杭州电子科技大学学生考试卷（A）卷

考试课程	数字信号处理	考试日期	2023 年　月　日	成 绩	
课程号	A0802040	教师号		任课教师姓名	
考生姓名		学号（8 位）		年级		专业	

一、填空题（每空 2 分，共 20 分）

1. 已知复指数序列 $x(n)=e^{j(n/7+\pi)}$，则该序列＿不是＿（是，不是）周期序列。

2. 已知系统 $y(n)=x^2(n^2)$，则该系统＿不是＿（是，不是）线性系统。

3. 假设序列 $x(n)$ 的 z 变换为 $X(z)$，则 $x(3-n)$ 的 z 变换为＿$z^{-3}X(z^{-1})$＿。

4. 假设 N 点序列 $x(n)$ 的 DTFT 变换为 $X(e^{jw})$，则该序列的 N 点离散傅里叶变换 DFT 可表示为: ＿$X(e^{j(2\pi/N)k})$＿。

5. 已知序列 $x(n)=\{2,1,0,-1,2,-5,6,n=0,1,2,3,4,5,6\}$，则该序列圆周左移 2 位后得到的序列可表示为: ＿{0，-1，2，-5，6，2，1}＿。

6. 序列 $x_1(n)$ 的长度为 5，序列 $x_2(n)$ 的长度为 6，只有当循环卷积长度 N 满足＿N≥10＿才能使用 FFT 对两序列进行快速线性卷积计算。

7. IIR 系统的系统函数为 $H(z)$，可以用直接型、＿级联型＿和并联型结构来实现。

8. 冲激响应不变法设计滤波器时，冲激响应不变法设计滤波器时，数字角频率 w 和模拟角频率 Ω 对应转换关系为：＿$w=\Omega T$＿。

9. 已知系统的单位冲激响应为 $h(n)=\frac{1}{2}\delta(n)-\frac{1}{2}\delta(n-2)$，则该系统能设计＿带通＿型幅度响应滤波器。

10. 在数字系统中，主要有三种与字长密切相关的误差因素，即 A/D 转换的有限字长、运算过程中的有限字长以及＿滤波器系数的有限字长＿。

二、（10 分）一个线性时不变系统，其差分方程表示为：$y(n)=\frac{5}{2}y(n-1)-y(n-2)-\frac{3}{2}x(n-1)$

求：（1）求该系统的系统函数;

（2）若系统是稳定的，求此时的收敛域以及单位冲激响应 $h(n)$。

答：（1）系统的系统函数为：

$$H(z)=\frac{-\frac{3}{2}z^{-1}}{1-\frac{5}{2}z^{-1}+z^{2}}\qquad（3 分）$$

（2）若系统是稳定的，则收敛域为：$\frac{1}{2}<|z|<2$　（2 分）

单位冲激响应为：

$$H(z)=\frac{-\frac{3}{2}z^{-1}}{1-\frac{5}{2}z^{-1}+z^{2}}=\frac{-\frac{3}{2}z^{-1}}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})\quad(1-2z^{-1})}=\frac{1}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})}-\frac{1}{(1-2z^{-1})}\qquad（3 分）$$

$$h(n)=(\frac{1}{2})^{n}u(n)+2^{n}u(-n-1)\qquad（2 分）$$

（说明：可按过程等酌情给分或扣分）

三．（14）已知序列 $x(n)$为 N 点序列，n=0, 1, ..., N-1，而 N 为偶数，其 DFT 为 $X(k)$。

（1）令 $y(n)=\begin{cases} x\left(\dfrac{n}{2}\right), & n\text{为偶数} \\ 0\ , & n\text{为奇数} \end{cases}$，所以 $y(n)$为 $2N$ 点序列，试用 $X(k)$表示 $Y(k)$；

（2）简要阐述使用 DFT 进行谱分析时产生的栅栏效应的影响及改善措施。。

答：（1）首先：$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)W_N^{nk}$，　其中$W_N=e^{-j2\pi/N}$　　（2 分）

则：$Y(k)=\sum_{n=0}^{2N-1}y(n)W_{2N}^{nk}=\sum_{n=even}^{2N-1}x(\frac{n}{2})W_{2N}^{2mk}$　　（2 分）

令：$m=n/2$，则有：$Y(k)=\sum_{m=0}^{N-1}x(m)W_N^{mk}=X(k)$，$k$=0, 1, ..., N-1　　（2 分）

当 $N\leqslant k\leqslant 2N-1$ 时，$Y(k)=\sum_{m=0}^{N-1}x(m)W_N^{m(k-N)}=X(k-N)$　　（2 分）

