

מטלה – החלפת כליות

יש לענות על שאלה אחת לבחירתכם. שאלות רגילות מזכות בנקודה אחת. שאלות או סעיפים עם כוכבית מזכים בנקודה נוספת.

שאלה 1: מציאת שרשרת גדולה ביותר

במרכזי השתלות בימינו, נעזרים גם בתורמים חסידים (= אלטרואיסטים), המוכנים לתרום כליה בלי לקבל כליה בחזרה. הדבר מאפשר לבצע לא רק מעגלי החלפה, אלא גם שרשראות החלפה.

א. נניח שאורך המעגלים ואורך השרשראות אינו מוגבל. תארו אלגוריתם פולינומיאלי המוצא החלפה עם מספר השתלות גדול ביותר (הסבירו את ההבדל לעומת האלגוריתם שלמדנו).

ב. נניח שאורך המעגלים ואורך השרשראות הוא לכל היותר 2. תארו אלגוריתם פולינומיאלי המוצא החלפה עם מספר השתלות גדול ביותר (הסבירו את ההבדל לעומת האלגוריתם שלמדנו).

ג. נניח שאורך המעגלים לכל היותר 3, ואורך השרשראות אינו מוגבל. הסבירו מדוע האלגוריתם שלמדנו, המסתמך על תיכנות ליניארי בשלמים, אינו מתאים.

* ד. תארו אלגוריתם אחר, המסתמך על תיכנות ליניארי בשלמים ויצירת אילוצים דינאמית, הפותר את הבעיה.

שאלה 2: ההסתברות להישאר בחיים

בשאלה זו הניחו, שכל אחד מארבעת סוגי-הדם העיקריים (O, A, B, AB) מופיע באוכלוסיה באותה שכיחות (25%). כמו כן הניחו, שהתאמה בין תורם לחולה תלויה רק בסוג-הדם. הניחו גם, שלכל חולה יש תורם אחד בדיוק, המוכן לתרום כליה כדי לעזור לו.

א. מה ההסתברות של חולה לקבל כליה מתאימה, ללא החלפת כליות?

ב. מה ההסתברות של חולה לקבל כליה מתאימה, כאשר יש החלפת כליות עם מעגלים באורך 2 בלבד?

* ג. מה ההסתברות של חולה לקבל כליה מתאימה, כאשר יש החלפת כליות עם מעגלים באורך 2 או 3?

– ניתן לפתור כל אחד מהסעיפים באחת משתי דרכים לבחירתכם:

• דרך 1: חישוב תיאורטי של ההסתברות.

• דרך 2: הדמיה ממוחשבת: ביצוע מספר גדול של הגרלות וספירת החולים המקבלים כליה בכל הגרלה.

שאלה 3: תורם אחד עם כמה חולים

למרכזי ההשתלות מגיע תורם, שכמה קרובי-משפחה שלו זקוקים להשתלת כליה. הוא מוכן לתרום כליה אחת, בתנאי שאחד מבני-משפחתו יקבל כליה.

הסבירו איך אפשר להתאים את האלגוריתמים שלמדנו בהרצאה (מעגלים באורך לא מוגבל, מעגלים באורך לכל היותר 2, מעגלים באורך לכל היותר 3) למצב זה. הדגימו את תשובתכם.

שאלה 4: סדר עדיפויות על חולים

בהרצאה למדנו אלגוריתם למציאת שידוך בגרף, כאשר יש סדר עדיפויות על **הצלעות**. במציאות, לפעמים סדר העדיפות הוא על **הקודקודים**. לדוגמה, בגרף החלפת כליות בזוגות, יש סדר עדיפות על החולים, לפי דחיפות רפואית, זמן המתנה בתור, וכד'.

עליכם למצוא שידוך, שבו מספר הקודקודים המשודכים בעדיפות ראשונה גדול ביותר; בכפוף לזה, מספר הקודקודים המשודכים בעדיפות שניה גדול ביותר; וכו'. תארו אלגוריתם פולינומיאלי הפותר בעיה זו. הוכיחו והדגימו את האלגוריתם שלכם.

שאלה 5: שידוך עדיפויות ומספר ההשתללות

בהרצאה למדנו אלגוריתם למציאת שידוך בגרף, כאשר יש סדר עדיפויות על הצלעות.

א. הראו, שבשידוך הנמצא ע"י האלגוריתם, ייתכן ש**מספר** הצלעות המשודכות לא יהיה גדול ביותר.

ב. הסבירו איך לתקן את האלגוריתם, כך שימצא תמיד שידוך עם מספר צלעות גדול ביותר. בכפוף לזה, מספר הצלעות בעדיפות ראשונה יהיה גדול ביותר. בכפוף לזה, מספר הצלעות בעדיפות שניה גדול ביותר, וכו'. האלגוריתם עדיין צריך לרוץ בזמן פולינומיאלי. הוכיחו והדגימו את תשובתכם.