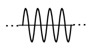
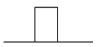
1 信号分类

按照是否具有周期重复性区分

- **周期信号：** 每隔一定时间间隔按相同规律重复 且 无始无终



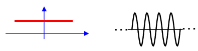
- **非周期信号：**



按照信号能量是否有限区分

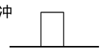
- **功率信号：** $0 < P < \infty$ 和 $E \to \infty$

  如，直流信号、周期信号和随机信号



- **能量信号：** $0 < E < \infty$ 和 $P \to 0$

  如，单个矩形脉冲



能量：$E = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t)dt$　　功率：$P = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s^2(t)dt$

2 信号的时频域关系

非周期信号 $s(t)$ $\xleftrightarrow{\text{FT}}$ 频谱密度 $S(f)$

$$\text{FT}: S(jw) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-jwt}dt$$

$$\text{IFT}: s(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S(jw)e^{jwt}dw$$

$\Updownarrow$ $w = 2\pi f$

$$\text{FT}: S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-j2\pi ft}dt$$

$$\text{IFT}: s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f)e^{j2\pi ft}df$$

$S(f)$ 为连续谱 单位是V/Hz

周期信号 $s_T(t)$ —FS→ 频谱 c_n；—FT + FS→ 频谱密度 $S(f)$

$$s_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j2\pi nf_0t}, f_0 = 1/T$$

$$c_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s_T(t)e^{-j2\pi nf_0t}dt$$

$$e^{j2\pi nf_0t} \xleftrightarrow{\mathcal{FT}} \delta(f - nf_0)$$

$$S_T(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n\delta(f - nf_0)$$

c_n 为离散谱 单位是V

FT：傅里叶变换
FS：傅里叶级数

2 信号的时频域关系

【例】周期信号 $\delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t - nT)$ 的频谱

$$\delta_T(t) \overset{\mathcal{FS}}{=} \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m e^{j2\pi mf_0t} = \frac{1}{T}\sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{j2\pi mf_0t}$$

+

$$e^{j2\pi mf_0t} \xleftrightarrow{\mathcal{FT}} \delta(f - mf_0)$$

$$\boxed{\delta_T(f) = \frac{1}{T}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\delta(f - m\frac{1}{T})}$$

其中

$f_0 = 1/T$

$$\begin{aligned} c_m &= \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}\delta_T(t)e^{-j2\pi mf_0t}dt \\ &= \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}\left(\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t - nT)\right)e^{-j2\pi mf_0t}dt \\ &= \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}\delta(t)e^{-j2\pi mf_0t}dt \\ &= \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}\delta(t)e^{-j2\pi mf_0\times 0}dt \\ &= \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}\delta(t)dt = \frac{1}{T} \end{aligned}$$

2 信号的时频域关系

两个规律

周期化 ⟷ **离散化**

连续时间周期信号	$s_T(t) \underset{\mathcal{IFS}}{\overset{\mathcal{FS}}{\longleftrightarrow}} c_n$	离散非周期频谱
连续时间非周期信号	$s(t) \underset{\mathcal{IFT}}{\overset{\mathcal{FT}}{\longleftrightarrow}} S(jw)$	连续非周期频谱
离散时间周期信号	$s_N[n] \underset{\mathcal{IDFS}}{\overset{\mathcal{DFS}}{\longleftrightarrow}} c[n]$	离散周期频谱
离散时间非周期信号	$s[n] \underset{\mathcal{IDTFT}}{\overset{\mathcal{DTFT}}{\longleftrightarrow}} S(e^{j\Omega})$	连续周期频谱

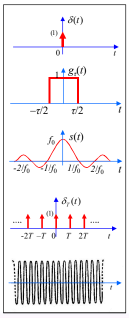
乘积 ⟷ **卷积**

$$s_1(t) * s_2(t) \xleftrightarrow{\text{FT}} S_1(f)\cdot S_2(f)$$

$$s_1(t)\cdot s_2(t) \xleftrightarrow{\text{FT}} S_1(f) * S_2(f)$$

2 信号的时频域关系 ★

五种常用变换



$$\delta(t) \xleftrightarrow{\text{FT}} 1$$

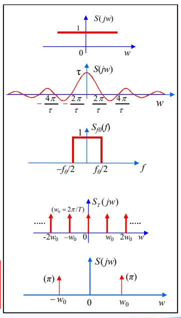
$$g_\tau(t) = 1 \xleftrightarrow{\text{FT}} \tau\text{Sa}(w\tau/2)$$
$$(|t| < \tau/2) \qquad \tau\text{Sa}(\pi f\tau)$$

注：$\text{Sa}(x) = \sin x/x$

$$s(t) = f_0\text{Sa}(\pi f_0t) \xleftrightarrow{\text{FT}} S_{f_0}(f) = 1$$
$$(|f| < f_0/2)$$

$$\delta_T(t) \xleftrightarrow{\text{FT}} \frac{2\pi}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(w - n\frac{2\pi}{T})$$
$$\frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(f - n\frac{1}{T})$$

$$\cos(w_0t) \xleftrightarrow{\text{FT}} \pi[\delta(w + w_0) + \delta(w - w_0)]$$
$$\frac{1}{2}[\delta(f + f_0) + \delta(f - f_0)]$$



3 信号的几种特征计算 ★

随机变量 X 的 期望

$$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x\underline{f(x)}dx$$

概率密度函数

误差函数 $erf(x)$、补误差函数 $erfc(x)$

$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-t^2}dt$$

递增函数

$erf(0) = 0$

$erf(\infty) = 1$

$$erfc(x) = 1 - erf(x)$$

功率信号 $s(t)$ 的功率谱密度 $P(f)$、功率 P

$$P(f) = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}|S_T(f)|^2$$

$$P = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s^2(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} P(f)df$$

能量信号 $s(t)$ 的能量谱密度 $G(f)$、能量 E

$$G(f) = \underline{|S(f)|}^2$$

频谱密度

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty}|S(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} G(f)df$$