杭州电子科技大学 2007 年《信号与系统》期末考试卷

一．填空题（每小题 3 分，10 小题，共 30 分）

(1) 信号 $f(t)=\sin(\frac{\pi}{4}t)+\cos(\frac{\pi}{3}t)$ 的基本周期是____________。

(2) 信号 $x(n)=u(n)$ 的功率是____________。

(3) $\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau+1)\mathrm{d}\tau=$__________。

(4) 信号 $f(t)=u(t)$ 的傅里叶变换为 ____________________。

(5) 信号 $x(n)=u(n)$ 的算子表示为 __________________。

(6) $\{2\quad 1\quad -1\}_0 * \{2\quad -1\}_{-2}=$______________________。

(7) 已知 LTI 系统方程 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}r(t)+2r(t)=\delta(t)+u(t)$ 且 $r(0_-)=1$，则 $r(0_+)=$ ____________。

(8) 无失真传输系统 $r(t)=2e(t-1)$，其冲激响应为 $h(t)=$______________。

(9) 信号 $f(t)=(t+1)u(t)$ 的拉氏变换为______________________________。

(10) 已知 $X(z)=\frac{3z^2+2}{z^2-3z+2}$ $(1<|z|<2)$，则 $x(n)=$______________________。

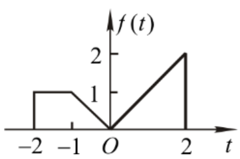
答：(1) 24；　(2) 0.5；　(3) $u(t+1)$；　(4) $\pi\delta(\omega)+\frac{1}{\mathrm{j}\omega}$；　(5) $\frac{E}{E-1}\delta(n)$；

(6) $\{4\quad 0\quad -3\quad 1\}_{-2}$；　(7) 2；　(8) $2\delta(t-1)$；　(9) $\frac{s+1}{s^2}(\sigma>0)$；

(10) $\delta(n)-5u(n)-7\cdot 2^n u(-n-1)$。

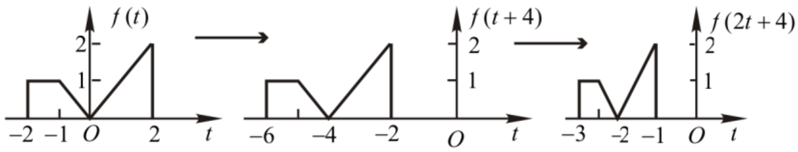
二．画图题（每小题 5 分，4 小题，共 20 分）

1．信号 $f(t)$ 的波形如题图 2－1，画出 $f(2t+4)$ 的波形。



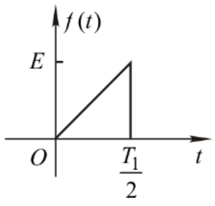
题图 2－1

解：



2．已知周期函数 $f(t)$ 半个周期的波形如题图 2-2，根据下列条件画出 $f(t)$ 在一个周期 $(0\le t<T_1)$ 的波形。

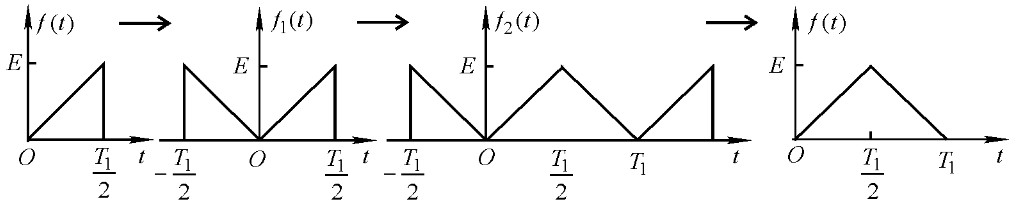
（1） $f(t)$ 是偶函数；　　（2） $f(t)$ 是奇函数。



题图 2－2

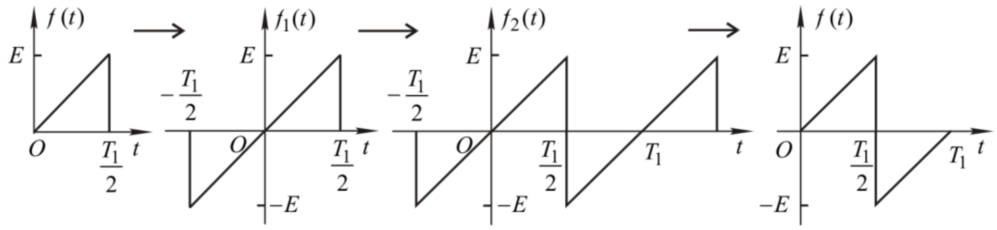
解：（1） $f(t)$ 是偶函数，则 $f(-t)=f(t)$，波形对称于纵轴。

① 对褶得 $f_1(t)$， ②将 $f_1(t)$ 向右平移 T_1 得 $f_2(t)$，③取 $0-T_1$ 的波形得到 $f(t)$ 在一个周期 $(0\le t<T_1)$ 的波形。如图（1）所示。



