_{\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\left(\frac{1-y_n}{1-x_n}\right)\right)}^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \sum_{\alpha_i=\alpha_{y+}, \alpha_{y-}, \alpha_{x+}, \alpha_{x-}} \xi(\alpha_i) \right\} d\Phi. \quad (a2) \end{aligned}$$

如果我们观察 (a2) 中的第二项和第三项, 它们的积分限相同, 且仅在四个依赖于  $\alpha_i$  的子表达式中的一个上有所不同。通过将第二项和第三项相加, 我们得到

$$\int_{\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\left(\frac{1+y_n}{1-x_n}\right)\right)}^{\frac{\pi}{2}} (\xi(\alpha_{y+}) - \xi(\alpha_{x-})) d\Phi. \quad (a3)$$

我们对所有从第 2 项到第 9 项都重复这一操作。另外, (a2) 中的第一项被重写为

$$4 \int_{\Phi=0}^{\frac{\pi}{2}} d\Phi - 4 \int_{\Phi=0}^{\frac{\pi}{2}} \left( e^{\frac{-\kappa_a}{2 \sin \theta \cos \Phi}} \times \cosh\left(\frac{\kappa_a \times x_n}{2 \sin \theta \cos \Phi}\right) \right) d\Phi. \quad (a4)$$

因此,  $\eta$  函数可以简化如下:

$$\begin{aligned} \eta(x_n, y_n, \theta) = & 4 \int_{\Phi=0}^{\frac{\pi}{2}} d\Phi - 4 \int_{\Phi=0}^{\frac{\pi}{2}} \left( e^{\frac{-\kappa_a}{2 \sin \theta \cos \Phi}} \times \cosh\left(\frac{\kappa_a \times x_n}{2 \sin \theta \cos \Phi}\right) \right) d\Phi \\ & - \left\{ \int_{\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\left(\frac{1+y_n}{1-x_n}\right)\right)}^{\frac{\pi}{2}} (\xi(\alpha_{y+}) - \xi(\alpha_{x-})) d\Phi \right. \\ & \quad \left. + \int_{\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\left(\frac{1+y_n}{1-x_n}\right)\right)}^{\frac{\pi}{2}} (\xi(\alpha_{y+}) - \xi(\alpha_{x+})) d\Phi \right. \\ & \quad \left. + \int_{\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\left(\frac{1-y_n}{1-x_n}\right)\right)}^{\frac{\pi}{2}} (\xi(\alpha_{y-}) - \xi(\alpha_{x-})) d\Phi \right. \\ & \quad \left. + \int_{\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\left(\frac{1-y_n}{1-x_n}\right)\right)}^{\frac{\pi}{2}} (\xi(\alpha_{y-}) - \xi(\alpha_{x+})) d\Phi \right\}. \quad (a5) \end{aligned}$$

如果我们查看花括号内的各项, 边界点的顺序无关紧要。该表达式仅是边界点的函数。因此, 这个  $\eta$  表达式对于互连横截面的任何位置都成立 (而不仅仅是之前考虑的区域)。

回想一下，当我们把 (a1) 式转换为 (a2) 式时，我们将所有积分的上限都设为  $(\pi/2)$ ，然后合并表达式。我们也可以采用类似的过程，但将积分的下限设为 0。完成相同的步骤后，我们就能得到  $\eta$  函数的另一个表达式如下：

$$\begin{aligned} \eta(x_n, y_n, \theta) &= 4 \int_{\Phi=0}^{\frac{\pi}{2}} d\Phi - 4 \int_{\Phi=0}^{\frac{\pi}{2}} \left( e^{\frac{-\kappa_b}{2 \sin \theta \sin \Phi}} \times \cosh\left(\frac{\kappa_b \times y_n}{2 \sin \theta \sin \Phi}\right) \right) d\Phi \\ &\quad - \left\{ \int_0^{\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\left(\frac{1-y_n}{1-x_n}\right)\right)} (\xi(\alpha_{x+}) - \xi(\alpha_{y-})) d\Phi \right. \\ &\quad + \int_0^{\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\left(\frac{1-y_n}{1-x_n}\right)\right)} (\xi(\alpha_{x-}) - \xi(\alpha_{y-})) d\Phi \\ &\quad + \int_0^{\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\left(\frac{1+y_n}{1-x_n}\right)\right)} (\xi(\alpha_{x+}) - \xi(\alpha_{y+})) d\Phi \\ &\quad \left. + \int_0^{\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\left(\frac{1+y_n}{1-x_n}\right)\right)} (\xi(\alpha_{x-}) - \xi(\alpha_{y+})) d\Phi \right\}. \quad (a6) \end{aligned}$$

