

# 考虑表面散射的矩形互连空间分辨电导率——第二部分：电路兼容建模

Xinkang Chen and Sumeet Kumar Gupta, *Senior Member, IEEE*

**摘要** - 在本研究的第一部分中，我们基于著名的富克斯 - 桑德海默 (FS) 方法，提出了一个考虑表面散射的互连电导率的空间分辨模型。然而，所提出的空间分辨 FS (SRFS) 模型涉及计算复杂的积分，使其不太适用于电路仿真。在本部分中，我们以 SRFS 模型为基础，开发了一种适用于矩形互连且考虑二维表面散射的电路兼容电导率模型。所提出的电路兼容模型提供了电导率的空间分辨率，并且对诸如电子平均自由程 ( $\lambda_0$ )、镜面反射率 ( $p$ ) 和互连几何形状等物理参数具有明确的依赖性。我们通过一系列物理参数对电路兼容模型进行了验证，结果表明其与第一部分中提出的物理 SRFS 模型高度吻合 (误差小于 0.7%)。我们还将电路兼容模型与之前的空间分辨解析模型 (为公平比较进行了适当修改) 进行了比较，结果表明我们的模型更准确地捕捉了电导率的空间分辨率以及对物理参数的依赖性。最后，我们基于与电路兼容的模型给出了平均电导率的半解析方程。

**关键词** - 二维电路兼容电导率模型、玻尔兹曼输运方程 (BTE)、富克斯 - 桑德海默 (FS) 模型、互连。

## I. 简介

技术规模的演进是提升电子设备性能的关键驱动力，有助于提高速度、能效和集成密度。随着我们迈向 7 纳米以下的技术节点，诸多障碍逐渐凸显[1]。其中，互连技术成为一项重大挑战，亟待解决。

为保持规模扩展的努力，需关注相关事项[2]。多种有前景的互连设计和材料为解决这一问题提供了潜在方案[3]、[4]，旨在提升互连性能。然而，互连的规模扩展仍是关键问题，众多研究证实，在先进工艺节点中，由于面临多重规模扩展挑战，互连已成为性能瓶颈[1]、[2]。要找到未来的互连候选方案，深入理解并建模互连的导电性和散射机制至关重要。

表面散射是随着互连横截面面积的缩小导致互连电阻率增加的一个重要机制。著名的富克斯 - 桑德海默 (FS) 理论[5]利用基本物理方程来描述表面散射。文献[6]提出了一种基于动力学理论原理的替代方法来处理表面散射。虽然这些方法对于完全漫反射散射 (镜面反射率  $p = 0$ ) 的导线能给出精确的结果，但对于一般  $p$  值的矩形导线，获得精确解一直是个难题[7]。为解决这一问题，文献[6]提出了一种利用完全漫反射散射的精确解进行无穷级数展开的方法。最近，文献[8]提出了一种使用“双曲余弦”函数的经验方法，提供了一个与空间相关的电阻率模型。这种方法对于模拟具有锥形结构的现代互连通孔 (即互连顶部开口较宽，底部开口较窄) 很有用[9]。然而，该模型作为经验模型，缺乏物理洞察力，并且依赖于拟合参数。为了同时实现空间依赖性和与物理参数的明确关系，在本系列工作的第一部分[10]中，我们基于玻尔兹曼输运方程 (BTE) 提出了一个空间分辨的 FS (SRFS) 模型。然而，与 FS 模型一样，SRFS 模型涉及复杂积分的计算，这使其不适合集成到计算机辅助设计 (CAD) 软件或电路模拟器中。因此，需要一种与电路兼容的模型来计算考虑表面散射的电导率，该模型应具有空间分辨率，并与互连材料/几何参数的方向关系。

在本文的这一部分，我们基于第一部分 SRFS 模型，针对矩形结构提出了一种与电路兼容的电导率模型，以满足这一需求。

Received 29 March 2024; revised 29 August 2024; accepted 19 September 2024. Date of publication 4 October 2024; date of current version 24 October 2024. This work was supported in part by the NEW materials for Logic, Memory and Interconnects (NEWLIMITS) Center through Semiconductor Research Corporation (SRC), National Institute of Standards and Technology (NIST), under Award 70NANB17H041. The review of this article was arranged by Editor L. Ge. (Corresponding author: Xinkang Chen.)

The authors are with the School of Electrical and Computer Engineering, Purdue University, West Lafayette, IN 47907 USA (e-mail: chen3030@purdue.edu; guptask@purdue.edu).

Color versions of one or more figures in this article are available at <https://doi.org/10.1109/TED.2024.3467029>.

Digital Object Identifier 10.1109/TED.2024.3467029

互连。所提出的方法将导电性（考虑表面散射）建模为横截面内位置以及诸如电子平均自由程（ $\lambda_0$ ）、镜面反射率（ $p$ ）和互连宽度/高度等物理参数的函数。

本著作第二部分的贡献在于以下几点。

我们基于第一部分中开发的 SRFS 模型[10]，提出了一种适用于电路的矩形互连空间分辨电导率模型。我们将该模型称为基于 SRFS 的电路兼容电导率（SRFS-C3）模型。

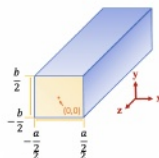
- 2) 我们为 SRFS-C3 模型的参数提出了表现良好的函数，将它们与  $\lambda_0$  和  $p$  相关联。
- 3) 我们对电路兼容模型进行了广泛验证，与 SRFS 模型相比，在空间分布以及随互连宽度/高度、 $\lambda_0$  和  $p$  变化趋势方面均表现出色。
- 4) 我们将 SRFS-C3 模型与先前提出的“双曲余弦”模型[8]（为公平比较已作适当修改）进行了对比，突出了我们方法的优势。
- 5) 我们给出了一种连续的半解析公式来计算平均电导率，并将其与先前基于 FS 的模型进行了验证。

## II. 背景

### A. SRFS 模型

在本研究的第一部分[10]中，我们提出了一个基于基本 BTE 衍生的 SRFS 模型[公式 (1) 中的  $\sigma_{\text{SRFS}}$ ]。SRFS 模型的主要优势在于，其电导率是作为互连横截面内位置的函数来表达的。此外，与原始的 FS 模型一样，SRFS 模型保留了电导率与基本电子传输参数（即  $\lambda_0$  和  $p$ ）以及横截面宽度（ $a$ ）和高度（ $b$ ）之间的显式关系。从以下内容可以看出

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{SRFS}}(x_n, y_n) &= \frac{\sigma_0}{4} \int_{\theta=0}^{\pi} \eta(x_n, y_n, \theta) \cos^2 \theta \sin \theta d\theta \\ \eta(x_n, y_n, \theta) &= 2\pi - (1 - p) \\ &\quad \times \left[ 2 \int_{\Phi=0}^{\frac{\pi}{2}} \left( \frac{e^{\frac{-\kappa_a}{2\sin\theta\cos\Phi}} \times \cosh\left(\frac{\kappa_a \times x_n}{2\sin\theta\cos\Phi}\right)}{1 - pe^{\frac{-\kappa_a}{\sin\theta\cos\Phi}}} + \frac{e^{\frac{-\kappa_b}{2\sin\theta\sin\Phi}} \times \cosh\left(\frac{\kappa_b \times y_n}{2\sin\theta\sin\Phi}\right)}{1 - pe^{\frac{-\kappa_b}{\sin\theta\sin\Phi}}} \right) d\Phi \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \sum_{n,d} \int_{\Phi=0}^{\frac{\pi}{2}} \left| \frac{e^{\frac{-\kappa_a \times d}{2\sin\theta\cos\Phi}}}{1 - pe^{\frac{-\kappa_a}{\sin\theta\cos\Phi}}} - \frac{e^{\frac{-\kappa_b \times n}{2\sin\theta\sin\Phi}}}{1 - pe^{\frac{-\kappa_b}{\sin\theta\sin\Phi}}} \right| d\Phi \right] \end{aligned}$$