图（1）

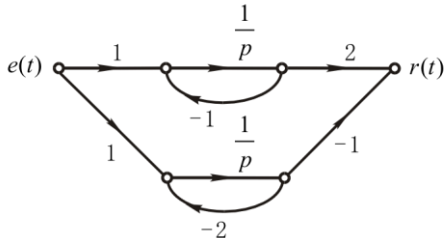
（2） $f(t)$ 是奇函数，波形对称于原点。过程与（1）相似，如图（2）所示。



图（2）

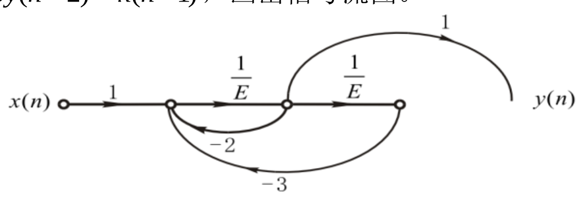
3．已知系统的传输算子 $H(p)=\dfrac{p+3}{p^2+3p+2}$，画出并联结构的信号流图。

解： $H(p)=\dfrac{p+3}{p^2+3p+2}=\dfrac{2}{p+1}+\dfrac{-1}{p+2}=\dfrac{\frac{2}{p}}{1+\frac{1}{p}}+\dfrac{-\frac{1}{p}}{1+\frac{2}{p}}$ 。



4．系统方程为 $y(n)+2y(n-1)+3y(n-2)=x(n-1)$，画出信号流图。

解： $H(E)=\dfrac{\frac{1}{E}}{1+\frac{2}{E}+\frac{3}{E^2}}$



三．（13 分）系统方程为 $\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}r(t)+4\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}r(t)+3r(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}e(t)+3e(t)$，起始状态 $r(0_-)=0, r'(0_-)=1$。求 $e(t)=\mathrm{e}^{-t}u(t)$ 时的零输入响应、零状态响应和完全响应。

解：设 $r(t)\leftrightarrow R(s)$，则 $r'(t)\leftrightarrow sR(s)-r(0_-)=sR(s)$，$r''(t)\leftrightarrow s^2R(s)-sr(0_-)-r'(0_-)=s^2R(s)-1$。

由于 $e(t)$ 是因果信号，$e(t)\leftrightarrow E(s)=\frac{1}{s+1}$，$e'(t)\leftrightarrow sE(s)$。

方程两边同时取单边 s 变换，有 $s^2R(s)-1+4sR(s)+3R(s)=(s+3)E(s)$，

求得 $R(s)=\frac{(s+3)E(s)+1}{s^2+4s+3}$。

零输入响应的 s 变换为 $R_{\mathrm{zi}}(s)=\frac{1}{s^2+4s+3}=\frac{1}{(s+1)(s+3)}=\frac{\frac{1}{2}}{s+1}+\frac{-\frac{1}{2}}{s+3}$，

零输入响应为 $r_{\mathrm{zi}}(t)=\frac{1}{2}(\mathrm{e}^{-t}-\mathrm{e}^{-3t})u(t)$；

零状态响应的 s 变换为 $R_{\mathrm{zs}}(s)=\frac{s+3}{s^2+4s+3}E(s)=\frac{s+3}{(s+1)(s+3)}\cdot\frac{1}{s+1}=\frac{1}{(s+1)^2}$，

零状态响应为 $r_{\mathrm{zs}}(t)=t\mathrm{e}^{-t}u(t)$；

完全响应的 s 变换为 $R(s)=\frac{(s+3)\frac{1}{s+1}+1}{s^2+4s+3}=\frac{2(s+2)}{(s+1)^2(s+3)}=\frac{1}{(s+1)^2}+\frac{\frac{1}{2}}{s+1}+\frac{-\frac{1}{2}}{s+3}$，

完全响应为 $r(t)=\left(t\mathrm{e}^{-t}+\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-t}-\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-3t}\right)u(t)$。

四．（12 分）已知 LTI 系统：$y(n)-y(n-1)-2y(n-2)=\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)u(n)$，$y(-1)=1$，$y(-2)=1$。用 z 变换求完全响应 $y(n)$。

解：设 $y(n)\leftrightarrow Y(z)$，有

$$Y(z)-\left[z^{-1}Y(z)+y(-1)\right]-2\left[z^{-2}Y(z)+z^{-1}y(-1)+y(-2)\right]=\frac{z}{z^2+1},$$

