

数字信号处理实验

授课老师: 何 美霖 (Meilin He)

单 位: 通信工程学院

邮 箱: meilinhe@hdu.edu.cn

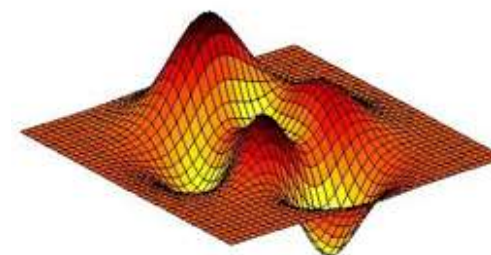
2024/10/26

数字信号处理实验

1

第8讲 IIR数字滤波器设计

- ◆ IIR数字滤波器设计原理
- ◆ IIR数字滤波器设计步骤
 - 冲激响应不变法
 - 双线性变换法



设计原理

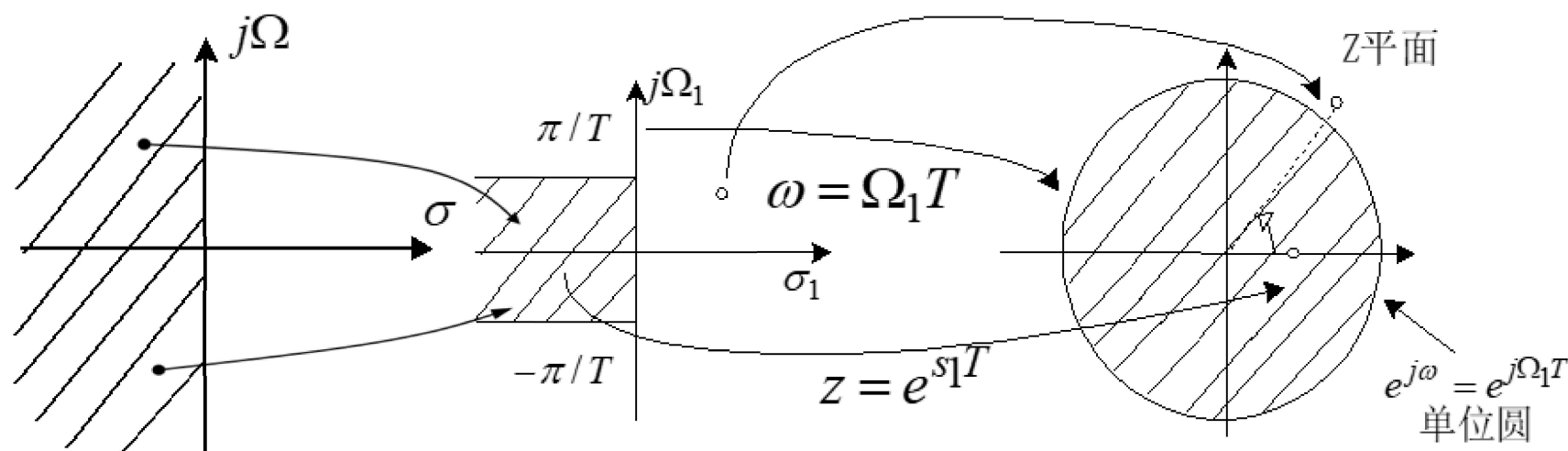
- IIR数字滤波器设计的最终目的是寻找合适的 $H(z)$ 以满足要求的幅频特性。
- 对于IIR数字滤波器，通常采用模拟滤波器设计技术来实现IIR数字滤波器的设计，即先得到满足设计目的的模拟滤波器系统函数 $H(s)$ ，再通过数字化方法得到 $H(z)$ 。