哪里

$$\begin{aligned} (n, d) &\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (1 + y_n, 1 + x_n), (1 - y_n, 1 + x_n) \\ (1 + y_n, 1 - x_n), (1 - y_n, 1 - x_n) \end{array} \right\} \\ x_n &= \frac{x}{a/2} \in [-1, 1], \quad y_n = \frac{y}{b/2} \in [-1, 1] \\ \kappa_a &= \frac{a}{\lambda_0}, \quad \kappa_b = \frac{b}{\lambda_0} \end{aligned} \quad (1)$$

电导率是  $x_n$  和  $y_n$ （分别归一化到  $a$  和  $b$  的  $x$  和  $y$  位置）的函数，还取决于体铜电导率（ $\sigma_0$ ）、镜面反射率（ $p$ ，其中  $0 < p < 1$ ,  $p=0$  表示漫反射,  $p=1$  表示完全弹性散射）以及参数  $\kappa_a (= a/\lambda_0)$  和  $\kappa_b (= b/\lambda_0)$ 。

SRFS 模型包含嵌套积分，因此其评估需要大量的计算资源。为了使用适合 CAD 软件和电路模拟器的电导率模型，需要降低 SRFS 模型的计算需求，同时保持其空间分辨率和与物理参数的明确关系。所提出的 SRFS-C3 模型旨在满足这些要求。

### B. 具有空间依赖性的“cosh”模型

文献[8]中提出的半经验电阻率模型 (2) 能够根据导体的尺寸及其在横截面内的位置来捕捉表面散射的影响。

$$\rho(x, y) = \rho_0 + \rho_q \left( \frac{\cosh\left[\frac{x}{\lambda_q}\right]}{\cosh\left[\frac{a}{2\lambda_q}\right]} + \frac{\cosh\left[\frac{y}{\lambda_q}\right]}{\cosh\left[\frac{b}{2\lambda_q}\right]} \right). \quad (2)$$

这里， $\rho_0$  将体电阻率和其他散射机制（如晶界散射）合并在一起，而表达式的其余部分则考虑了由于表面散射导致的电阻率的空间依赖性，其中  $\rho_q$  和  $\lambda_q$  是模型拟合参数。这种方法（随后称为“双曲余弦”模型）与传统的 FS 模型相比的主要优势在于其电阻率的空间分辨率。然而，这种方法并不能直接捕捉到电导率与物理参数之间的关系。我们在第一部分 [10] 中也表明，基于 [8] 中参数的这种经验方法所预测的空间分布与从基本方程推导出的物理 SRFS 模型有很大不同，尽管这两种模型的平均电导率值相同（且与 [8] 中的实验结果相匹配）。然而，问题在于“双曲余弦”函数能否与 SRFS 模型结合使用，以更好地预测电导率的空间分布。我们在本文后面会探讨这个问题。

## III. SRFS-C3 模型

如前所述，第一部分中提出的 SRFS 模型[10]提供了空间分辨率以及与物理参数的关联，但缺乏电路兼容性。换句话说，如果使用 SRFS 模型计算互连横截面每一点的电导率，对于电路或 CAD 模拟而言，计算时间将过于漫长。为解决这一问题，我们 SRFS-C3 模型的基本前提是开发一种分析函数，能够基于此预测电导率的空间分布。

仅基于 SRFS 模型在少数几个空间位置上获得的电导率值。正如我们稍后将展示的, SRFS-C3 方法仅需要矩形互连的四个点(对于对称的正方形互连仅需要三个点)的 SRFS 电导率值(来自 (1) 的  $\sigma_{\text{SRFS}}$ )。因此, 通过仅调用 SRFS 模型四次, 并使用所提出的解析函数, SRFS-C3 就能够以较高的精度预测整个横截面的空间分布以及随  $p, \lambda_0, a$  和  $b$  变化的趋势。这有助于显著加快计算速度, 从而使 SRFS-C3 模型与电路兼容。为了说明我们的技术, 让我们首先从一维 SRFS-C3 模型的空间分辨电导率开始。然后将其扩展到二维。

### A. 1-D SRFS-C3 模型

在使用 (1) 式对 SRFS 模型进行分析时, 我们发现空间分辨电导率 ( $\sigma$ ) 关于  $x$  (或  $y$ ) 的偏导数的分布与  $\tanh^{-1}$  函数类似(尤其是在互连中心附近)。然而, 如果对  $\tanh^{-1}$  函数进行积分以求得电导率, 所得模型无法预测互连边缘附近的陡峭斜率, 尤其是在  $\kappa_a$  值较高时。另一方面, [8] 中使用的双曲余弦函数在较宽的  $\kappa_a$  范围内能够追踪到互连边缘附近的陡峭度, 但无法匹配整体的空间依赖性(如第一部分 [10] 所示)。因此, 为了在整个空间区域内获得良好的匹配, 我们通过结合  $\tanh^{-1}$  和双曲余弦函数的特性来继续进行, 具体如下。我们从  $\sigma$  关于  $x_n$  的二阶偏导数开始, 以反映基于  $\tanh^{-1}$  的电导率导数与基于双曲余弦的电导率分布的函数特性。为此, 我们使用以下解析函数:

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial x_n^2} = \frac{\alpha_x \cosh(\beta_a x_n)}{1 - x_n^2}. \quad (3)$$

这里, 双曲余弦函数 ( $\cosh$ ) 用于表示基于双曲余弦的电导率曲线的二阶导数, 而  $(1/(1-x_n^2))$  则用于表示基于双曲正切的电导率曲线一阶导数。将两者相乘, 以结合各自函数的特性。参数  $\alpha_x$  和  $\beta_a$  将在后续详细讨论。

为计算电导率, 我们对 (3) 式关于  $x_n$  进行双重积分, 利用在  $x_n = 0$  (导线中心) 和  $x_n = 1$  (导线边缘) 处的边界条件, 从而得到

$$\sigma(x_n) = \sigma|_{x_n=0} - (\sigma|_{x_n=0} - \sigma|_{x_n=1}) \times \frac{\xi(x_n, \beta_a)}{\xi_1(\beta_a)} \quad (4)$$

哪里

$$\begin{aligned} \xi(x_n, \beta_a) &= (1+x_n) \left\{ \cosh(\beta_a) [\text{Chi}(\beta_a(1+x_n)) - \text{Chi}(\beta_a)] \right. \\ &\quad \left. - \sinh(\beta_a) [\text{Shi}(\beta_a(1+x_n)) - \text{Shi}(\beta_a)] \right\} \\ &\quad + (1-x_n) \left\{ \cosh(\beta_a) [\text{Chi}(\beta_a(1-x_n)) - \text{Chi}(\beta_a)] \right. \\ &\quad \left. - \sinh(\beta_a) [\text{Shi}(\beta_a(1-x_n)) - \text{Shi}(\beta_a)] \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

和

$$\begin{aligned} \xi_1(\beta_a) &= \xi(1, \beta_a) \\ &= 2 \times [\cosh(\beta_a) (\text{Chi}(2\beta_a) - \text{Chi}(\beta_a)) \\ &\quad - \sinh(\beta_a) (\text{Shi}(2\beta_a) - \text{Shi}(\beta_a))]. \end{aligned} \quad (6)$$

