

# 数字信号处理实验

微信扫码

请实名!!!



2024/10/25

授课老师: 何 美霖 (Meilin He)

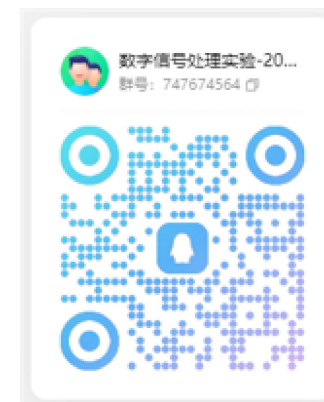
单 位: 通信工程学院

邮 箱: meilinhe@hdu.edu.cn

数字信号处理实验

QQ扫码

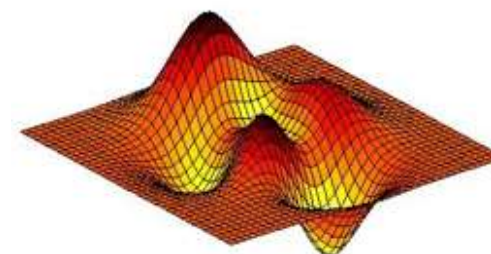
请实名!!!



1

## 第2讲 离散系统频率响应和零极点分布

- ◆ 系统的零极点
- ◆ 系统的频率响应 (冲激响应的傅里叶变换)
- ◆ 系统的系统函数 (冲激响应的Z变换)



# 冲激响应impz函数

差分方程: 
$$\sum_{k=0}^N a_k y[n-k] = \sum_{k=0}^M b_k x[n-k]$$

$$B = [b_0, b_1, \dots, b_M]$$

$$A = [a_0, a_1, \dots, a_N]$$

$$\sum_{k=0}^N a_k h[n-k] = \sum_{k=0}^M b_k \delta[n-k]$$

- filter函数：冲激响应 $h = \text{filter}(B, A, d)$   
系统响应函数
- impz函数：冲激响应 $h = \text{impz}(B, A, W)$ 的前 $W$ 个样本

**用impz和filter获得的冲激响应是一致的。**

# 零极点图zplane函数

$$\text{差分方程: } \sum_{k=0}^N a_k y[n-k] = \sum_{k=0}^M b_k x[n-k]$$

$$B = [b_0, b_1, \dots, b_M]$$

$$A = [a_0, a_1, \dots, a_N]$$

- 用zplane函数可绘制零极点图

**zplane**(B, A)

**思考：零极点对系  
统稳定性的影响**

- 例1：差分方程

$$y[n] - 0.81y[n-2] = x[n] - x[n-2]$$

```
clc; clear; close all;
```

```
b=[1 0 -1];
```

```
a=[1 0 -0.81];
```

```
[hz, hp, ht]=zplane(b,a);
```

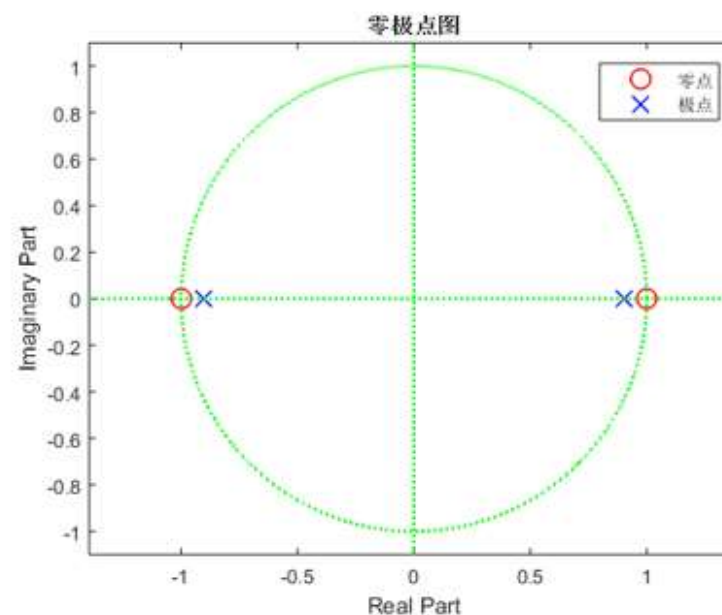
```
figure(1);
```

```
set(hz,'color','r','markersize',10,'linewidth',1);
```

```
set(hp,'color','b','markersize',10,'linewidth',1);
```

```
set(ht,'color','g','markersize',10,'linewidth',1.5);
```

```
legend('零点','极点'); title('零极点图');
```



