《数字信号处理》小测验

2023 年 12 月 11 日

姓 名：____________________ 学 号：__________

成 绩：____________________

一、填空题（每空 2 分，共 22 分，其中第 5、8 小题为 4 分）

1、 已知某序列 $x(n)=\{2,1,-1,4\}$ ，如果用单位采样序列来表示该序列，则可表示为 $x(n)=2\delta(n)+\delta(n-1)-\delta(n-2)+4\delta(n-3)$ 。

2、 序列 $x(n)=A\sin(\frac{13}{5}\pi n)$ 的周期为 10 。

3、 某系统 $T\left[x(n)\right]=x(n^2)$，则其线性性为 线性 （线性或非线性），时不变性为 时变 （时变或时不变）。

4、 用 FFT 算法对 512 点的复序列进行频谱计算，则需要的乘法次数为 2304 次，需要的加法次数为 4608 次。

5、 设采用按频率抽取的基 2-FFT 算法对序列 $\{x(0),x(1),\cdots,x(15)\}$ 进行频谱分析，则该序列的序号应该重新排列依次为 0 8 4 12 2 10 6 14 1 9 5 13 3 11 7 15 。

6、 请写出判断一个 LTI 系统的稳定性的三种方法： 有界输入有界输出 、 单位冲激响应满足绝对可和 和 收敛域 ROC 包含单位圆 。

二、某因果的线性时不变系统，其输入输出关系由如下方程给出：

$$y(n)+\frac{3}{4}y(n-1)+\frac{1}{8}y(n-2)=x(n)-\frac{1}{2}x(n-1)$$

（1） 求系统的系统函数；（2 分）

（2） 设有系统输入为 $x(n)=\delta(n)+0.5\delta(n-1)$，求系统输出；（6 分）

（3） 画出系统函数零极点图；（2 分）

（4） 大致画出该系统的幅度-频率响应并分析其滤波特性；（6 分）

（5） 系统是否稳定？为什么？（3 分）

(1) $\cancel{Y(z)}=\quad Y(z)+\frac{3}{4}z^{-1}Y(z)+\frac{1}{8}z^{-2}Y(z)=X(z)-\frac{1}{2}X(z)\cdot z^{-1}$

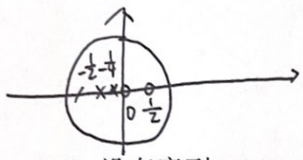
$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{1-\frac{1}{2}z^{-1}}{1+\frac{3}{4}z^{-1}+\frac{1}{8}z^{-2}}\qquad |z|>\frac{1}{2}$$

(2) $Y(z)=X(z)\cdot H(z)\qquad H(z)=\dfrac{1-\frac{1}{2}z^{-1}}{1+\frac{3}{4}z^{-1}+\frac{1}{8}z^{-2}}\qquad X(z)=1+\frac{1}{2}z^{-1}$

$$Y(z)=\frac{1-\frac{1}{2}z^{-1}}{1+\frac{1}{4}z^{-1}}=1-\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{z+\frac{1}{4}}$$

即：$y(n)=\delta(n)+3\cdot(-\frac{1}{4})^{n}u(n-1)$

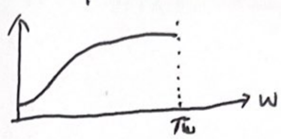
(3) $H(z)=\dfrac{(z-\frac{1}{2})z}{(z+\frac{1}{2})(z+\frac{1}{4})}$



极点：$-\frac{1}{2}$、$-\frac{1}{4}$

零点：0、$\frac{1}{2}$

(4) 幅频响应.



具有高通特性.

(5) ∵收敛域 $|z|>\frac{1}{2}$ 包含单位圆

即：稳定.