即：$Y(k)=\begin{cases} X(k) & k=0\sim N-1 \\ X(k-N) & k=N\sim 2N-1 \end{cases}$　　（2 分）

（2）栅栏效应可能漏掉大的、重要的频谱分量。（2 分）采用在原序列尾部补零的方法，增加序列长度 N，即增加 DFT 变换的点数来改善栅栏效应。（2 分）

（说明：可按过程等酌情给分或扣分）

四．（12 分）已知一个离散时间系统的单位冲激响应为 $h(n)=R_4(n)$。

求：（1）系统 $h(n)$的频率响应；

（2）该系统是否具有线性相位？如果是，求其群时延。

（3）若有序列 $x(n)$={2, 1, 3,-1; n=0, 1, 2, 3}，计算 $x(n)$ 和 $h(n)$ 的 4 点圆周卷积。

答：（1）系统 $h(n)$的频率响应为：

$$H(e^{jw})=\sum_{n=0}^{3}e^{-jwn}=\frac{1-e^{-jw4}}{1-e^{-jw}}\quad（2 分）$$

$$H(e^{jw})=\frac{1-e^{-jw4}}{1-e^{-jw}}=\frac{e^{-jw2}(e^{jw2}-e^{-jw2})}{e^{-jw/2}(e^{jw/2}-e^{-jw/2})}=e^{-jw3/2}\frac{\sin(2w)}{\sin(w/2)}\quad（2 分）$$

（2）该系统具有线性相位 （2 分），其群时延为：3/2。（2 分）

（3）$x(n)$ 和 $h(n)$ 的线性卷积为：{2, 3, 6, 5, 3, 2, -1}。（2 分）

利用线性卷积和圆周卷积关系可得 4 点圆周卷积为：{5，5，5，5}　（2 分）

（说明：其它计算方法若答案对的话可直接给 4 分）

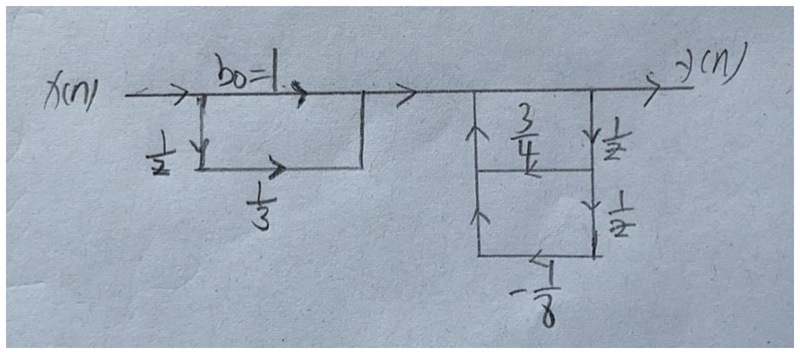
五．（10 分）有一数字滤波器的系统函数为$H(z)=\dfrac{1+\frac{1}{3}z^{-1}}{1-\frac{3}{4}z^{-1}+\frac{1}{8}z^{-2}}$，

（1）试写出上述系统函数的差分方程形式；

（2）试画出直接 I 型和并联型结构信号流图。

解：（1）差分方程表示为：$y(n)=\frac{3}{4}y(n-1)-\frac{1}{8}y(n-2)+x(n)+\frac{1}{3}x(n-1)$ （2 分）

（2）直接 I 型为：

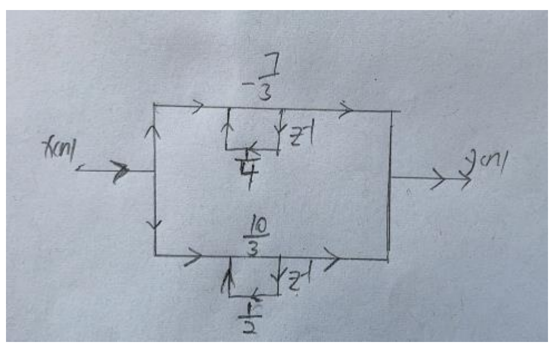


（4 分）

并联型为：

部分分式展开后为：$H(z)=\frac{10}{3}\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}-\frac{7}{3}\frac{1}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}$ （2 分）