2024/10/25

数字信号处理实验

4

# 零极点图zplane函数

## ■ 零极点对系统稳定性的影响

### ● 系统稳定的条件:

#### ➤ 时域条件:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h[n]| < \infty$$

#### ➤ Z域条件:

**系统函数 $H(z)$ 的所有极点均位于 $z$ 平面的单位圆内。**

## ■ 思考：零极点对系统因果性的影响

# 系统的频率响应

若  $x[n] \xleftrightarrow{\text{DTFT}} X(e^{j\omega})$

则  $x[n - n_0] \xleftrightarrow{\text{DTFT}} X(e^{j\omega}) e^{-j\omega n_0}$

- 离散时间LTI系统一般用线性常系数差分方程描述

$$\sum_{k=0}^N a_k y[n-k] = \sum_{k=0}^M b_k x[n-k]$$

- 利用DTFT的时移特性，得到该系统的频域方程

$$\sum_{k=0}^N a_k e^{-jk\omega} Y(e^{j\omega}) = \sum_{k=0}^M b_k e^{-jk\omega} X(e^{j\omega})$$

- 离散时间LTI系统的频率响应定义为

$$H(e^{j\omega}) \triangleq \frac{Y(e^{j\omega})}{X(e^{j\omega})} = \sum_{k=0}^M b_k e^{-jk\omega} \bigg/ \sum_{k=0}^N a_k e^{-jk\omega}$$

# 系统的频率响应freqz函数

- 用**freqz**函数可获得系统频率响应

差分方程: 
$$\sum_{k=0}^N a_k y[n-k] = \sum_{k=0}^M b_k x[n-k]$$

$$B = [b_0, b_1, \dots, b_M]$$

$$A = [a_0, a_1, \dots, a_N]$$

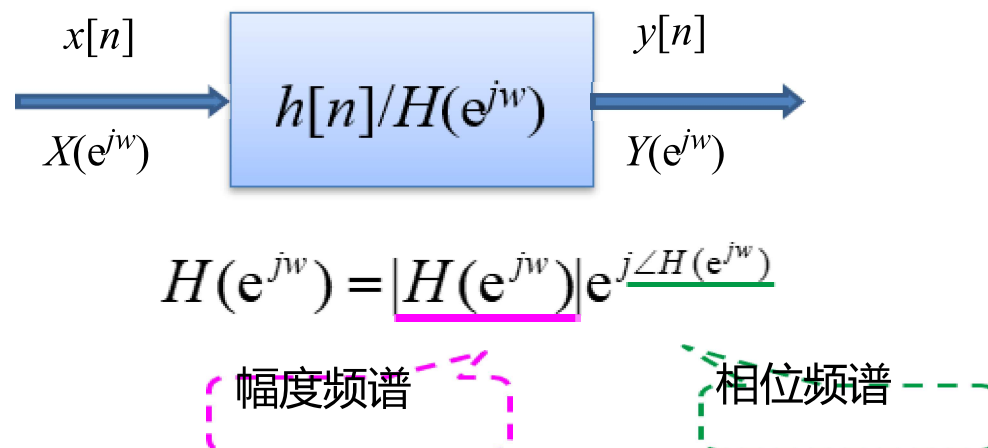
频率响应: 
$$H(e^{j\omega}) \triangleq \frac{Y(e^{j\omega})}{X(e^{j\omega})}$$
$$= \frac{\sum_{k=0}^M b_k e^{-jk\omega}}{\sum_{k=0}^N a_k e^{-jk\omega}}$$

$$[H, w] = \text{freqz}(B, A, T)$$

其中，返回量**H**包含了离散系统频响在 $0 \sim \pi$ 范围内**T**个频率等分点的值（其中**T**为正整数），**w**包含了范围内**T**个频率等分点。调用默认的**T**时，其值是512。

# 频率响应的幅度和相位频谱

## ■ 幅度频谱和相位频谱



若  $h[n]$  是实函数时，则

幅度频谱  $|H(e^{j\Omega})|$  是  $\Omega$  的偶函数，相位频谱  $\varphi(\Omega)$  是  $\Omega$  的奇函数。



# 频率响应的幅度和相位频谱

## ■ 幅度频谱和相位频谱

$$H(e^{j\omega}) = |H(e^{j\omega})| e^{j\angle H(e^{j\omega})}$$

幅度频谱

相位频谱

## ■ **abs**函数：求复数的模

$$H\_abs = \text{abs}(H)$$

## ■ **angle**函数：求复数的相位

$$H\_angle = \text{angle}(H)$$

# 频率响应的幅度和相位频谱

## ■ 例2：频率响应为

$$H(e^{j\omega}) = \frac{2 + e^{-j\omega}}{1 - 0.6e^{-j\omega}}$$

```
clear; close all; clc
```

```
b = [2 1];
```

```
a = [1 -0.6];
```

```
[H,w] = freqz(b, a);
```

```
figure(1);
```

```
subplot(2,1,1);
```

```
plot(w/pi, abs(H), '-r', 'Linewidth', 1.0);
```

```
xlabel('\omega/pi'); ylabel('幅度');
```

```
title('幅度谱');
```

```
subplot(2,1,2);
```

```
plot(w/pi, angle(H), '-r', 'Linewidth', 1.0);
```

```
xlabel('\omega/pi'); ylabel('相位');
```

```
title('相位谱');
```