这里,  $\text{Chi}$  是双曲余弦积分(在 MATLAB 中为 “coshint”)函数,  $\text{Shi}$  是双曲正弦积分(在 MATLAB 中为 “sinhint”)函数。参数  $\beta_a$  用于拟合, 通过最小化电路兼容模型与 SRFS 模型之间的均方误差 (mse) 来获得。  $\beta_a$  是  $\kappa_a$  的函数(因此也是  $a$  和  $\lambda_0$ ) 以及  $p$  的函数。我们将在后面详细讨论  $\beta_a$  的拟合以及  $\beta_a$  的解析模型。一旦应用边界条件, 参数  $\alpha_x$  就会融入上述表达式中。边界值  $\sigma|_{x_n=0}$  和  $\sigma|_{x_n=1}$  需要从 1-D SRFS 模型中获得, 即使用 (1) 式, 忽略与  $y_n$  相关的项(例如, 通过设置  $\kappa_b \rightarrow \infty$ , 详情见第一部分 [10])。请注意, 空间分布预计相对于原点对称的, 即  $\sigma|_{x_n=1} = \sigma|_{x_n=-1}$ , 因此, 我们使用沿  $x$  方向的导线中心和边缘的边界条件。因此, 仅通过使用一维 SRFS 模型中的两个值, 所提出的 (4) 式中的 1-D SRFS-C3 模型就能够预测任意  $x_n$  (在 -1 到 1 范围内) 的空间分布情况。我们也可以采用同样的步骤, 通过其自身的拟合参数  $\beta_b$  ( $p$  和  $\kappa_b$  的函数, 因此也是  $b$  和  $\lambda_0$ ) 以及从 SRFS 模型中获得的边界点  $\sigma|_{y_n=0}$  和  $\sigma|_{y_n=1}$  的函数) 来获取关于  $y_n$  的空间依赖性。考虑到上述讨论, 现在让我们来解释二维 SRFS-C3 模型。

### B. 二维 SRFS-C3 模型

为了从 (4) 式的一维模型获得二维 SRFS-C3 模型, 我们采用以下步骤。

- 1) 给定互连横截面内任意位置  $(x_n, y_n)$ , 我们想在此处求出  $\sigma(x_n, y_n)$ , 首先利用 (4) 式求得

$$\begin{aligned} \sigma(x_n, 0) &= \sigma_{\text{SRFS}}(0, 0) - (\sigma_{\text{SRFS}}(0, 0) - \sigma_{\text{SRFS}}(1, 0)) \\ &\quad \times \frac{\xi(x_n, \beta_a)}{\xi_1(\beta_a)}. \end{aligned} \quad (7)$$

在此,  $\sigma_{\text{SRFS}}$  指的是在第一部分 [10] 中推导出的 SRFS 模型, 其表达式为 (1)。

- 2) 通过类似的过程, 我们可得  $\sigma(x_n, 1)$  如下:

$$\begin{aligned} \sigma(x_n, 1) &= \sigma_{\text{SRFS}}(0, 1) - (\sigma_{\text{SRFS}}(0, 1) - \sigma_{\text{SRFS}}(1, 1)) \\ &\quad \times \frac{\xi(x_n, \beta_a)}{\xi_1(\beta_a)}. \end{aligned} \quad (8)$$

- 3) 然后, 我们沿  $y$  方向使用一维方程来计算  $\sigma(x_n, y_n)$

$$\begin{aligned} \sigma(x_n, y_n) &= \sigma(x_n, 0) - (\sigma(x_n, 0) - \sigma(x_n, 1)) \\ &\quad \times \frac{\xi(y_n, \beta_b)}{\xi_1(\beta_b)}. \end{aligned} \quad (9)$$

这里,  $\sigma(x_n, 0)$  和  $\sigma(x_n, 1)$  分别由 (7) 式和 (8) 式得出。



我们按照上述过程来获取  $\sigma(x_n, y_n)$  的解析公式

$$\begin{aligned} \sigma(x_n, y_n) &= \sigma_{\text{SRFS}}(0, 0) - (\sigma_{\text{SRFS}}(0, 0) - \sigma_{\text{SRFS}}(1, 0)) \times \frac{\xi(x_n, \beta_a)}{\xi_1(\beta_a)} \\ &\quad - (\sigma_{\text{SRFS}}(0, 0) - \sigma_{\text{SRFS}}(0, 1)) \times \frac{\xi(y_n, \beta_b)}{\xi_1(\beta_b)} \\ &\quad - (\sigma_{\text{SRFS}}(0, 1) + \sigma_{\text{SRFS}}(1, 0) - \sigma_{\text{SRFS}}(0, 0) - \sigma_{\text{SRFS}}(1, 1)) \\ &\quad \times \frac{\xi(x_n, \beta_a) \xi(y_n, \beta_b)}{\xi_1(\beta_a) \xi_1(\beta_b)}. \end{aligned} \quad (10)$$

可以注意到, 我们仅需从 (1) 中的 SRFS 模型获取四个点, 即可计算出整个空间轮廓。这得益于 (5) 中描述的解析  $\xi$  函数, 该函数构成了所提出的 SRFS-C3 模型的基础。同样值得注意的是, (10) 包含仅依赖于  $x_n$  (第二项) 或  $y_n$  (第三项) 的项, 但同时它还通过最后一项捕获了交叉相互作用, 该项为  $x_n$ -和  $y_n$ -依赖项的乘积。这与 (1) 中的 SRFS 模型类似, 后者包含仅依赖于  $x_n$  和  $y_n$  的项以及一个同时依赖于  $x_n$  和  $y_n$  的项。

### C. SRFS-C3 参数 $\beta_a(\beta_b)$ : 拟合与建模

参数  $\beta_a(\beta_b)$  可通过最小化 SRFS-C3 与 SRFS 模型之间的均方误差来获得。为使模型保持简洁, 我们分别对  $\beta_a$  和  $\beta_b$  进行拟合, 即在拟合参数时忽略  $x_n$  和  $y_n$  之间的交叉相互作用。(但请注意, 尽管  $\beta_a$  和  $\beta_b$  是分别获得的, 但电导率分布中的  $x_n$ - $y_n$  相互作用在 (10) 式中的最后一项中得到了体现)。稍后我们将展示, 尽管对拟合参数做了这样的假设, 但 SRFS-C3 模型仍与 SRFS 模型非常吻合。如前所述,  $\beta_a(\beta_b)$  是  $\kappa_a(\kappa_b)$  和  $p$  的函数。因此, 我们通过扫描  $\kappa_a$  和  $p$  来找到  $\beta_a$  的最佳拟合值。(请注意, 通过将  $\beta_a$  与  $\kappa_a$  相关联, 我们可以通过将  $\kappa_b$  替换为  $\kappa_a$  来无缝地找到  $\beta_b$ 。此后, 我们将以  $\beta_a$  和  $\kappa_a$  来进行讨论)。不同  $\kappa_a$  和  $p$  下  $\beta_a$  的最佳拟合值如图 1 所示。有趣的是, 对于  $\kappa_a > 1$ ,  $\beta_a$  与  $p$  无关, 并且相对于  $\kappa_a$  呈线性关系, 斜率为  $(2/\pi)$ 。另一方面, 对于小的  $\kappa_a$  ( $\kappa_a < 1$ ),  $\beta_a$  偏离这种线性行为, 并且表现出对  $p$  的依赖性。此外, 在  $p=0$  和  $\kappa_a \rightarrow 0$  时,  $\beta_a \rightarrow 1$ 。基于这些经验观察,  $\beta_a$  与  $\kappa_a$  和  $p$  之间的关系大致可以用以下方程来描述:

$$\beta_a = \max \left[ \frac{2}{\pi} \kappa_a + 1 + \ln \left( \tanh \frac{\kappa_a^2}{\varepsilon p} \right), 0.01 \right]. \quad (11)$$

