杭州电子科技大学学生考试卷（B）卷

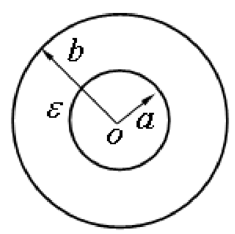
考试课程	电磁场与电磁波		考试日期	2020 年 月 日		成 绩	
课程号	A0802330	教师号		任课教师姓名			
考生姓名		学号（8 位）		年级		专业	

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

一、（12 分）同心球形电容器的内导体半径为 a、外导体半径为 b，其间填充介电常数为 ε 的均匀介质，且内、外导体带电量分别为q和−q。

试求：（1）球形电容器内外导体间的电场强度 $\vec{E}$ 和电位移矢量 $\vec{D}$；

（2）内、外导体间的电压；



参考解答：

（1） 以电容器的球心为圆心做一个半径为 r（$a \leq r \leq b$）的高斯球面

由高斯定理： $\oint_S \vec{E}\cdot \mathbf{d}\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon}$

即： $4\pi r^2 E = \frac{q}{\varepsilon}$

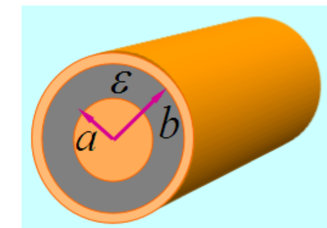
得： $\vec{E} = \hat{r}\frac{q}{4\pi\varepsilon r^2}$ V/m （4 分）

故： $\vec{D} = \varepsilon\vec{E} = \hat{r}\frac{q}{4\pi r^2}$ C/m^2 （4 分）

（2）内、外导体间的电压为

$$U = \int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_a^b E dr = \int_a^b \frac{q}{4\pi\varepsilon r^2} dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon}\cdot\frac{b-a}{ab} \text{ V}$$ （4 分）

二、（12 分）同轴线内导体半径为 a ，外导体内半径为 b， 外导体厚度忽略不计，内外导体间填充介电常数为 ε，电导率为 σ 的非理想介质，试求同轴线单位长度的绝缘电阻。



参考解答：

设同轴线的内外导体单位长度带电量分别为 ρ_l 和-ρ_l，应用高斯定律定理，得内外导体间任一点的电场强度为

$\vec{E}(r) = \hat{\rho}\frac{\rho_l}{2\pi\varepsilon r}$ （2 分）

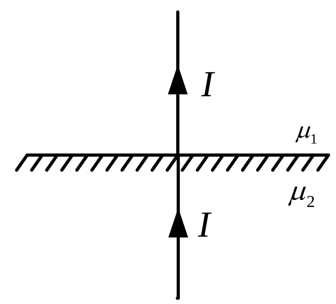
单位长度内的电场能量为 $W_e = \frac{\varepsilon}{2}\int_a^b\left(\frac{\rho_l}{2\pi\varepsilon r}\right)^2 2\pi r dr = \frac{\rho_l^2}{4\pi\varepsilon}\ln\frac{b}{a}$ （2 分）

又 $W_e = \frac{1}{2}qU$，可求出内外导体之间的电压为 $U = \frac{2W}{\rho_l} = \frac{\rho_l}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{b}{a}$ （2 分）

所以，单位长度的同轴线的电容量为 $C = \frac{2W_e}{U^2} = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln b/a}$ （3 分）