差分方程：
$$\sum_{k=0}^N a_k y[n-k] = \sum_{k=0}^M b_k x[n-k]$$

$$B = [b_0, b_1, \dots, b_M]$$

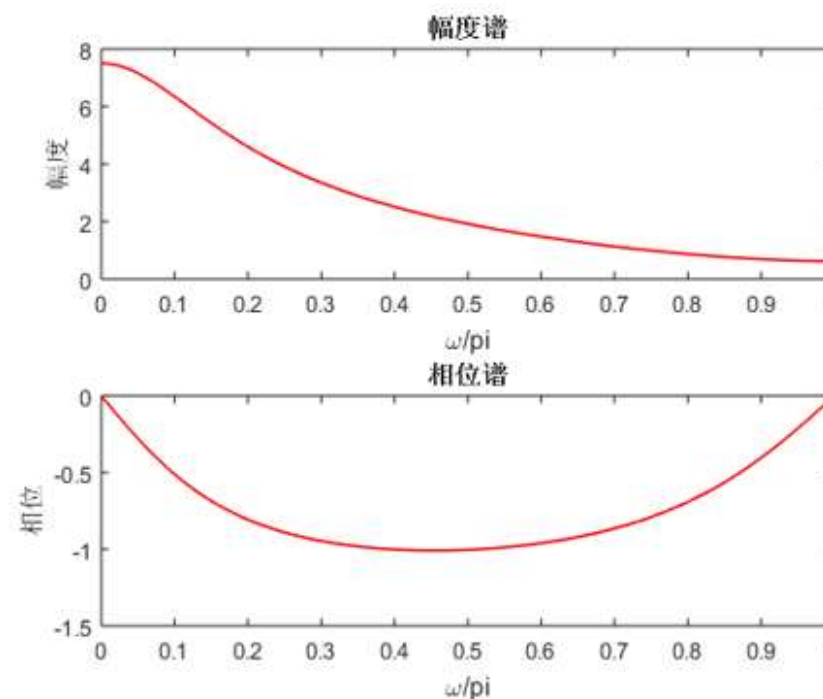
$$A = [a_0, a_1, \dots, a_N]$$

频率响应：
$$H(e^{j\omega}) = \frac{\sum_{k=0}^M b_k e^{-j\omega k}}{\sum_{k=0}^N a_k e^{-j\omega k}}$$

$$[H, w] = \text{freqz}(B, A, T)$$

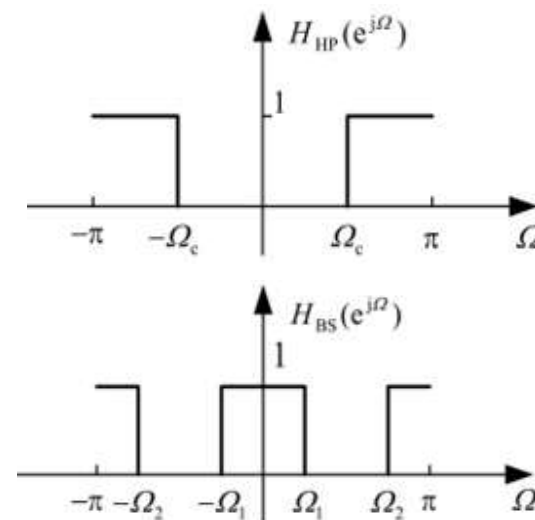
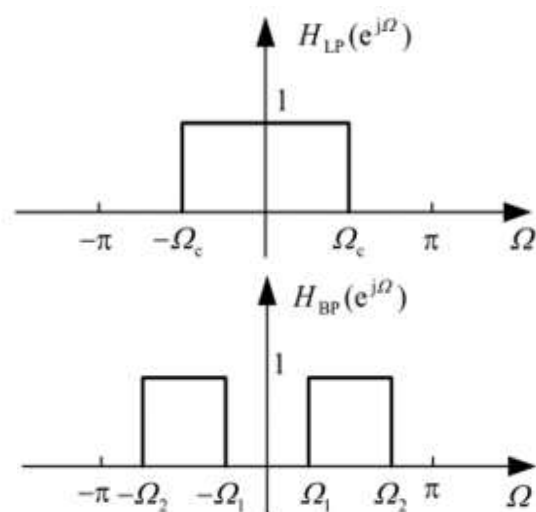
$$H_{\text{abs}} = \text{abs}(H)$$

$$H_{\text{ang}} = \text{angle}(H)$$



# 滤波特性

- 低通：通低频而抑制高频
- 高通：通高频而抑制低频
- 带通：通信号某一范围频率而抑制其它频率成分
- 带阻：抑制信号某一范围频率而通过其他频率成分
- 全通：让信号的所有频率通过