这里,  $\varepsilon$  是一个拟合参数, 通过最小化 (11) 与  $\beta_a$  的最佳拟合值之间的均方误差, 确定其值为 0.42。图 1(a)-(d) 展示了 (11) 在不同  $p$  和  $\kappa$  值下的行为, 表明 (11) 能够使用一个简单的方程合理地描述  $\beta_a$ 、 $\kappa_a$  和  $p$  之间的关系 (除了在  $\kappa_a$  较小时存在一些偏差)。

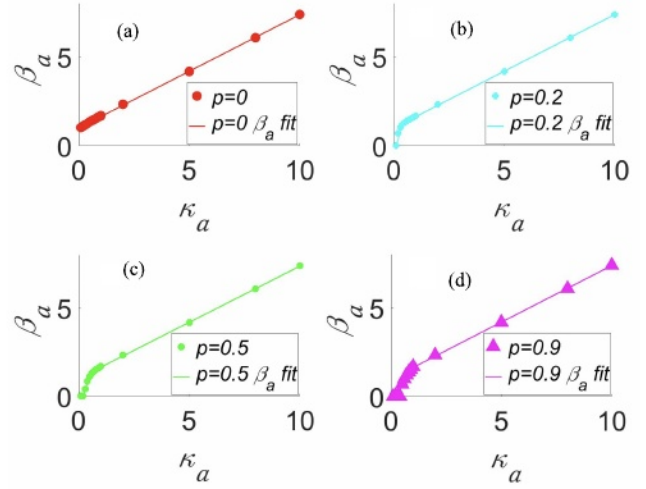


图 1.  $\beta_a$  与  $\kappa_a$  显示了最佳拟合值以点表示, 以及从公式 (11) 获得的近似拟合值以线表示, 其中 (a)  $p=0$ , (b)  $p=0.2$ , (c)  $p=0.5$ , (d)  $p=0.9$ 。

完整的 SRFS-C3 模型总结在本页末尾和下一页开头。请注意, SRFS-C3 模型基于电导率相减, 正如我们在第一部分 [10] 中所指出的, 这比“双曲余弦”模型 [8] 中使用的电阻率相加更具物理意义。

SRFS-C3 模型具有通用性, 也可应用于薄膜 (沿  $y$  方向的厚度为  $b$ )。为此, 我们令  $\kappa_a \rightarrow \infty$ , 从而得到

$$\sigma_{\text{SRFS-C3}}(y_n) = \sigma_{\text{SRFS}}(0, 0) - (\sigma_{\text{SRFS}}(0, 0) - \sigma_{\text{SRFS}}(0, 1)) \times \frac{\xi(y_n, \beta_b)}{\xi_1(\beta_b)}. \quad (12)$$

请注意, 还可以考虑使用多项式和二维傅里叶插值方法, 通过使用 SRFS 计算中的一些点来预测空间分布。然而, 这将需要多次计算 SRFS, 从而降低电路兼容性。仅使用四个 SRFS 点来实现多项式或傅里叶插值无法充分捕捉空间分布。此外, 由于电导率分布的形状高度依赖于  $\kappa$  (在一定程度上也依赖于  $p$ ), 多项式插值的参数 (例如最佳点数或采样点) 可能取决于  $\kappa$ , 这会降低模型的适应性及其在广泛参数范围内的无缝应用。

考虑镜面散射的最终 SRFS-C3 电导率模型

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{SRFS-C3}}(x_n, y_n) &= \sigma_{\text{SRFS}}(0, 0) - (\sigma_{\text{SRFS}}(0, 0) - \sigma_{\text{SRFS}}(1, 0)) \\ &\quad \times \frac{\xi(x_n, \beta_a)}{\xi_1(\beta_a)} - (\sigma_{\text{SRFS}}(0, 0) - \sigma_{\text{SRFS}}(0, 1)) \\ &\quad \times \frac{\xi(y_n, \beta_b)}{\xi_1(\beta_b)} - (\sigma_{\text{SRFS}}(0, 1) + \sigma_{\text{SRFS}}(1, 0) \\ &\quad - \sigma_{\text{SRFS}}(0, 0) - \sigma_{\text{SRFS}}(1, 1)) \\ &\quad \times \frac{\xi(x_n, \beta_a) \xi(y_n, \beta_b)}{\xi_1(\beta_a) \xi_1(\beta_b)} \end{aligned}$$

哪里

$$\begin{aligned}\xi(x_n, \beta_a) &= (1 + x_n) \{ \cosh(\beta_a) [\text{Chi}(\beta_a(1 + x_n)) - \text{Chi}(\beta_a)] \\ &\quad - \sinh(\beta_a) [\text{Shi}(\beta_a(1 + x_n)) - \text{Shi}(\beta_a)] \} \\ &\quad + (1 - x_n) \{ \cosh(\beta_a) [\text{Chi}(\beta_a(1 - x_n)) - \text{Chi}(\beta_a)] \\ &\quad - \sinh(\beta_a) [\text{Shi}(\beta_a(1 - x_n)) - \text{Shi}(\beta_a)] \}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\xi(y_n, \beta_b) &= (1 + y_n) \{ \cosh(\beta_b) [\text{Chi}(\beta_b(1 + y_n)) - \text{Chi}(\beta_b)] \\ &\quad - \sinh(\beta_b) [\text{Shi}(\beta_b(1 + y_n)) - \text{Shi}(\beta_b)] \} \\ &\quad + (1 - y_n) \{ \cosh(\beta_b) [\text{Chi}(\beta_b(1 - y_n)) - \text{Chi}(\beta_b)] \\ &\quad - \sinh(\beta_b) [\text{Shi}(\beta_b(1 - y_n)) - \text{Shi}(\beta_b)] \}\end{aligned}$$

和

$$\begin{aligned}\xi_1(\beta_a) &= 2 \times [\cosh(\beta_a) (\text{Chi}(2\beta_a) - \text{Chi}(\beta_a)) \\ &\quad - \sinh(\beta_a) (\text{Shi}(2\beta_a) - \text{Shi}(\beta_a))]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\xi_1(\beta_b) &= 2 \times [\cosh(\beta_b) (\text{Chi}(2\beta_b) - \text{Chi}(\beta_b)) \\ &\quad - \sinh(\beta_b) (\text{Shi}(2\beta_b) - \text{Shi}(\beta_b))]\end{aligned}$$

$$x_n = \frac{x}{a/2} \in [-1, 1], \quad y_n = \frac{y}{b/2} \in [-1, 1]$$

$$\kappa_a = \frac{a}{\lambda_0}, \quad \kappa_b = \frac{b}{\lambda_0}$$

$$\beta_a = \max \left[ \frac{2}{\pi} \kappa_a + 1 + \ln \left( \tanh \frac{\kappa_a^2}{0.42p} \right), 0.01 \right]$$

$$\beta_b = \max \left[ \frac{2}{\pi} \kappa_b + 1 + \ln \left( \tanh \frac{\kappa_b^2}{0.42p} \right), 0.01 \right].$$

然而，有一个问题值得探讨：能否仅利用从 SRFS 模型中获取的少量值（类似于我们的方法），与“cosh”模型（类似于[8]）结合用来预测电导率的空间分布。接下来我们将探讨这个问题。

