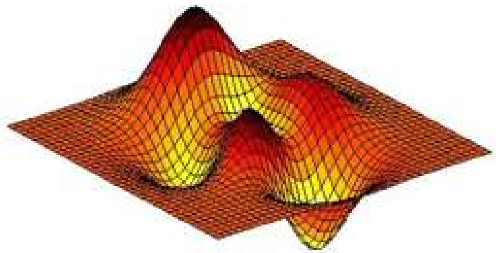
数字信号处理实验

授课老师：何　美霖 (Meilin He)
单　　位：通信工程学院
邮　　箱：meilinhe@hdu.edu.cn

第10讲 FIR数字滤波器设计—频率抽样法

- 设计原理
- 相位约束
- 设计步骤



设计原理

- 从频域出发，对理想滤波器的频率响应$H_d(e^{j\omega})$进行采样，然后利用采样值$H_d(k)$ 来实现FIR滤波器的设计。

$$H_d(e^{j\omega})\Big|_{\omega=\frac{2\pi}{N}k} = H_d(e^{j\frac{2\pi}{N}k}) = H_d(k)$$

$$h(n) = \mathrm{IDFT}[H_d(k)] = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} H_d(k) W_N^{-nk} = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} H_d(k) e^{j\frac{2\pi}{N}nk}$$

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) z^{-n}$$

线性相位约束

- 第一类：**$h(n)$是偶对称，N为奇数**，即：

$$h(n) = h(N\text{-}1\text{-}n)$$

$$H(e^{j\omega}) = H(\omega)e^{j\theta(\omega)}$$

幅度函数$H(\omega)$关于ω=0, π, 2π为偶对称，所以

$$H(\omega) = H(2\pi - \omega)$$

$$H(k) = H(N-k)$$

$$\theta(k) = -\frac{N-1}{2}\frac{2\pi}{N}k = -\frac{N-1}{N}\pi k$$

$$\boxed{k = 0,1,\cdots,N-1}$$

线性相位约束

- 第二类：$h(n)$是偶对称，N为偶数，即：

$$h(n) = h(N-1-n)$$

$$H(e^{j\omega}) = H(\omega)e^{j\theta(\omega)}$$

幅度函数$H(\omega)$关于$\omega=0, 2\pi$为偶对称，关于π为奇对称

$$H(\omega) = -H(2\pi-\omega)$$

$$H(k) = -H(N-k)$$

$$\theta(k) = -\frac{N-1}{2}\frac{2\pi}{N}k = -\frac{N-1}{N}\pi k$$

$$\boxed{k = 0,1,\cdots,N-1}$$

线性相位约束

- 第三类：***h*(*n*)是奇对称，*N*为奇数**，即：

$$h(n) = -h(N-1-n)$$

$$H(e^{j\omega}) = H(\omega)e^{j\theta(\omega)}$$

幅度函数$H(\omega)$关于$\omega=0, \pi, 2\pi$为奇对称

$$H(\omega) = -H(2\pi-\omega)$$

$$H(k) = -H(N-k)$$

$$\theta(k) = -\frac{N-1}{2}\frac{2\pi}{N}k - \frac{\pi}{2} = -\frac{N-1}{N}\pi k - \frac{\pi}{2}$$

$$\boxed{k = 0, 1, \cdots, N-1}$$

线性相位约束

- 第四类：***h*(*n*)是奇对称，*N*为偶数**，即：

$$h(n) = -h(N-1-n)$$

$$H(e^{j\omega}) = H(\omega)e^{j\theta(\omega)}$$

幅度函数$H(\omega)$关于$\omega=0, 2\pi$为奇对称，关于π为偶对称

$$H(\omega) = H(2\pi - \omega)$$

$$H(k) = H(N-k)$$

$$\theta(k) = -\frac{N-1}{2}\frac{2\pi}{N}k - \frac{\pi}{2} = -\frac{N-1}{N}\pi k - \frac{\pi}{2}$$

$$\boxed{k = 0, 1, \cdots, N-1}$$

线性相位约束

- 线性相位滤波器$H(k)$的特点：

线性分类	$H(k)$	低通	高通	带通	带阻
$h(n)$偶，N奇	偶对称	√	√	√	√
$h(n)$偶，N偶	奇对称	√	×	√	×
$h(n)$奇，N奇	奇对称	×	×	√	×
$h(n)$奇，N偶	偶对称	×	√	√	×

设计步骤

- 步骤1：根据理想滤波器的性能指标，计算在通带、阻带中的抽样点数N，确定所设滤波器单位冲激响应$h(n)$的对称性(奇、偶)。
- 步骤2：根据单位冲激响应$h(n)$的对称性，计算各抽样的幅度值$H(k)$和相位值$\theta(k)$ 。
- 步骤3：利用频率抽样$H_d(k) = H(k)e^{j\theta(k)}$，通过离散傅里叶逆变换IDFT，求所设滤波器的$h(n) = \mathrm{IDFT}[H_d(k)]$。
- 步骤4：利用DTFT，求所设滤波器的频率特性$H(e^{jw}) = \mathrm{DTFT}[h(n)]$，检验是否满足设计要求，若不满足，可以在通带和阻带交界处安排一个或几个不等于零的抽样过渡点，重复(1)、(2)、(3)步计算处理，直到满足设计要求为止。

总结

- FIR数字滤波器设计
  - 频率抽样法

操作验收习题

10.1 用频率抽样法设计一个FIR数字低通滤波器。滤波器满足指标：通带边界频率fp=800Hz, 阻带边界频率fs=1000Hz, 通带波纹0.5dB, 阻带最小衰减为40dB, 抽样频率4000Hz。若分别设置0，1，2个过渡点，比较设计所得的滤波器幅频响应曲线。

提示：

当给定带宽$\Delta\omega$时，可以求出滤波器的长度，即$\Delta\omega=2\pi/N$。

当增加过渡点时，过渡带必然加宽，设过度点个数为m，则所得滤波器的过渡带宽不再近似为$2\pi/N$，而是$2\pi/N\times(m+1)$，这一数值应该小于或等于所给出的过渡带宽，因此有：

$$N \approx (m+1)\frac{2\pi}{\Delta\omega}+1$$

实验报告作业题和思考题

◆ 实验报告作业题：

10.1 用频率抽样法设计一个FIR数字低通滤波器。滤波器满足指标：通带边界频率fp=800Hz, 阻带边界频率fs=1000Hz, 通带波纹0.5dB, 阻带最小衰减为40dB, 抽样频率4000Hz。若分别设置0，1，2个过渡点，比较设计所得的滤波器幅频响应曲线。

◆ **思考题：设置过渡点的点数对设计FIR数字滤波器幅频响应的影响**

感谢聆听!