信号流图为：



（2 分）

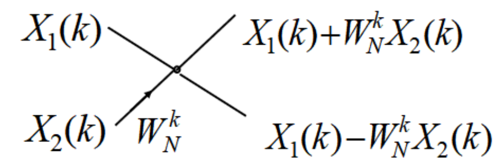
（说明：若直接画出并联结构图，也可以直接给 4 分）

六．（10 分）（1）试画出基 2 时间抽取法 FFT 的基本蝶形运算流图；

（2）试写出时间抽取法和频率抽取法的两个主要相同点；

（3）试画出 4 点频率抽取法的蝶形运算流图。

答：（1）基 2 时间抽取法的基本蝶形运算流图为：

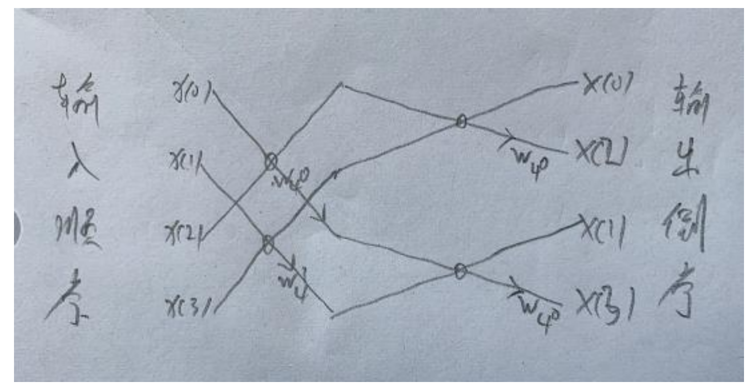


（2 分）

（2）时间抽取法和频率抽取法的相同点为：

1）运算量相同 2）都可原位计算 3）每级都有 $N/2$ 个蝶形等（每答一个 2 分，共 4 分）

（3）4 点频率抽取法的蝶形运算流图为：



（4 分）

（说明：可按系数或箭头方向等酌情给分或扣分）

七、（12 分）已知巴特沃思模拟系统函数 $H_a(s)=\dfrac{3}{(s/\Omega_c)^2+4(s/\Omega_c)+3}$，

（1）试用双线性变换法设计一个二阶巴特沃思数字低通滤波器，采样频率为 $f_s=4$ kHz，其 3dB 截止频率为 $f_c=1$ kHz, 求该数字滤波器的系统函数;

（2）试简要阐述双线性变换法的优缺点。

解：（1）确定数字域截止频率 $w_c=2\pi f_c/f_s=0.5\pi$（1 分）

确定预畸变的模拟滤波器的截止频率

$$\Omega_c=\frac{2}{T}\tan\left(\frac{w_c}{2}\right)=\frac{2}{T}\tan\left(\frac{0.5\pi}{2}\right)=\frac{2}{T}\qquad（2 分）$$

将 Ω_c 代入三阶模拟巴特沃思滤波器 $H_a(s)$，得

$$H_a(s)=\frac{3}{(s/(2/T))^2+4(s/(2/T))+3}\qquad（1 分）$$

最后，将双线性变换关系代入就得到数字滤波器的系统函数

$$H(z)=H_a(s)\Big|_{s=\frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}=\frac{3}{(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}})^2+4(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}})+3}=\frac{3}{4}\cdot\frac{1+2z^{-1}+z^{-2}}{2+z^{-1}}\qquad（4 分）$$

（说明：可按过程等酌情给分或扣分）

（2）优点：消除了频谱混叠，可以设计任意类型滤波器。（2 分）

缺点：产生畸变，相位非线性。（2 分）

八.（12 分）用窗函数法设计一个线性相位低通 FIR 滤波器，要求通带截止频率为 0.25 π, 过渡带宽度为 8π/51 rad, 阻带最小衰减为 45 dB。选择合适的窗函数及其长度 N，求出 $h(n)$的表达式。可能用到的参数如下表：

窗函数	旁瓣峰值幅度/dB	过渡带宽 $\Delta\omega/(2\pi/N)$	阻带最小衰减/dB
矩形窗	-13	0.9	-21
汉宁窗	-31	3.1	-44
海明窗	-41	3.3	-53
布拉克曼窗	-57	5.5	-74

答：因为阻带最小衰减为 45dB, 所以选择海明窗。（2 分）

其中 N 为窗的长度，可根据过渡带来计算：

$$3.3=\frac{(8\pi/51)}{(2\pi/N)}\qquad（3 分）$$

$$N=42.075\approx 43$$

理想低通滤波器的冲激响应为：

$$h_d(n)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_c}^{\omega_c}e^{-j\omega\alpha}e^{j\omega n}d\omega$$

$$=\frac{\sin[\omega_c(n-a)]}{\pi(n-a)}$$

（3 分）

由题要求线性相位，则有 $\alpha=\dfrac{N-1}{2}=21,\quad \omega_c=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{8}{51}\pi=0.3284\pi$ （2 分）

代入可得 $h(n)=\dfrac{\sin[0.3284\pi(n-21)]}{\pi(n-21)}\cdot w(n)$

其中，$w(n)$为窗函数。（2 分）

（说明：可按过程等酌情给分或扣分）