#### IV. 改良版“COSH”模型

在本研究的第一部分[10]中，我们通过匹配平均电导率将所提出的 SRFS 电导率模型与文献[8]中的“双曲余弦”模型进行了比较。我们观察到它们的空间分布存在显著差异。因此，为了公平地将“双曲余弦”模型与 SRFS-C3 方法进行比较，在本节中，我们将“双曲余弦”模型与 SRFS 模型结合使用，采用与 SRFS-C3 方法类似的处理方式。

我们采用“双曲余弦”模型作为分析函数，根据从 SRFS 模型中获得的几个电阻率（1/电导率）值来预测电阻率的空间分布，即 (1) 式的倒数。按照上一节的类似方法，我们从 SRFS 模型中找到四个值：（ $-\sigma_{\text{SRFS}}(0, 0)$ ）、（ $\sigma_{\text{SRFS}}(1, 0)$ ）、（ $\sigma_{\text{SRFS}}(0, 1)$ ）和（ $\sigma_{\text{SRFS}}(1, 1)$ ）。修正后的归一化“双曲余弦”模型如下式所示：

$$\begin{aligned}\rho(x_n, y_n) &= \rho_b + \rho_{qx} \left( \frac{\cosh \left[ \frac{\kappa_a x_n}{2\lambda_{na}} \right] - 1}{\cosh \left[ \frac{\kappa_a}{2\lambda_{na}} \right] - 1} \right) + \rho_{qy} \left( \frac{\cosh \left[ \frac{\kappa_b y_n}{2\lambda_{nb}} \right] - 1}{\cosh \left[ \frac{\kappa_b}{2\lambda_{nb}} \right] - 1} \right)\end{aligned}$$

$$- \rho_q \left( \frac{\cosh \left[ \frac{\kappa_a x_n}{2\lambda_{na}} \right] - 1}{\cosh \left[ \frac{\kappa_a}{2\lambda_{na}} \right] - 1} \right) \times \left( \frac{\cosh \left[ \frac{\kappa_b y_n}{2\lambda_{nb}} \right] - 1}{\cosh \left[ \frac{\kappa_b}{2\lambda_{nb}} \right] - 1} \right)$$

$$\begin{aligned}\rho_b &= \frac{1}{\sigma_{\text{SRFS}}(0, 0)}, \quad \rho_{qx} = \frac{1}{\sigma_{\text{SRFS}}(1, 0)} - \rho_b \\ \rho_{qy} &= \frac{1}{\sigma_{\text{SRFS}}(0, 1)} - \rho_b \\ \rho_q &= \frac{1}{\sigma_{\text{SRFS}}(1, 0)} + \frac{1}{\sigma_{\text{SRFS}}(0, 1)} - \frac{1}{\sigma_{\text{SRFS}}(0, 0)} \\ &\quad - \frac{1}{\sigma_{\text{SRFS}}(1, 1)}.\end{aligned}\tag{13}$$

在此， $\lambda_{na} (= \lambda_{qa}/\lambda_0)$  和  $\lambda_{nb} (= \lambda_{qb}/\lambda_0)$  是新的模型拟合参数（请记住， $\lambda_q$  是[8]中 (2) 式的拟合参数）。我们基于最小化与 SRFS 模型相关的均方误差来确定  $\lambda_{na}$  ( $\lambda_{nb}$ ) 的最佳拟合值。我们提出一个近似拟合表达式如下：

$$\lambda_{na} = 0.234 \tanh(0.4\kappa_a) + 0.0875(\tanh(0.7\kappa_a) + 0.03)p.\tag{14}$$

与在所提出的 SRFS-C3 模型中使用的  $\beta_a$  表达式相比，(14) 中的  $\lambda_{na}$  表达式要复杂一些。而且，(14) 的拟合精度也不如 (11)。一种可能的提高精度的方法是将  $\lambda_{na}$ （以及  $\lambda_{nb}$ ）视为  $\kappa_a$  和  $\kappa_b$  的函数，不过这会增加模型的复杂性。我们的分析表明，这样做确实能提高模型的精度，但只是略有提高。因此，为了保持模型的简洁性，我们仅将  $\lambda_{na}$  视为  $\kappa_a$  的函数（即  $\lambda_{nb}$  仅视为  $\kappa_b$ ）的函数，如 (14) 所示。此外，正如我们在第 III 节中指出的那样，修改后的“双曲余弦”模型是基于电阻率的累加。相反，所提出的 SRFS-C3 是基于电导率的减法，这与原始 FS [5] 和我们的 SRFS 方法的物理模型更为一致。

#### V. 电导率的空间分布分析

在本节中，我们对由所提出的 SRFS-C3 模型、改进的“双曲余弦”模型以及精确的物理 SRFS 模型所预测的方形互连（ $\kappa_a = \kappa_b = \kappa$ ）的电导率空间分辨率进行了比较，比较涵盖了三种  $\kappa$  值（0.2、1 和 5）和三种  $p$  值（0、0.5 和 0.9），这些参数的范围很广。（我们对矩形导线也进行了类似的比较，得出的结论相似；此处为避免重复，未列出其结果）。

图 2 展示了将从 (11) 和 (14) 式获得的拟合参数纳入近似模型后的对比情况（称为近似拟合）。我们展示了两个不同  $y_n$  值下作为  $x_n$  函数的曲线。请注意，由于 SRFS-C3 和 SRFS 模型相对于  $x_n$  和  $y_n$  是对称的，因此当我们将电导率曲线绘制为  $y_n$  的函数时，会观察到类似的曲线（为节省篇幅，此处未展示）。可以看出，SRFS-C3 模型在广泛的  $\kappa_a$  和  $p$  范围内与物理 SRFS 模型高度吻合。此外，与修改后的“双曲余弦”模型相比，所提出的 SRFS-C3 模型与 SRFS 模型的匹配度更高。唯一的例外是在非常小的

