杭州电子科技大学学生考试卷 （B） 卷

考试课程	数学物理方法	考试日期	2018 年 月 日	成绩	
课程号	A0803020	教师号		任课教师	
学生姓名		学号(8 位)		班级	

1、(9 分)用代数式表示下列复数 z

(1)$z^4 = -4$

(2)$1/z = 3/5+i/5$

(3)$\ln z = -1 +\pi i$

2、(12 分) 已知两个复变函数的 $f_1(0)= f_2(0)=0$。它们的实部 $u_1=x^2 + y^2$, $u_2= e^x\cos y -1$。

（1）这两个函数有没有可能是解析的？为什么？

（2）对于解析的那个函数，在 z =1 时，函数的取值是多少？

3、（8 分）$\vec{A}=\hat{x}-\hat{y}+2\hat{z}$， $\vec{B}=2\hat{x}+\hat{y}-\hat{z}$，求

(1) $(\vec{A}+\vec{B})$□$(\vec{A}-\vec{B})$

(2) $(\vec{A}+\vec{B})\times(\vec{A}-\vec{B})$

4、（7 分）矢量 $\vec{A}$ 是标量 $\varphi=x^2+2y^2+3z+4$ 的梯度。求闭合回路积分:

$$\oiint_{x^2+y^2+z^2=1} \vec{A}\bullet d\vec{S}$$

5、(7 分)计算积分 $\int_{-1}^{1}|z|dz$，积分路径分两段：第一段为实轴从原点到 $\sqrt{2}$；第二段是从 $\sqrt{2}$ 到 1+i，经过圆心在原点、半径为 $\sqrt{2}$ 的圆弧。

6、(8 分)已知函数 $\Psi(t,x)=\dfrac{e^{-xt/(1-t)}}{1-t}$，把 x 当作参数，把 t 认为是复变数，试应用柯西公式把 $\left[\dfrac{\partial^n\Psi}{\partial t^n}\right]_{t=0}$ 表为回路积分。

对回路积分进行积分变数的代换 $t=\dfrac{z-x}{z}$，并借以证明

$$\left[\frac{\partial^n\Psi}{\partial t^n}\right]_{t=0}=e^x\frac{d^n}{dx^n}\left(x^n e^{-x}\right)$$

7、 (6 分)在 $z_0=0$ 点的邻域上把复变函数 arctan z 展开为泰勒级数。

8、(7 分)以 $z_0=0$ 为中心将函数 $\dfrac{1}{(1-z^2)^3}$ 展开为幂级数。

9、（8 分）确定下列函数的奇点类型，并计算各奇点的留数。

(1) $ze^z/(z-a)^3$

(2) $\dfrac{z+1}{z^2-2z}$

10、（10 分）应用留数定理计算实变函数定积分： $\int_{-\infty}^{\infty}\dfrac{2\cos x}{x^2+4x+5}dx$ 。

11、(8 分)分别写出以下两种关于杆的纵振动问题的定解条件：

(1)均匀细杆长为 l，在 x=0 端固定，而另一端受着一个沿杆长方向的力 Q，如果在开始一瞬间，突然停止这个力的作用，求杆的纵向振动。
(2)长为 l 而固定于 x=0 一端的均匀细杆，处于静止状态中，在 t=0 时，一个沿着杆长方向的力 Q 加在杆的另一端上，求在 t>0 时杆上各点的位移。

12、(10 分)求解定解问题：

$$u_{tt} = a^2 u_{xx}, \quad 0 < x < \pi, t > 0$$
$$\begin{cases} u(0,t) = u(\pi,t) = 0 \\ u(x,0) = 3\sin x, \\ u_t(x,0) = 0. \end{cases}$$