现在，我们将 (a5) 和 (a6) 中的两个  $\eta$  函数相加，然后除以 2，得到最终表达式 (14)。请注意，当我们合并两个  $\eta$  函数 (a5) 和 (a6) 时，我们将对应于积分上下限中相同边界点的两个积分相加，从而得到最终积分，其中  $\theta$  的取值范围为 0 到  $\pi/2$ 。例如，我们将 (a5) 中花括号内的第一项与 (a6) 中花括号内的最后一项相加，得到

$$\begin{aligned} &\int_{\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\left(\frac{1+y_n}{1-x_n}\right)\right)}^{\frac{\pi}{2}} (\xi(\alpha_{y+}) - \xi(\alpha_{x-})) d\Phi \\ &\quad + \int_0^{\tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\left(\frac{1+y_n}{1-x_n}\right)\right)} (\xi(\alpha_{x-}) - \xi(\alpha_{y+})) d\Phi \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} |\xi(\alpha_{x-}) - \xi(\alpha_{y+})| d\Phi. \quad (a7) \end{aligned}$$

值得注意的是，(a7) 式左侧的两个积分可以合并为一个（右侧），因为相应的被积函数除了一个负号外完全相同。而且，由于 (1) 式中的  $\min$  函数，被积函数始终为正。因此，在 (a7) 式的右侧，我们使用了  $\xi(\alpha_{x-}) - \xi(\alpha_{y+})$  的绝对值。同样地，我们将 (a5) 式 and (a6) 式中的其他积分合并，从而得到 (14) 式中的最终表达式。对于一般  $p$  的近似表达式，这种方法也是有效的。