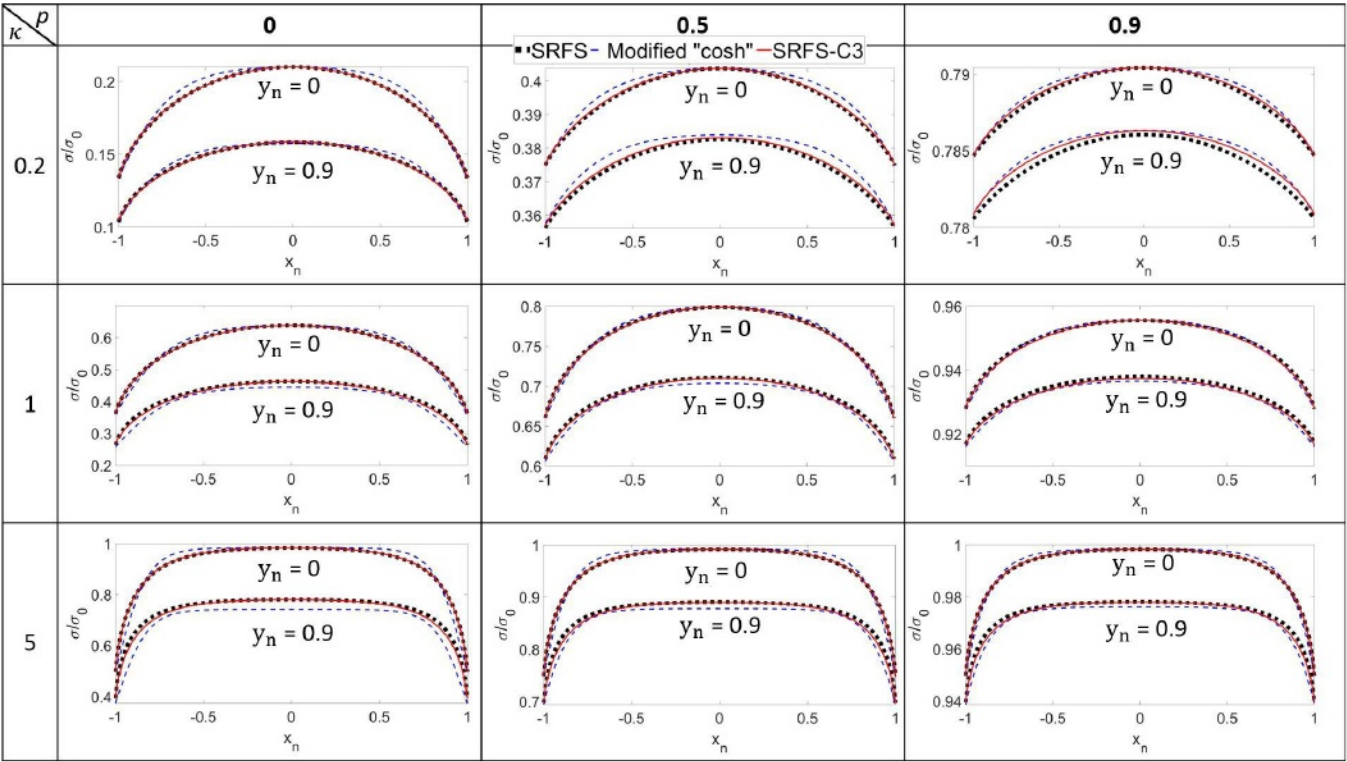


图 2. 对于不同  $\kappa$  和  $p$  值, 当  $y_n (=y/(b/2)) = 0$  和  $0.9$  时,  $\sigma/\sigma_0$  (电导率归一化至体电导率) 相对于  $x_n (=x/(a/2))$  的空间分布曲线。模型参数对应于近似拟合场景。

表一

二维横截面之间的平均误差  
SRFS-C3 与 SRFS 以及修正的 “COSH” 和 SRFS 模型 (最佳拟合)

$\kappa \backslash p$	SRFS-C3						Modified "cosh"					
	0.2	0.5	1	2	5	10	0.2	0.5	1	2	5	10
0	0.2%	1.4%	0.2%	1.8%	0.3%	2.4%	0.4%	3.2%	0.3%	3.5%	0.3%	2.4%
0.5	0.1%	0.1%	0.0%	0.3%	0.0%	0.5%	0.1%	0.9%	0.1%	1.2%	0.1%	0.9%
0.9	0.1%	0.0%	0.0%	0.1%	0.0%	0.2%	0.1%	0.5%	0.3%	0.8%	0.3%	0.8%

表二

二维横截面之间的平均误差  
SRFS-C3 与 SRFS 以及修正的 “COSH” 和 SRFS 模型 (近似拟合)

$\kappa \backslash p$	SRFS-C3						Modified "cosh"					
	0.2	0.5	1	2	5	10	0.2	0.5	1	2	5	10
0	0.1%	2.8%	0.3%	2.3%	0.5%	2.4%	0.7%	3.2%	0.3%	3.5%	0.3%	2.4%
0.5	0.1%	0.8%	0.1%	0.6%	0.2%	0.9%	0.1%	1.2%	0.1%	1.2%	0.1%	0.9%
0.9	0.0%	0.1%	0.0%	0.1%	0.1%	0.1%	0.1%	0.1%	0.1%	0.1%	0.0%	0.2%

$\kappa_a$  和高  $p$  值的情况下, 修改后的 “双曲余弦” 函数表现稍好一些。

当  $y_n = 0.9$  时, 改进的 “双曲余弦” 模型的局限性变得更加明显。另一方面, 对于  $y_n = 0$  和  $0.9$  的情况, SRFS-C3 模型与 SRFS 的吻合度都很高。

为了展示 SRFS-C3 模型和改进的 “双曲余弦” 模型对从 SRFS 获得的电导率分布的模拟效果, 我们报告了 SRFS-C3 与 SRFS 以及改进的 “双曲余弦” 模型与 SRFS 模型在整个互连 2-D 截面中的误差。我们给出的结果是

表三

在二维横截面之间出现的最大误差为  
SRFS-C3 与 SRFS 以及修正的 “COSH” 和 SRFS 模型 (最佳拟合)

$\kappa \backslash p$	SRFS-C3						Modified "cosh"					
	0.2	0.5	1	2	5	10	0.2	0.5	1	2	5	10
0	0.9%	5.5%	1.2%	7.7%	1.8%	10.0%	3.0%	15.9%	5.1%	22.0%	6.0%	23.1%
0.5	0.3%	0.3%	0.1%	1.0%	0.2%	1.8%	0.8%	3.3%	1.6%	5.4%	2.0%	5.9%
0.9	0.1%	0.0%	0.0%	0.1%	0.0%	0.2%	0.1%	0.5%	0.3%	0.8%	0.3%	0.8%

表 IV

在二维横截面之间出现的最大误差为  
SRFS-C3 与 SRFS 以及修正的 “COSH” 和 SRFS 模型 (近似拟合)

$\kappa \backslash p$	SRFS-C3						Modified "cosh"					
	0.2	0.5	1	2	5	10	0.2	0.5	1	2	5	10
0	0.9%	6.4%	1.4%	5.8%	2.3%	10.0%	3.6%	16.7%	5.0%	22.6%	6.1%	23.1%
0.5	0.3%	1.5%	0.2%	1.3%	0.5%	1.8%	1.0%	3.7%	1.6%	5.4%	2.0%	5.9%
0.9	0.1%	0.1%	0.0%	0.2%	0.1%	0.2%	0.2%	0.6%	0.3%	0.8%	0.3%	0.8%

两个案例: 1) 表 I 中的最佳拟合情况 (在不使用 (11) 和 (14) 的情况下, 对于  $\beta_a$  和  $\lambda_{na}$  的最小均方误差); 2) 表 II 中的近似拟合情况 (使用 (11) 和 (14))。整个互连横截面的最大误差也在表 III 和表 IV 中进行了比较。对于最佳拟合情况, SRFS-C3 的平均误差在所有  $\kappa$  和  $p$  值下均小于 0.4%, 最大误差小于 6%。另一方面, 对于修改后的 “双曲余弦” 函数, 平均误差小于 3.5%, 最大误差小于 23.1%。

我们还对电路兼容模型相对于 SRFS 模型所获得的速度提升进行了量化。为此, 我们使用  $201 \times 201$  的采样网格对一个表面进行了评估。



在互连截面的各点上。基准是使用 MATLAB 内置积分函数和“parfor”循环的 SRFS 模型。作为另一种方法，我们为 SRFS 模型实现了十点高斯求积方案，其速度比基准快 7.3 倍。另一方面，所提出的 SRFS-C3 模型比基准快约 48.6 倍。我们注意到，通过为 Chi 和 Shi 函数建立查找表（而不是使用 MATLAB 函数计算它们），SRFS-C3 模型的计算时间可以进一步缩短。请注意，这种基于查找表的方法是可行的，因为 Chi 和 Shi 是定义明确的函数。另外，由于我们为标准函数建立查找表，所以相同的查找表可用于不同的模型参数（如  $\kappa$  和  $p$ ），因此这一步仅产生可忽略的一次性成本。因此，通过为 Chi 和 Shi 函数使用查找表，而不是每次重新计算，相对于基准的速度提升进一步增加到 81 倍。修改后的“cosh”模型也实现了 81 倍的速度提升。与原始的 SRFS 模型相比，所提出的 SRFS-C3 模型在计算时间上大幅减少，同时仍能实现近乎一致的效果。