设计步骤

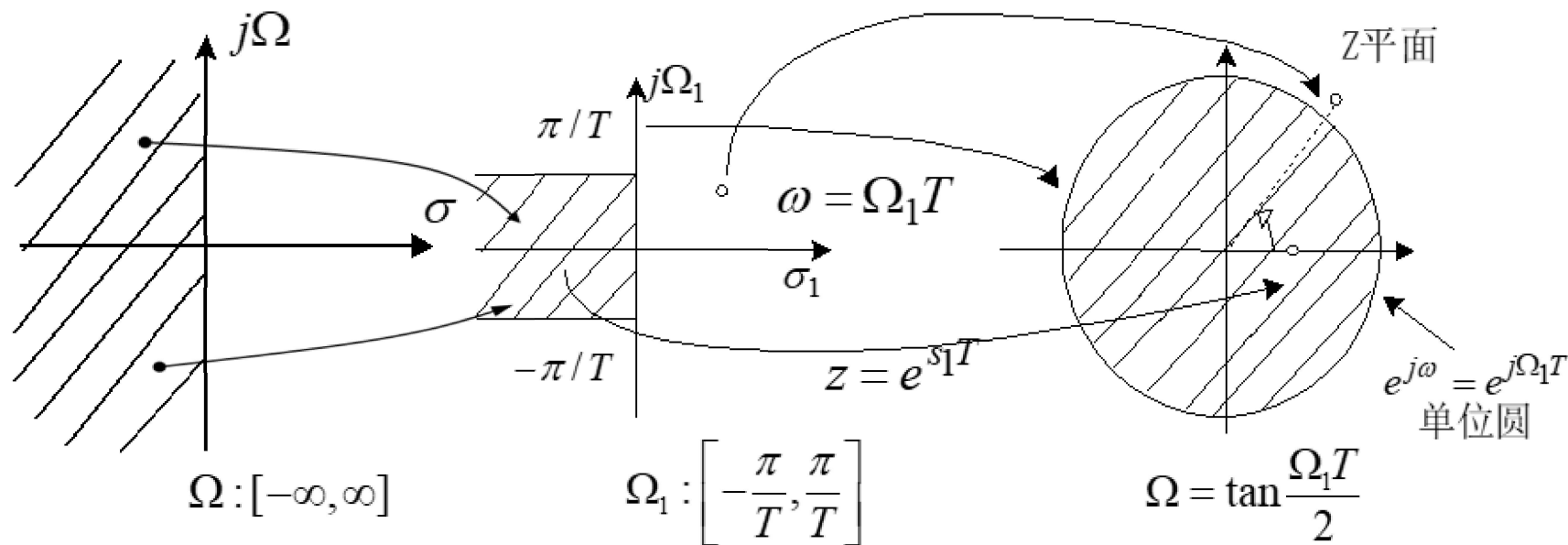
- 步骤1：确定IIR数字滤波器性能指标。
- **步骤2**：根据要求选择适当的数字化方法，确定对应的模拟滤波器性能指标。
- 步骤3：选取合适的模拟原型滤波器，得到满足设计的 $H_{an}(s)$ 。
- 步骤4：采用频率转换得到满足设计的 $H_a(s)$ 。
- **步骤5**：利用步骤2中选好的数字化方法，得到IIR数字滤波器。

双线性变换法

- **双线性变换法**中，为了克服冲激响应不变法多值映射的问题，双线性变换法首先将整个 s 平面映射到 s_1 平面中的一个带宽为 $2\pi/T$ 的横带上，然后通过变换关系 $z=e^{s_1T}$ 把 s_1 平面映射到整个 z 平面。



双线性变换法



$$j\Omega = j \tan\left(\frac{\Omega_1 T}{2}\right) = \frac{e^{j\frac{\Omega_1 T}{2}} - e^{-j\frac{\Omega_1 T}{2}}}{e^{j\frac{\Omega_1 T}{2}} + e^{-j\frac{\Omega_1 T}{2}}} = \frac{1 - e^{-j\Omega_1 T}}{1 + e^{-j\Omega_1 T}}$$

$$s = \frac{1 - e^{-s_1 T}}{1 + e^{-s_1 T}}$$

$$s = \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}$$

$$z = e^{s_1 T}$$

2024/10/26

数字信号处理实验

6

双线性变换法

- 由上述转换过程，可从满足设计要求的模拟滤波器 $H_a(s)$ 得到满足设计要求的IIR数字滤波器系统函数 $H(z)$ ，即：

$$H(z) = H_a(s) \Big|_{s = \frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}$$