## 参考文献

- [1] R. Brain, "Interconnect scaling: Challenges and opportunities," in *IEDM Tech. Dig.*, Dec. 2016, pp. 9.3.1–9.3.4, doi: [10.1109/IEDM.2016.7838381](#).
- [2] R. L. Graham et al., "Resistivity dominated by surface scattering in sub-50 nm Cu wires," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 96, no. 4, pp. 042116–1–042116–3, Jan. 2010, doi: [10.1063/1.3292022](#).
- [3] W.-L. Wang et al., "The reliability improvement of Cu interconnection by the control of crystallized  $\alpha$ -Ta/TaN<sub>x</sub> diffusion barrier," *J. Nanomaterials*, vol. 2015, no. 1, pp. 1–6, Jul. 2015, Art. no. 917935, doi: [10.1155/2015/917935](#).
- [4] D. Edelstein et al., "A high performance liner for copper Dama-scene interconnects," in *Proc. IEEE Int. Interconnect Technol. Conf.*, Sep. 2001, pp. 9–11, doi: [10.1109/IITC.2001.930001](#).
- [5] N. Bekiaris et al., "Cobalt fill for advanced interconnects," in *Proc. IEEE Int. Interconnect Technol. Conf. (IITC)*, May 2017, pp. 1–3, doi: [10.1109/IITC-AMC.2017.7968981](#).
- [6] D. Wan et al., "Subtractive etch of ruthenium for sub-5 nm interconnect," in *Proc. IEEE Int. Interconnect Technol. Conf. (IITC)*, Jun. 2018, pp. 10–12, doi: [10.1109/IITC.2018.8454841](#).
- [7] C.-L. Lo et al., "Opportunities and challenges of 2D materials in back-end-of-line interconnect scaling," *J. Appl. Phys.*, vol. 128, no. 8, pp. 080903–1–080903–16, Aug. 2020, doi: [10.1063/5.0013737](#).
- [8] B. Grot, J. Hestness, S. W. Keckler, and O. Mutlu, "Express cube topologies for on-chip interconnects," in *Proc. IEEE 15th Int. Symp. High Perform. Comput. Archit.*, Feb. 2009, pp. 163–174, doi: [10.1109/HPCA.2009.4798251](#).
- [9] E. H. Sondheimer, "Influence of a magnetic field on the conductivity of thin metallic films," *Nature*, vol. 164, no. 4178, pp. 920–921, Nov. 1949, doi: [10.1038/164920a0](#).
- [10] D. K. C. Macdonald and K. Sarginson. (1950). *Size Effect Variation of the Electrical Conductivity of Metals*. [Online]. Available: <https://about.jstor.org/terms>
- [11] R. B. Dingle and W. L. Bragg, "The electrical conductivity of thin wires," *Proc. Roy. Soc. London Ser. A. Math. Phys. Sci.*, vol. 201, no. 1067, pp. 545–560, 1950, doi: [10.1098/rspa.1950.0077](#).
- [12] A. F. Mayadas and M. Shatzkes, "Electrical-resistivity model for polycrystalline films: The case of arbitrary reflection at external surfaces," *Phys. Rev. B, Condens. Matter*, vol. 1, no. 4, pp. 1382–1389, Feb. 1970, doi: [10.1103/physrevb.1.1382](#).
- [13] R. Mehta, S. Chugh, and Z. Chen, "Enhanced electrical and thermal conduction in graphene-encapsulated copper nanowires," *Nano Lett.*, vol. 15, no. 3, pp. 2024–2030, Mar. 2015, doi: [10.1021/nl504889t](#).
- [14] T. Shen et al., "MoS<sub>2</sub> for enhanced electrical performance of ultrathin copper films," *ACS Appl. Mater. Interfaces*, vol. 11, no. 31, pp. 28345–28351, Aug. 2019, doi: [10.1021/acsami.9b03381](#).
- [15] X. Chen, C.-L. Lo, M. C. Johnson, Z. Chen, and S. K. Gupta, "Modeling and circuit analysis of interconnects with TaS<sub>2</sub> barrier liner," in *Proc. Device Res. Conf. (DRC)*, Jun. 2021, pp. 1–2, doi: [10.1109/DRC52342.2021.9467160](#).
- [16] R. G. Chambers. (1950). *The Conductivity of Thin Wires in a Magnetic Field*. [Online]. Available: <https://www.jstor.org/stable/98525>
- [17] L. Moraga, C. Arenas, R. Henriquez, and B. Solis, "The effect of surface roughness and grain-boundary scattering on the electrical conductivity of thin metallic wires," *Phys. Status Solidi B*, vol. 252, no. 1, pp. 219–229, Jan. 2015, doi: [10.1002/pssb.201451202](#).
- [18] E. H. Sondheimer, "The mean free path of electrons in metals," *Adv. Phys.*, vol. 1, no. 1, pp. 1–42, Jan. 1952, doi: [10.1080/00018735200101151](#).
- [19] T. Lu and A. Srivastava, "Detailed electrical and reliability study of tapered TSVs," in *Proc. IEEE Int. 3D Syst. Integr. Conf. (3DIC)*, Oct. 2013, pp. 1–7, doi: [10.1109/3DIC.2013.6702350](#).
- [20] I. Ciofi et al., "Impact of wire geometry on interconnect RC and circuit delay," *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 63, no. 6, pp. 2488–2496, Jun. 2016, doi: [10.1109/TED.2016.2554561](#).
- [21] W. Steinhögl, G. Schindler, G. Steinlesberger, and M. Engelhardt, "Size-dependent resistivity of metallic wires in the mesoscopic range," *Phys. Rev. B, Condens. Matter*, vol. 66, no. 7, pp. 1–4, Aug. 2002, doi: [10.1103/physrevb.66.075414](#).
- [22] N. C. Wang, S. Sinha, B. Cline, C. D. English, G. Yeric, and E. Pop, "Replacing copper interconnects with graphene at a 7-nm node," in *Proc. IEEE Int. Interconnect Technol. Conf. (IITC)*, May 2017, pp. 1–3, doi: [10.1109/IITC-AMC.2017.7968949](#).
- [23] R. Saligram, S. Datta, and A. Raychowdhury, "Scaled back end of line interconnects at cryogenic temperatures," *IEEE Electron Device Lett.*, vol. 42, no. 11, pp. 1674–1677, Nov. 2021, doi: [10.1109/LED.2021.3117277](#).
- [24] A. Pyzyna et al. (2015). *Resistivity of Copper Interconnects Beyond the 7 Nm Node*. [Online]. Available: <http://www.itrs.net>