## VI. 基于 SRFS-C3 的半解析平均电导率模型

SRFS-C3 模型的一个显著意义在于，它能够矩形互连中考虑表面散射的平均电导率提供一个连续的解析模型，适用于广泛的物理参数范围。正如我们在第一部分 [10] 中提到的，在 [11] 中，针对正方形导线的 FS 模型（ $\kappa_a = \kappa_b$ ）对于  $p = 0$  进行了近似处理，以提供适用于不同情况（例如  $\kappa_a \gg 1$ ,  $\kappa_a > 4$ ,  $\kappa_a \ll 1$ ,  $\kappa_a \approx 1$  等）的不同解析表达式。尽管这些表达式在提供平均电导率的紧凑模型并将其与物理参数相关联方面非常有用，但它们并不能无缝覆盖整个  $\kappa$  范围。一些后续工作将这些表达式扩展到了矩形导线和一般  $p$  的情况，但这些表达式仅在特定的  $\kappa_a$  范围内有效这一局限性仍然存在。采用 SRFS-C3 模型，我们获得了以下好处：1) 单个模型适用于广泛的  $\kappa_a$ 、 $\kappa_b$  和  $p$ ；2) 该模型是解析的，易于积分；3) 该模型与物理 SRFS 模型高度吻合。换句话说，我们能够避开文献 [11] 中近似解析表达式的局限性，从而获得一个精确的连续模型。与文献 [12] 中的解析表达式相比，唯一不足之处在于所提出的模型需要通过计算 (1) 式中的积分来确定四个值，这使其成为半解析模型。

通过将 (10) 式对（积分限为 -1 到 1）进行积分，并除以面积（ $=ab$ ），得到的平均电导率（ $\sigma_{\text{avg}}$ ）模型如以下方程所示：

$$\sigma_{\text{avg}} = \sigma_{\text{SRFS}}(0, 0) - (\sigma_{\text{SRFS}}(0, 0) - \sigma_{\text{SRFS}}(1, 0)) \times \left[ 1 - \frac{\sinh(\beta_a)}{\beta_a} \right] - (\sigma_{\text{SRFS}}(0, 0) - \sigma_{\text{SRFS}}(0, 1)) \times \left[ 1 - \frac{\sinh(\beta_b)}{\beta_b} \right] - (\sigma_{\text{SRFS}}(0, 0) - \sigma_{\text{SRFS}}(1, 1)) \times \left[ 1 - \frac{\sinh(\beta_a)/\beta_a}{\xi_1(\beta_a)} \right] \times \left[ 1 - \frac{\sinh(\beta_b)/\beta_b}{\xi_1(\beta_b)} \right] \quad (15)$$

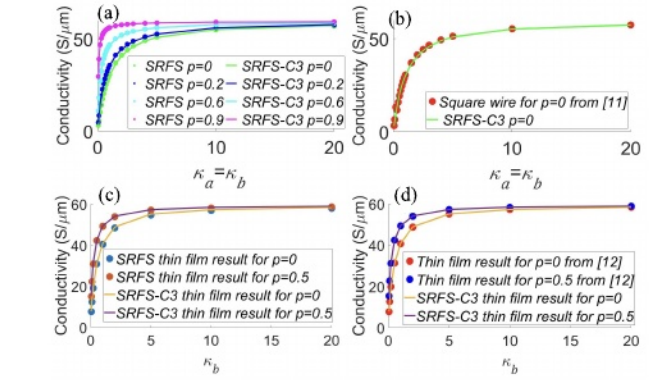


图 3. (a) 对于不同  $\kappa$  和  $p$  值的方形导线，SRFS 模型与 SRFS-C3 模型显示出良好的一致性。(b) 对于不同  $\kappa$  值的方形导线，SRFS-C3 模型与文献 [11] 中的二维 FS 模型显示出接近的一致性。(c) 对于不同  $\kappa$  和  $p$  值的薄膜，SRFS-C3 模型与薄膜 SRFS 模型显示出良好的一致性。(d) 对于不同  $\kappa$  和  $p$  值的薄膜，SRFS-C3 模型与文献 [12] 中的薄膜 FS 模型显示出接近的一致性。

哪里

$$\begin{aligned} \xi_1(\beta_a) &= 2 \times [\cosh(\beta_a)(\text{Chi}(2\beta_a) - \text{Chi}(\beta_a)) \\ &\quad - \sinh(\beta_a)(\text{Shi}(2\beta_a) - \text{Shi}(\beta_a))] \\ \xi_1(\beta_b) &= 2 \times [\cosh(\beta_b)(\text{Chi}(2\beta_b) - \text{Chi}(\beta_b)) \\ &\quad - \sinh(\beta_b)(\text{Shi}(2\beta_b) - \text{Shi}(\beta_b))] \\ \kappa_a &= \frac{a}{\lambda_0}, \quad \kappa_b = \frac{b}{\lambda_0} \\ \beta_a &= \max \left[ \frac{2}{\pi} \kappa_a + 1 + \ln \left( \tanh \frac{\kappa_a^2}{0.42p} \right), 0.01 \right] \\ \beta_b &= \max \left[ \frac{2}{\pi} \kappa_b + 1 + \ln \left( \tanh \frac{\kappa_b^2}{0.42p} \right), 0.01 \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

图 3(a) 对比了由 (15) 式得出的  $\sigma_{\text{avg}}$  与通过数值积分 SRFS 模型并除以  $ab$  得到的结果（对于正方形导线， $\kappa_a = \kappa_b = \kappa$ ）。结果表明，在不同的  $\kappa$  和  $p$  值下，两者高度吻合。在图 3(b) 中，我们还将 (15) 式得出的平均电导率与文献 [11] 中  $p = 0$  时的模型值进行了比较，同样显示出高度的一致性。

采用与矩形导线相同的方法，我们可得出薄膜的平均电导率（ $\sigma_{\text{avg}}$ ）如下：

$$\sigma_{\text{avg}} = \sigma_{\text{SRFS}}(0, 0) - (\sigma_{\text{SRFS}}(0, 0) - \sigma_{\text{SRFS}}(0, 1)) \times \left[ 1 - \frac{\sinh(\beta_b)}{\beta_b} \right] - (\sigma_{\text{SRFS}}(0, 0) - \sigma_{\text{SRFS}}(1, 0)) \times \left[ 1 - \frac{\sinh(\beta_a)}{\beta_a} \right] - (\sigma_{\text{SRFS}}(0, 0) - \sigma_{\text{SRFS}}(1, 1)) \times \left[ 1 - \frac{\sinh(\beta_a)/\beta_a}{\xi_1(\beta_a)} \right] \times \left[ 1 - \frac{\sinh(\beta_b)/\beta_b}{\xi_1(\beta_b)} \right]. \quad (16)$$

（对于薄膜，我们将  $\kappa_a \rightarrow \infty$  并研究不同  $\kappa_b$ ）的影响。我们的 SRFS-C3 模型与 SRFS 模型 [图 3(c)] 和原始 FS 模型 [图 3(d)] 的结果非常吻合。）

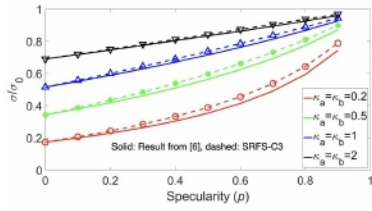


图 4. 由 SRFS-C3 模型和文献 [6] 中的模型预测的不同  $p$  和  $\kappa$  值下的正方形导线的  $\sigma/\sigma_0$  (电导率归一化为体电导率), 表明 SRFS-C3 模型能够捕捉到一般  $p$  值下的电导率趋势。