# 系统函数

若  $x[n] \xleftrightarrow{\text{ZT}} X(z)$

则  $x[n-n_0] \xleftrightarrow{\text{ZT}} X(z)z^{-n_0}$

- 离散时间LTI系统一般用线性常系数差分方程描述

$$\sum_{k=0}^N a_k y[n-k] = \sum_{k=0}^M b_k x[n-k]$$

- 利用ZT的时移特性，得到该系统的复频域方程

$$\sum_{k=0}^N a_k z^{-k} Y(z) = \sum_{k=0}^M b_k z^{-k} X(z)$$

- 离散时间LTI系统的系统函数定义为

$$H(z) \triangleq \frac{Y(z)}{X(z)} = \sum_{k=0}^M b_k z^{-k} \bigg/ \sum_{k=0}^N a_k z^{-k}$$

## 系统函数求解

若  $x[n] \xrightarrow{\text{ZT}} X(z)$

则  $x[n-n_0] \xrightarrow{\text{ZT}} X(z)z^{-n_0}$

■ 例3：差分方程  $y[n] - 0.81y[n-2] = x[n] - x[n-2]$

解：两边同时进行Z变换，该系统的复频域方程为

$$Y(z) - 0.81Y(z)z^{-2} = X(z) - X(z)z^{-2}$$

$$Y(z)(1 - 0.81z^{-2}) = X(z)(1 - z^{-2})$$

故，**系统函数**为

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 - z^{-2}}{1 - 0.81z^{-2}} = \frac{1 - z^{-2}}{(1 + 0.9z^{-1})(1 - 0.9z^{-1})}$$

# 总结

## ◆ 系统的零极点

- `zplane(B, A)`
- 对系统稳定性的影响

## ◆ 频率响应： $h[n]$ 的傅里叶变换

- `[H, w] = freqz(B, A, T)`
- 幅频特性和相频特性：滤波特性

## ◆ 系统函数： $h[n]$ 的Z变换

差分方程： 
$$\sum_{k=0}^N a_k y[n-k] = \sum_{k=0}^M b_k x[n-k]$$

$$B = [b_0, b_1, \dots, b_M]$$

$$A = [a_0, a_1, \dots, a_N]$$

频率响应： 
$$H(e^{j\omega}) = \frac{\sum_{k=0}^M b_k e^{-j\omega k}}{\sum_{k=0}^N a_k e^{-j\omega k}}$$

系统函数： 
$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^N a_k z^{-k}}$$

# 操作验收习题

注意：系统函数 $H(z)$ 的求解，  
系统滤波特性的判断，和频  
率响应表达式的写出均体现  
在实验报告中，上机验收只  
验收每一小题的图！！

◆ 2.1 已知一因果系统的差分方程为：

$$y(n)=0.9y(n-1)+x(n)$$

- (1): 求 $H(z)$ 并画出它的零极点。
- (2): 画出 $|H(e^{j\omega})|$ 和 $\angle H(e^{j\omega})$ 曲线，大致判断系统的滤波特性。
- (3): 画出单位冲激响应 $h(n)$ 。

◆ 2.2 已知线性因果系统的差分方程为：

$$y(n)=0.9y(n-1)+x(n)+0.9x(n-1)$$

- (1): 求系统的系统函数 $H(z)$ ，画出单位冲激响应 $h(n)$ 。
- (2): 写出系统频率响应 $H(e^{j\omega})$ 的表达式，并定性画出其幅度特性曲线。

# 实验报告作业题

◆ 2.1 已知一因果系统的差分方程为：

$$y(n)=0.9y(n-1)+x(n)$$

- (1): 求 $H(z)$ 并画出它的零极点。
- (2): 画出 $|H(e^{j\omega})|$ 和 $\angle H(e^{j\omega})$ 曲线，大致判断系统的滤波特性。
- (3): 画出单位冲激响应 $h(n)$ 。

◆ 2.2 已知线性因果系统的差分方程为：

$$y(n)=0.9y(n-1)+x(n)+0.9x(n-1)$$

- (1): 求系统的系统函数 $H(z)$ ，画出单位冲激响应 $h(n)$ 。
- (2): 写出系统频率响应 $H(e^{j\omega})$ 的表达式，并定性画出其幅度特性曲线。



# 感谢聆听!