单位长度的同轴线的绝缘电阻为 $\mathbf{R} = \frac{\ln b/a}{2\pi\sigma}$ （3 分）

三、（12 分）无线长直线电流 I 垂直于磁导率分别为 μ_1 和 μ_2 的两种磁介质的交界面，如图所示，求两种媒质中的磁通密度 B_1和B_2。



参考解答：

在上半空间以导线为中心、以 ρ 为半径作圆，由安培定律$\oint_c H_1.dl = I$，得

$\vec{H}_1 = \dfrac{I}{2\pi\rho}\vec{a}_\varphi$ （3 分）

在下半空间以导线为中心、以 ρ 为半径作圆，得

$\vec{H}_2 = \dfrac{I}{2\pi\rho}\vec{a}_\varphi$ （3 分）

由边界条件 $H_{1t} = H_{2t}$，

因此两种媒质磁通密度分别为：

$\vec{B}_1 = \dfrac{\mu_1 I}{2\pi\rho}\vec{a}_\varphi$， （3 分）

$\vec{B}_2 = \dfrac{\mu_2 I}{2\pi\rho}\vec{a}_\varphi$ （3 分）

四、（12 分）已知自由空间中传播的时变磁场瞬时值为

$$\vec{H}(z,t) = (\hat{x}+\hat{y})0.8\cos\left(6\pi\times10^8 t - 2\pi z\right) A/m,$$

（1）求该电磁波的频率、波长、相位常数和相速；

（2）求与 $\vec{H}(z,t)$ 相伴的电场强度 $\vec{E}(z,t)$；

（3）计算瞬时坡印廷矢量。

参考解答：

（1）$\omega = 6\pi\times10^8$ ，$k = 2\pi$

频率 $f = \dfrac{\omega}{2\pi} = 3\times10^8(\mathrm{Hz})$

波长 $\lambda = \dfrac{2\pi}{k} = 1\,m$

相速 $v_p = \dfrac{\omega}{k} = 3\times10^8\ m/\mathrm{s}$ （6 分）

（2）$\vec{E}(z,t) = Z_0\left[\vec{H}(z,t)\times\hat{z}\right] = (\hat{x}-\hat{y})96\pi\cos\left(6\pi\times10^8 t - 2\pi z\right)$ （3 分）

（3）$\vec{S}(\mathrm{z,t}) = \vec{E}(z,t)\times\vec{H}(z,t) = \hat{z}153.6\pi\cos^2(6\pi\times10^8 t - 2\pi z)$ （3 分）

五、（12 分）为了衡量电磁波在良导体中的衰减程度和穿透深度，定义电磁波场强振幅衰减到表面处振幅的 1/e 倍时的深度为趋肤深度。已知在 100 MHz 时，石墨（$\mu=\mu_0$）的趋肤深度为 0.16mm，试求：

（1）石墨的电导率；

（2）10 GHz 的电磁波在石墨中传播多长距离其振幅衰减了 30 dB？

参考解答：

（1）由趋肤深度的定义 $e^{-\alpha\delta}=1/e$ 可得石墨的电导率

$$\sigma=\frac{1}{\delta^2\pi f\mu}=\frac{1}{\delta^2\pi f\mu_0}=9.9\times10^{-4}(\mathrm{S/m})$$ （6 分）

（2）当 $f=10GHz$ 时，

$$\alpha=\sqrt{\pi f\mu\sigma}=1.98\times10^{4}(\mathrm{Np/m})$$ （3 分）

要求 $20*\lg e^{-\alpha z}=-30dB$ 得 $z=\frac{1.5}{\alpha\lg e}=1.75\times10^{-4}(\mathrm{m})$ （3 分）

六、（14 分）有一频率为 100MHz、沿 y 方向极化的均匀平面波从空气（x<0 区域）中垂直入射到位于 x=0 处的理想导体板上。设入射波电场 $\vec{E}_i$ 的振幅为 10V/m，试求：

（1）入射波电场和磁场的复矢量形式；

（2）反射波电场和磁场的复矢量形式；

（3）距离导体平面最近的合成波电场和磁场分别为 0 的位置。

参考解答：

（1）$k=\frac{\omega}{c}=\frac{2\pi f}{c}=\frac{2}{3}\pi$ ，$Z_1=Z_0=120\pi$ （2 分）

入射波的电场和磁场

$$\vec{E}_i(\mathrm{x})=\hat{y}10e^{-j\frac{2}{3}\pi x},\quad \vec{H}_i(\mathrm{x})=\frac{1}{Z_1}\hat{x}\times\vec{E}_i(\mathrm{x})=\hat{z}\frac{1}{12\pi}e^{-j\frac{2}{3}\pi x}$$ （3 分）