- 在双线性变换中，模拟角频率 Ω 和数字角频率 ω 的变换关系为：

$$\Omega = \frac{2}{T} \tan\left(\frac{\omega}{2}\right)$$

可以看出，在双线性变换法中，模拟角频率 Ω 和数字角频率 ω 呈非线性关系。

相关函数

- 步骤3: $[N, W_n] = \text{buttord}(W_p, W_s, R_p, R_s, 's');$
 - 模拟巴特沃斯滤波器阶数选择函数。 W_p, W_s 分别是模拟滤波器的通带截止频率和阻带截止频率； R_p, R_s 分别表示通带允许最大衰落和阻带允许最小衰减； $'s'$ 表示此时计算对象是模拟滤波器。输出参数 N 表示巴特沃斯低通原型滤波器阶数； W_n 表示3 dB截止频率 Ω_c 。
- 步骤4: $[B, A] = \text{butter}(N, W_n, 's');$
 - 设计 N 阶巴特沃斯低通模拟滤波器函数。 B, A 表示设计的滤波器传递函数 $H_a(s)$ 的分子分母多项式系数向量。

相关函数

- 步骤5: $[B_z, A_z] = \text{bilinear}(B, A, F_s);$
 - **双线性变换法**函数。 B_z, A_z 表示通过双线性变换法得到的数字滤波器系统函数 $H(z)$ 的分子分母多项式系数向量。

IIR数字滤波器的实现

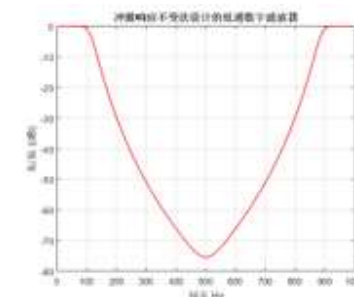
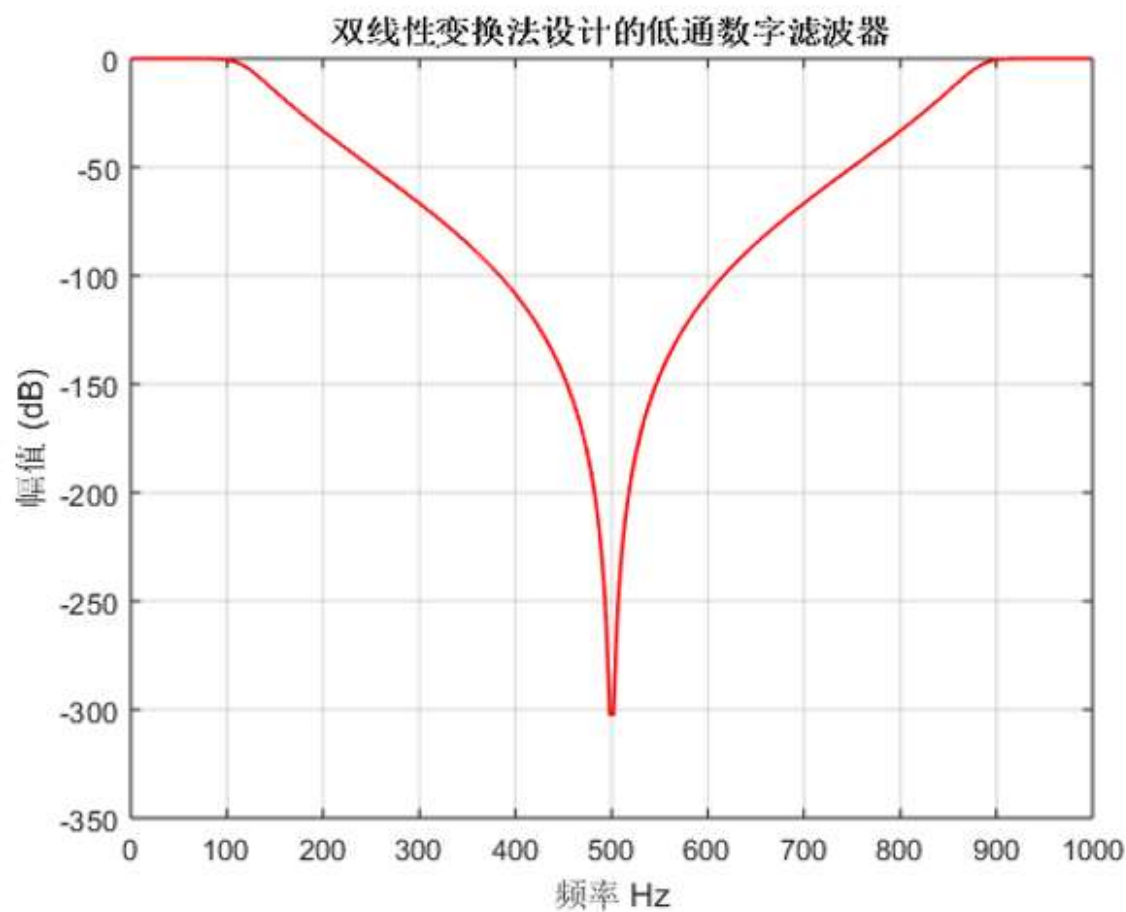
- 例1：用**双线性变换法**，设计一个巴特沃斯数字低通滤波器，要求通带截止频率为100Hz时，通带最大衰落为1 dB；阻带截止频率为150Hz，阻带最小衰落为15dB。抽样周期 $T = 1\text{ms}$ 。

```
clc; clear; close all;  
T = 0.001; fc = 1/T; %抽样频率  
ap=1; as=15; fp = 100; fs = 150; %数字滤波器的技术指标要求  
wp = 2*pi*fp/fc; %数字滤波器通带截止频率  
ws = 2*pi*fs/fc; %数字滤波器阻带截止频率  
% * * * * *双线性变换法* * * * *  
%要求数字滤波器技术指标转化成模拟滤波器技术指标  
Wanp = 2*fc*tan(wp/2); %通带截止频率  
Wans = 2*fc*tan(ws/2); %阻带截止频率  
%设计模拟滤波器阶数和截止频率  
[N,Wanc]=buttord(Wanp,Wans,ap,as,'s');  
[b,a]=butter(N,Wanc,'s'); %设计模拟滤波器系统函数Ha(s)  
[B1,A1]=bilinear(b,a,fc); %用双线性变换法设计数字滤波器系统函数Hz  
[H1,w1]=freqz(B1,A1,'whole'); %求数字滤波器的频率响应
```

```
figure(1);  
plot(w1*fc/2/pi,20*log10(abs(H1)));  
xlabel('频率 Hz'); ylabel('幅值 (dB)');  
title('冲激响应不变法设计的低通数字滤波器');
```

