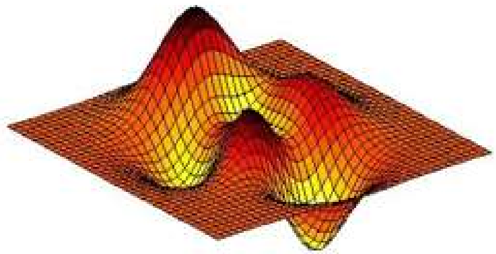
数字信号处理实验

授课老师：何　美霖 (Meilin He)
单　　位：通信工程学院
邮　　箱：meilinhe@hdu.edu.cn

第9讲 FIR数字滤波器设计—窗函数法

- 设计原理
- 窗函数对设计的影响
- 窗函数选取原则
- 设计步骤



设计原理

- 将满足滤波器技术要求的无限长单位冲激响应加窗截短作为FIR数字滤波器的单位冲激响应。

$$h(n) = h_{\mathrm{d}}(n)w(n)$$

窗函数对设计的影响

- 过渡带的宽度受主瓣宽度影响。
- 振荡幅度取决于旁瓣的相对幅度，所以旁瓣影响阻带衰减。
- 改变截取长度N，可以改变过渡带宽度，但不能改变阻带衰减。

窗函数选取原则

- 主瓣宽度窄，以获得较陡的过渡带。

- 最大旁瓣相对主瓣尽可能小，以改善通带平稳度，增大阻带衰减。

窗函数选取原则

窗类型	窗谱特性指标		加窗后滤波器性能指标	
	旁瓣峰值(*dB*)	主瓣宽度	最小阻带衰减(*dB*)	过渡带宽 $\Delta\omega/(2\pi/N)$
矩形窗	−13	$4\pi/N$	−21	0.9
三角形窗	−25	$8\pi/N$	−25	2.1
汉宁窗	−31	$8\pi/N$	−44	3.1
海明窗	−41	$8\pi/N$	−53	3.3
布莱克曼窗	−57	$12\pi/N$	−74	5.5
凯泽窗 $(\beta=7.865)$	−57		−80	5

设计步骤

- 步骤1：给定希望逼近的频率响应函数$H_d(e^{j\omega})$，求理想单位脉冲响应$h_d(n)$。

$$h_d(n)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}H_d(e^{j\omega})e^{j\omega n}d\omega$$

- 步骤2：由过渡带宽及阻带最小衰减的要求，选定窗函数w(n)，并估计窗口长度N。
- 步骤3：计算所设计的FIR滤波器的单位脉冲响应。

$$h(n) = h_d(n)w(n) \qquad 0\le n\le N-1$$

- 步骤4：由h(n)求FIR滤波器的频率响应函数$H(e^{j\omega})$或系统函数H(z) 。

相关窗函数

表 13.2　MATLAB 提供的窗函数

函数名	功能	函数名	功能
blackman	Blackman(布莱克曼)窗	chebwin	Chebyshev(切比雪夫)窗
boxcar	矩形窗	hamming	Hamming(海明)窗
hann	Hanning(汉宁)窗	triang	三角窗
kaiser	Kaiser(凯泽)窗		

例子

- 例1：根据下列技术指标，设计一个线性相位的FIR数字低通滤波器。
  给定采样频率$f_c = 15\text{kHz}$，通带截止频率$\Omega_p=1.5\times10^3\text{Hz}$，阻带截止频率$3\times10^3\text{Hz}$，阻带衰减$A_s=50\text{dB}$。

解：由于滤波器指标用模拟频率给出，所以先求各自对应的数字域

频率：$\omega_p = 2\pi\Omega_p/f_c = 0.2\pi$；　$\omega_s = 2\pi\Omega_s/f_c = 0.4\pi$

3 dB通带截止频率为

$$\omega_c \approx \frac{\omega_s + \omega_p}{2} = 0.3\pi$$

理想低通滤波器的单位脉冲响应为

$$h_d(n) = \frac{\sin[\omega_c(n-\alpha)]}{\pi(n-\alpha)} \qquad \alpha = \frac{N-1}{2}$$

由阻带衰减来确定窗形状，由过渡带宽确定N。由于$A_s=50\text{dB}$，查表

可选海明窗，其阻带最小衰减53dB满足要求。所要求的过渡带宽：

$$\Delta\omega = \omega_s - \omega_p = 0.2\pi$$

例子

- 例1：根据下列技术指标，设计一个线性相位的FIR数字低通滤波器。
  给定采样频率f_c = 15kHz，通带截止频率Ω_p=1.5×10^3Hz，阻带截止频率3×10^3Hz，阻带衰减A_s=50dB。