另一种捕捉表面散射的方法基于动力学理论[7]。该模型使用基于  $p = 0$  时平均电导率的无穷级数展开式, 并预测一般  $p$  值下的平均电导率, 如下式所示:

$$\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)_{p, \lambda_0} = (1-p)^2 \sum_{j=1}^{\infty} \left\{ j p^{j-1} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)_{p=0, \lambda_0/j} \right\}. \quad (17)$$

在此, 对于一般  $p$  值的  $(\sigma/\sigma_0)$  比率定义为  $p = 0$  和  $\lambda_0 = \lambda_0/j$  时  $(\sigma/\sigma_0)$  的无限加权。我们将此方法得到的结果与所提出的 SRFS-C3 (图 4) 得到的平均电导率进行比较。正如我们在第一部分[10]中所指出的, SRFS 模型对于一般镜面反射率 ( $p$ ) 使用了一些近似值, 这导致了两个模型之间存在一些差异。然而, 这种不匹配小于 10%。因此, 所提出的 SRFS-C3 方法能够以合理的精度对矩形互连中一般镜面反射率 ( $p$ ) 的电导率进行建模。虽然所提出的 SRFS-C3 方法仅需计算 SRFS 的积分四次即可获得平均电导率比, 但[7]中的模型需要多次计算此类积分 (取决于  $j$  的值以及为获得  $p = 0$  时的平均电导率而计算积分的空间粒度)。因此, 与 (17) 式的无限加权和相比, 所提出的 SRFS-C3 方法提供了更快的计算方法。

(15) 中提出的模型为平均电导率提供了一个连续的分析模型, 该模型考虑了表面散射, 并给出了与物理参数 ( $p, \lambda_0, a$  和  $b$ ) 的关系。它仅需要计算由 (1) 给出的四个积分, 但即便如此, 其计算速度仍足以用于电路模拟器和兼容的 CAD 软件中。

值得注意的是, 如果我们尝试使用改进的“双曲余弦”模型来计算平均电导率, 会得到复杂的积分, 难以获得解析表达式。这是因为它是基于电阻率相加的。因此, 我们需要先对 (13) 式取倒数, 然后再计算二重积分。相反, 使用所提出的 SRFS-C3 模型, 我们能够得到平均电导率的封闭形式表达式。

在结束之前, 值得一提的是, 或许可以通过将  $\sigma_{\text{SRFS}}(0, 0)$ ,  $\sigma_{\text{SRFS}}(1, 0)$ ,  $\sigma_{\text{SRFS}}(0, 1)$ , 以及  $\sigma_{\text{SRFS}}(1, 1)$  表示为  $\kappa$  和  $p$  的近似解析表达式来增强我们模型的电路兼容性。因此, 通过使用解析模型 (而非使用 (1) 中的积分

表达式) 与 SRFS-C3 方法相结合, 有可能加快计算速度。这可以在未来的工作中进行研究。

## VII. 结论

我们为矩形互连提出了一种二维 SRFS-C3 模型。所提出的模型仅使用物理 SRFS 模型 (在第一部分[10]中推导) 中的四个电导率值, 通过一个解析函数来预测空间分布。这使得 SRFS-C3 模型电路兼容。我们的模型不仅提供了电导率的空间分辨率 (与物理 SRFS 模型高度吻合), 还能准确预测各种镜面反射率、电子平均自由程和互连尺寸下的趋势。此外, 我们利用 SRFS-C3 模型获得了平均电导率的连续闭式表达式, 该表达式适用于广泛的物理参数, 克服了先前平均电导率解析模型的局限性。我们将 SRFS-C3 模型与经过适当修改以进行公平比较的基于“双曲余弦”的模型[8]进行了比较。我们方法的关键优势在于: 1) 基于电导率减法 (与修改后的“双曲余弦”模型使用的电阻率加法相比, 更具物理意义); 2) 可积分, 从而能够对平均电导率进行解析表述 (与“双曲余弦”模型不同)。总的来说, 我们发现所提出的 SRFS-C3 模型与 SRFS 模型高度吻合, 并且比改进的“双曲余弦”模型更精确。

## 参考文献

- [1] A. P. Jacob, R. Xie, M. G. Sung, L. Liebmann, R. T. P. Lee, and B. Taylor, “Scaling challenges for advanced CMOS devices,” *Int. J. High Speed Electron. Syst.*, vol. 26, Jun. 2017, Art. no. 1740001. [Online]. Available: <http://www.worldscientific.com>
- [2] R. Brain, “Interconnect scaling: Challenges and opportunities,” in *IEDM Tech. Dig.*, Dec. 2016, pp. 9.3.1–9.3.4, doi: 10.1109/IEDM.2016.7838381.
- [3] X. Chen, C.-L. Lo, M. C. Johnson, Z. Chen, and S. K. Gupta, “Modeling and circuit analysis of interconnects with TaS<sub>2</sub> barrier/liner,” in *Proc. Device Res. Conf. (DRC)*, Jun. 2021, pp. 1–2, doi: 10.1109/DRC52342.2021.9467160.
- [4] C.-L. Lo et al., “Opportunities and challenges of 2D materials in back-end-of-line interconnect scaling,” *J. Appl. Phys.*, vol. 128, no. 8, pp. 080903–1–080903–16, Aug. 2020, doi: 10.1063/5.0013737.
- [5] E. H. Sondheimer, “Influence of a magnetic field on the conductivity of thin metallic films,” *Nature*, vol. 164, no. 4178, pp. 920–921, Nov. 1949, doi: 10.1038/164920a0.
- [6] R. G. Chambers. (1950). *The Conductivity of Thin Wires in a Magnetic Field*. [Online]. Available: <https://www.jstor.org/stable/98525>
- [7] L. Moraga, C. Arenas, R. Henriquez, and B. Solis, “The effect of surface roughness and grain-boundary scattering on the electrical conductivity of thin metallic wires,” *Phys. Status Solidi B*, vol. 252, no. 1, pp. 219–229, Jan. 2015, doi: 10.1002/pssb.201451202.
- [8] I. Ciofi et al., “Impact of wire geometry on interconnect RC and circuit delay,” *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 63, no. 6, pp. 2488–2496, Jun. 2016, doi: 10.1109/TED.2016.2554561.
- [9] T. Lu and A. Srivastava, “Detailed electrical and reliability study of tapered TSVs,” in *Proc. IEEE Int. 3D Syst. Integr. Conf. (DIC)*, Oct. 2013, pp. 1–7, doi: 10.1109/3DIC.2013.6702350.
- [10] X. Chen and S. K. Gupta, “Spatially resolved conductivity of rectangular interconnects considering surface scattering—Part I: Physical model-ing,” *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 71, no. 11, pp. 6942–6949, Nov. 2024, doi: 10.1109/TED.2024.3435628.
- [11] D. K. C. Macdonald and K. Sarginson, “Size effect variation of the electrical conductivity of metals,” *Proc. Roy. Soc. London A, Math. Phys. Sci.*, vol. 1073, pp. 223–240, Sep. 1950. [Online]. Available: <https://about.jstor.org/terms>
- [12] E. H. Sondheimer, “The mean free path of electrons in met-als,” *Adv. Phys.*, vol. 1, no. 1, pp. 1–42, Jan. 1952, doi: 10.1080/00018735200101151.