（2）R=-1, 反射波电场和磁场

$$\vec{E}_r(\mathrm{x})=-\hat{y}10e^{j\frac{2}{3}\pi x},\quad \vec{H}_r(\mathrm{x})=\frac{1}{Z_1}(-\hat{x})\times\vec{E}_r(x)=\hat{z}\frac{1}{12\pi}e^{j\frac{2}{3}\pi x}$$ （3 分）

(3)合成波电场和磁场

$$\vec{E}_1(\mathrm{x})=\vec{E}_i(\mathrm{x})+\vec{E}_r(\mathrm{x})=-\hat{y}20\sin(\frac{2}{3}\pi x)$$

$$\vec{H}_1(\mathrm{x})=\vec{H}_i(\mathrm{x})+\vec{H}_r(\mathrm{x})=\hat{z}\frac{1}{6\pi}\cos(\frac{2}{3}\pi x)$$

对于 $\vec{E}_1(\mathrm{x})$，在空气中最近的零点发生在 $\frac{2}{3}\pi x=-\pi$，即 $x=-\frac{3}{2}m$ 处

对于 $\vec{H}_1(\mathrm{x})$，当 $\frac{2}{3}\pi x=-\frac{\pi}{2}$，即 $x=-\frac{3}{4}m$ 为磁场在空气中的离导体表面最近的零点 （6 分）

七、（10 分）均匀平面波从空气中垂直入射到某电介质平面时，空气中的驻波比为 2.7，介质平面上为驻波电场最小点，求电介质的介电常数。

参考解答：

根据驻波比 $\rho=\dfrac{1+|R|}{1-|R|}=2.7$ 得 $|R|=0.46$ （3 分）

由于介质平面上为驻波电场最小点，因此，反射系数小于 0，

即 $R=-0.46$ （2 分）

则 $R=\dfrac{Z_2-Z_1}{Z_2+Z_1}=-0.46$ 得 $Z_2=0.37Z_1$ （3 分）

即 $\sqrt{\dfrac{\mu_0}{\varepsilon_2}}=0.37\sqrt{\dfrac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$ 得 $\varepsilon_2=7.27\varepsilon_0$ （2 分）

八、（16 分）无耗均匀传输线，长度为 25m，线间填充相对介电常数为 4、相对磁导率为 1 的媒质，传输线的特性阻抗为 300Ω，电源电压 $U=100V$，频率为 3MHz，内阻为 200Ω，终端介负载后测得驻波比为 1.5，且终端为电压波节点。求

（1）传输线上电磁波的相速和波长；

（2）负载值及其所吸收的功率；

（3）波腹点的电压幅度。

参考解答：

（1）该信号在自由空间的波长为 $\lambda_0=\dfrac{c}{\lambda}=100m$ （2 分）

传输线上的波长为 $\lambda=\dfrac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_r}}=50m$ ，传输线上的相速为 $v_p=\dfrac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}=1.5\times10^8 m/s$ （4 分）

（2）由于终端为电压波节点，所以负载为纯电阻，值为 $R_L=\dfrac{Z_0}{\rho}=200\Omega$ （2 分）

由于传输线长度 $l=\dfrac{\lambda}{2}$，根据传输线半波长的重复性，可得输入端的阻抗为纯电阻，且为负载电阻，$Z_{in}=200\Omega$，输入端电压幅度为 $U_{in}=\dfrac{200}{200+200}100=50\text{V}$

负载吸收功率为：$P_L=\dfrac{U_L^2}{2R_L}=\dfrac{U_{in}^2}{2Z_{in}}=\dfrac{25}{4}W$ （4 分）

（3）由驻波比和反射系数的关系得 $|\Gamma|=\dfrac{\rho-1}{\rho+1}=0.2$ （2 分）

波节点电压为 50V，由 $|U|_{\min}=|A_1|(1-|\Gamma|)$，得 $|A_1|$=50/0.8，因此，波腹点电压为

$|U|_{\max}=|A_1|(1+|\Gamma|)=75\,\text{V}$ （2 分）