由于海明窗过渡带宽满足 $$\Delta\omega=\frac{6.6\pi}{N} \quad \Rightarrow N=\frac{6.6\pi}{0.2\pi}=33$$

$$\alpha=\frac{N-1}{2}=16$$

海明窗为 $$w(n)=\left[0.54-0.46\cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right)\right]R_N(n)$$

则所设计的滤波器的单位脉冲响应为

$$h(n)=\frac{\sin[\omega_c(n-\alpha)]}{\pi(n-\alpha)}\cdot\left[0.54-0.46\cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right)\right]R_N(n) \qquad N=33$$

所设计的滤波器的频率响应为 $$H(e^{j\omega})=\sum_{n=0}^{N-1}h(n)e^{-j\omega n}$$

例子

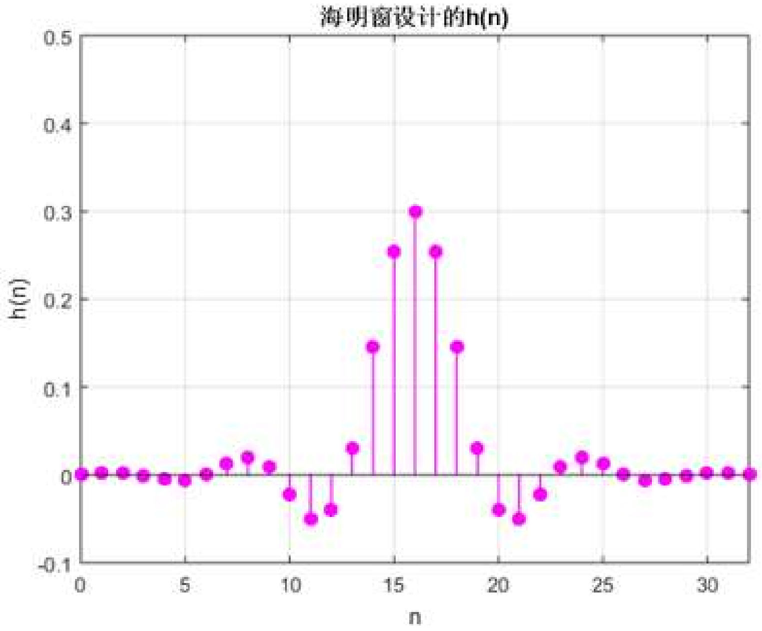
- 例1：根据下列技术指标，设计一个线性相位的FIR数字低通滤波器。给定采样频率$f_c = 15\text{kHz}$，通带截止频率$\Omega_p = 1.5\times10^3\text{Hz}$，阻带截止频率$\Omega_s = 3\times10^3\text{Hz}$，阻带衰减$A_s$=50dB。