IIR数字滤波器的实现

■ 例1:



2024/10/26

数字信号处理实验

11

总结

◆ IIR数字滤波器设计

● 双线性变换法

- ✓ $[N, W_n] = \text{buttord}(W_p, W_s, R_p, R_s, 's')$
- ✓ $[B, A] = \text{butter}(N, W_n, 's')$
- ✓ $[B_z, A_z] = \text{bilinear}(B, A, F_s)$
- ✓ $[H, w] = \text{freqz}(B_z, A_z, 'whole')$

操作验收习题

8.1 分别用冲激响应不变法和双线性变换法设计Butterworth数字低通滤波器，已知通带截至频率 $f_p=200\text{Hz}$ ，阻带截至频率 $f_s=400\text{Hz}$ ， $\delta_p=1\text{dB}$ ， $\delta_s=30\text{dB}$ ，抽样间隔 $T=1\text{ms}$ ；要求：

- (1) 观测幅频特性曲线，记录带宽和衰减量。
- (2) 比较两种方法优缺点。

实验报告作业题和思考题

◆ 实验报告作业题：

8.1 分别用冲激响应不变法和双线性变换法设计Butterworth数字低通滤波器，已知通带截至频率 $f_p=200\text{Hz}$ ，阻带截至频率 $f_s=400\text{Hz}$ ， $\delta_p=1\text{dB}$ ， $\delta_s=30\text{dB}$ ，抽样间隔 $T=1\text{ms}$ ；要求：

- (1) 观测幅频特性曲线，记录带宽和衰减量。
- (2) 比较两种方法优缺点。

◆ 思考题：IIR数字滤波器设计的优缺点分析及改进措施

感谢聆听!