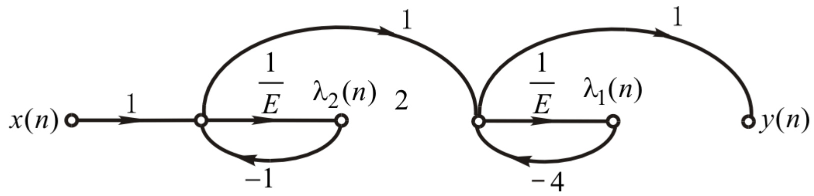
$$Y(z)=\frac{\frac{z}{z^2+1}+3+2z^{-1}}{1-z^{-1}-2z^{-2}}=\frac{z\left(3z^3+3z^2+3z+2\right)}{\left(z^2+1\right)\left(z+1\right)\left(z-2\right)}$$

$$=\frac{\frac{1}{6}z}{z+1}+\frac{\frac{44}{15}z}{z-2}+\frac{\frac{-1}{2+\mathrm{j}6}z}{z+\mathrm{j}}+\frac{\frac{1}{\mathrm{j}6-2}z}{z-\mathrm{j}}=\frac{1}{6}\frac{z}{z+1}+\frac{44}{15}\frac{z}{z-2}+\frac{-\frac{1}{10}z^2+\frac{3}{10}z}{z^2+1},$$

所以 $y(n)=\left[\frac{1}{6}(-1)^n+\frac{44}{15}\cdot 2^n-\frac{1}{10}\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)+\frac{3}{10}\sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)\right]u(n)$。

五.（13 分）系统方程 $y(n)+5y(n-1)+4y(n-2)=x(n)$，画出串联形式的信号流图并建立状态方程。

解：$H(E)=\dfrac{1}{1+\dfrac{5}{E}+\dfrac{4}{E^2}}=\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{E}}\cdot\dfrac{1}{1+\dfrac{4}{E}}$



$$\lambda_1(n+1)=-4\lambda_1(n)+\lambda_2(n+1)，\quad \lambda_2(n+1)=-\lambda_2(n)+x(n)，$$

所以 $\lambda_1(n+1)=-4\lambda_1(n)-\lambda_2(n)+x(n)$，$\lambda_2(n+1)=-\lambda_2(n)+x(n)$；

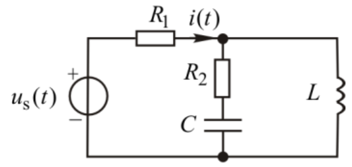
$$y(n)=\lambda_1(n+1)=-4\lambda_1(n)-\lambda_2(n)+x(n)。$$

其矩阵形式为：

$$\begin{bmatrix}\lambda_1(n+1)\\ \lambda_2(n+1)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-4 & -1\\ 0 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\lambda_1(n)\\ \lambda_2(n)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}x(n),$$

$$y(n)=\begin{bmatrix}-4 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\lambda_1(n)\\ \lambda_2(n)\end{bmatrix}+x(n)。$$

六.（12 分）题图 6 中，$i(t)$ 为输出，建立状态方程和输出方程。



题图 6

解：选电感电流 $i_L(t)$（由上向下）和电容电压 $u_C(t)$（上＋下－）为状态变量。

列两网孔方程，有：

$$u_S(t)=R_1\left[i_L(t)+C\frac{d}{dt}u_C(t)\right]+R_2C\frac{d}{dt}u_C(t)+u_C(t),$$

$$L\frac{d}{dt}i_L(t)=R_2C\frac{d}{dt}u_C(t)+u_C(t)。$$

解得状态方程和输出方程分别为：

$$\frac{d}{dt}u_C(t)=-\frac{1}{(R_1+R_2)C}u_C(t)-\frac{R_1}{(R_1+R_2)C}i_L(t)+\frac{1}{(R_1+R_2)C}u_S(t),$$

$$\frac{d}{dt}i_L(t)=\frac{R_1}{(R_1+R_2)L}u_C(t)-\frac{R_1R_2}{(R_1+R_2)L}i_L(t)+\frac{R_2}{(R_1+R_2)L}u_S(t);$$

$$i(t)=i_{\mathrm{L}}(t)+C\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}u_C(t)=-\frac{1}{R_1+R_2}u_{\mathrm{C}}(t)+\frac{R_2}{R_1+R_2}i_{\mathrm{L}}(t)+\frac{1}{R_1+R_2}u_{\mathrm{S}}(t)\text{。}$$

其矩阵形式为：

$$\begin{bmatrix}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}u_C(t)\\ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}i_{\mathrm{L}}(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{1}{(R_1+R_2)C} & -\frac{R_1}{(R_1+R_2)C}\\ \frac{R_1}{(R_1+R_2)L} & -\frac{R_1R_2}{(R_1+R_2)L}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_{\mathrm{C}}(t)\\ i_{\mathrm{L}}(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{1}{(R_1+R_2)C}\\ \frac{R_2}{(R_1+R_2)L}\end{bmatrix}u_{\mathrm{S}}(t)\text{；}$$

$$i(t)=\begin{bmatrix}-\frac{1}{R_1+R_2} & \frac{R_2}{R_1+R_2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_{\mathrm{C}}(t)\\ i_{\mathrm{L}}(t)\end{bmatrix}+\frac{1}{R_1+R_2}u_{\mathrm{S}}(t)\text{。}$$