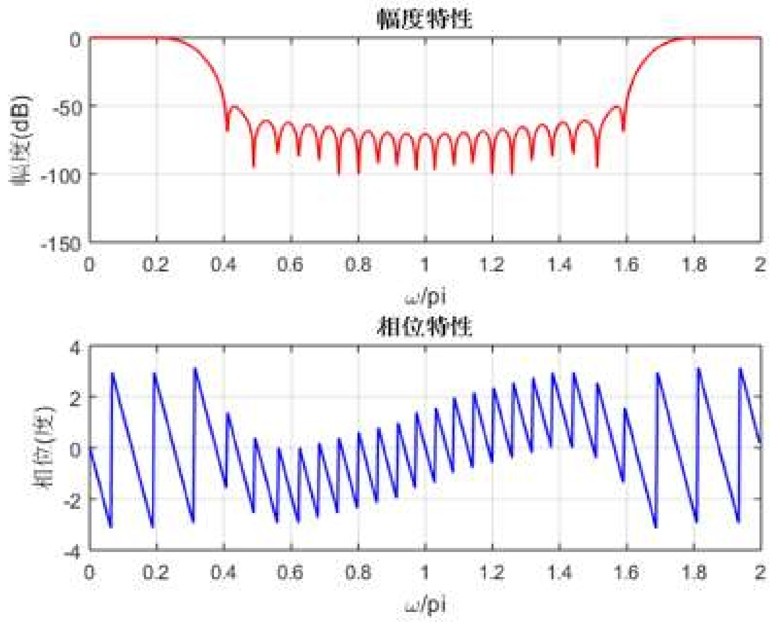
```
clc; clear; close all;
fp = 1500; fs = 3000; fc = 15000;
wp = 2*pi*fp/fc; ws = 2*pi*fs/fc;
wc = (wp+ws)/2;
dw = ws-wp;
N = 6.6*pi/dw;
nd = (N-1)/2;
h=fir1(N-1,wc/pi,'low',hamming(N));
H = fft(h, 512); w = 2*(0:511)/512;
%[H, w] = freqz(h);
```

```
figure(1);
stem(0:N-1,h,'fill','m','linewidth',1.0);
xlabel('n'); ylabel('h(n)');
axis([0 N-1 -0.1 0.5]);
title('海明窗设计的h(n)'); grid on;
figure(2);
subplot(2,1,1);
plot(w,20*log10(abs(H)),'r','linewidth',1.0);
%plot(w/pi,20*log10(abs(H)),'r','linewidth',1.0);
xlabel('\omega/pi');ylabel('幅度(dB)');title('幅度特性')
subplot(2,1,2);
plot(w,angle(H),'b','linewidth',1.0);
%plot(w/pi,angle(H),'b','linewidth',1.0);
xlabel('\omega/pi');ylabel('相位(度)');title('相位特性')
```

例子

- 例1：根据下列技术指标，设计一个线性相位的FIR数字低通滤波器。给定采样频率$f_c = 15\text{kHz}$，通带截止频率$\Omega_p = 1.5\times10^3\text{Hz}$，阻带截止频率$\Omega_s = 3\times10^3\text{Hz}$，阻带衰减$A_s$=50dB。





总结

- FIR数字滤波器设计
  - 窗函数法

操作验收习题

9.1 用窗函数法设计一个FIR数字低通滤波器。滤波器满足指标：通带截至频率f_p=800Hz, 阻带截至频率f_s=1000Hz,幅度特性单调下降，通带波纹0.5dB, 阻带最小衰减为40dB,抽样频率4000Hz。窗函数类型根据指标要求自行选定。

实验报告作业题和思考题

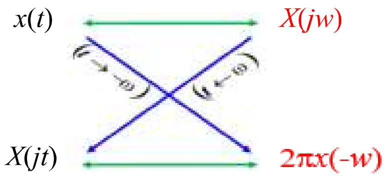
- 实验报告作业题：

9.1 用窗函数法设计一个FIR数字低通滤波器。滤波器满足指标：通带截至频率fp=800Hz, 阻带截至频率fs=1000Hz,幅度特性单调下降，通带波纹0.5dB, 阻带最小衰减为40dB,抽样频率4000Hz。窗函数类型根据指标要求自行选定。

- **思考题：用窗函数法设计FIR数字滤波器的特点分析**

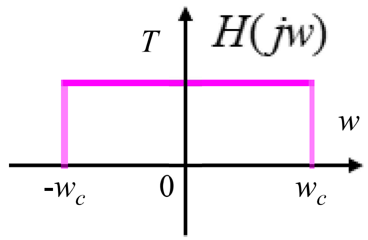
感谢聆听!

$$g_\tau(t) = A, \quad |t| < \tau/2 \xleftrightarrow{FT} A\tau \cdot Sa(w\tau/2)$$



附录

- **Review: Ideal lowpass filter with gain *T***



$$h(t) = ? \xleftrightarrow{FT} H(jw) = \begin{cases} T, & |w| < w_c \\ 0, & |w| > w_c \end{cases}$$

When $\tau = 2w_c$,

$$g_{2w_c}(t) = A, \quad |t| < w_c \xleftrightarrow{FT} 2Aw_c \cdot Sa(w_c w)$$

Based on duality,

$$2Aw_c \cdot Sa(w_c t) \xleftrightarrow{FT} 2\pi g_{2w_c}(w) = 2\pi A, \quad |w| < w_c$$

Let $A = T/2\pi$, $\dfrac{Tw_c}{\pi} \cdot Sa(w_c t) \xleftrightarrow{FT} 2\pi g_{2w_c}(w) = T, \quad |w| < w_c$

$$\boxed{\therefore h(t) = \frac{Tw_c}{\pi} Sa(w_c t)}$$