三、设有序列 $x_1(n)=\cos\left(\frac{2\pi}{N}n\right)\cdot R_N(n)$，其中 $N=6$；$x_2(n)=\begin{cases}1 & 0\le n\le 2\\ 0 & 3\le n\le 5\end{cases}$，试求：

（1）$x_1(n)$ 与 $x_2(n)$ 的线性卷积；（10 分）

（2）$x_1(n)$ 与 $x_2(n)$ 的 6 点圆周卷积。（10 分）

(1) $x_1(n)=[1,\frac{1}{2},-\frac{1}{2},-1,-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$

$x_2(n)=[1,1,1,0,0,0]$.

$$x_1(n)*x_2(n)=\sum_{m=-\infty}^{+\infty}x_1(m)\cdot x_2(n-m)$$

$$\begin{array}{rcccccc} & 1 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\\ \times & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0\\ \hline \end{array}$$

即 $x_1(n)*x_2(n)=\{\underset{\uparrow}{1},\frac{3}{2},1,-1,-2,-1,0,\frac{1}{2},0,0,0\}$

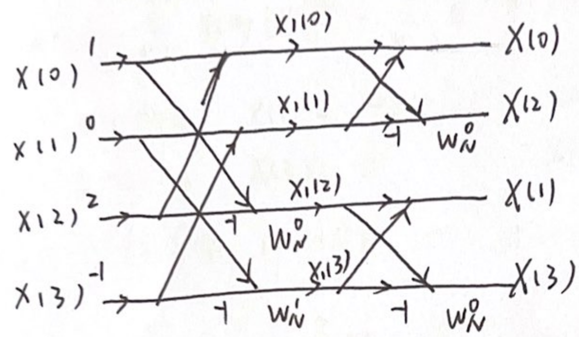
(2). $x_1(n)$ ⑥ $x_2(n)=[\underset{\uparrow}{1},2,1,-1,-2,-1]$.

四、设有离散序列 $x(n)=\{1,0,2,-1\}$，采用按频率抽取的基 2-FFT 算法进行频谱计算，试求：

（1） 画出相应的信号流图；（8 分）

（2） 根据上述信号流图求出其频谱值 $X(k)$，并写出求解过程。（8 分）

(1)



(2)

$x_1(0)=3$ $X(0)=2$

$x_1(1)=-1$ $X(1)=-1-j$

$x_1(2)=2$ $X(2)=4$

$x_1(3)=-1-j$ $X(3)=-1+j$

即. $X(k)=[2,-1-j,4,-1+j]$.

五、 设 $x(n)=R_4(n)$，将该序列以 8 为周期进行周期延拓，得到周期序列 $\tilde{x}(n)$，求：（1）$\tilde{x}(n)$ 的傅里叶级数 $\tilde{X}(k)$；（7 分）

（2）$x(n)$ 的傅里叶变换 $X(e^{j\omega})$。（7 分）

(1) $\tilde{X}(k)=\sum_{n=0}^{N-1}\tilde{x}(n)W_N^{nk}=\sum_{n=0}^{3}e^{-j\frac{2\pi}{8}nk}=1+e^{-j\frac{\pi}{4}k}+e^{-j\frac{2\pi}{4}k}+e^{-j\frac{3\pi}{4}k}$

$\therefore X(0)=4 \quad X(1)=1-(1+\sqrt{2})j \quad X(2)=0 \quad X(3)=1+(1-\sqrt{2})j$

$X(4)=0 \quad X(5)=0 \quad X(6)=0 \quad X(7)=0$

$\tilde{X}(k)$ 即为 $[4,\ 1-(1+\sqrt{2})j,\ 0,\ 1+(1-\sqrt{2})j,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0]$ 序列的 8 点周期延拓.

(2) $X(e^{jw})=\sum_{n=0}^{3}x(n)e^{-jwn}=1+e^{-jw}+e^{-2jw}+e^{-3jw}$

六、模拟数据以 10.24kHz 速率抽样，且计算了 1024 个抽样的离散傅里叶变换（DFT），试求：（1）频谱抽样之间的频率间隔；（3 分）

（2）上述数据经处理后又进行了离散傅里叶反变换，离散傅里叶反变换后抽样点的间隔是多少？（3 分）

（3）整个 1024 点的时宽是多少？（3 分）

(1) $F=\frac{f_s}{N}=\frac{10240}{1024}=10\,Hz$

(2) $T=\frac{1}{f_s}=\frac{1}{10240}=97.66\,\mu s$

(3) 解 $t_p=N\cdot T=100\,ms=0.1\,s$