2017 年数字信号处理试卷（B）卷答案

一、选择填空题(30 分，每空 2 分)

1．若正弦序列为$\sin\left(\frac{4\pi}{5}n\right)$，则该序列的周期为（ D ）。

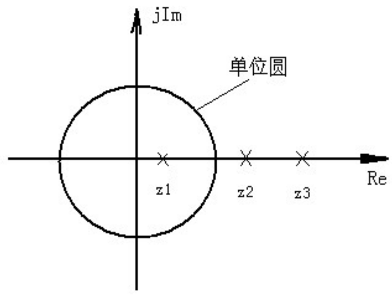
a） $N=10$　　b） $N=4\pi/5$　　c） $N=4\pi$　　d） $N=5$

2． $y(n) = 3x(n) + 4$所代表的系统是（ B ）。

a）线性时不变系统　　b）非线性时不变系统

c）线性时变系统　　d）非线性时变系统

3．已知某系统的系统函数$X(z)$具有三个极点，分布如下图所示。若系统为稳定系统，函数$X(z)$的收敛域为（ B ）；若系统为因果系统，函数$X(z)$的收敛域为（ D ）。



a） $|z| < z1$　　b） $z1<|z|<z2$

c） $z2 < |z| < z3$　　d） $z3 \le |z| \le \infty$

4．设$X(z)=Z[x(n)]$，当序列$x(n)$为因果序列时，则$\lim\limits_{z\to\infty}X(z)=$（ B ）。

a） $x(1)$　　b） $x(0)$　　c） $x(-1)$　　d） $x(\infty)$

5．对于线性时不变系统(LTI)是因果稳定系统的充分必要的条件是该系统的单位冲激响应$h(n)$满足（ A ）。

a）$h(n)=0$, $n<0$; $\sum|h(n)| < \infty$　　b）$h(n)=0$, $n>0$; $\sum|h(n)| \le \infty$

c）$h(n)\ne 0$, $n<0$; $\sum|h(n)| > \infty$　　d）$h(n)>0$, $n<0$; $\sum|h(n)| \ge \infty$

6．假设序列 $x(n)=\begin{cases}-1,2,-3,2,-1 & n=-2,-1,0,1,2\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$ 的傅里叶变换为$X(e^{j\omega})$，则$\int_{-\pi}^{\pi}|X(e^{j\omega})|^2 d\omega=$（ D ），$\int_{-\pi}^{\pi}X(e^{j\omega})d\omega=$（ B ）。

a） 6π　　b） -6π　　c） -38π　　d） 38π

7．数字滤波器的频率响应$H(e^{j\omega})$具有（ B ），滤波器的高频频带处于π的（ C ）附近。

a）非周期性　　b）周期性　　c）奇数倍　　d）偶数倍

8．如果$x(n)$是有长序列，点数为M。当频域抽样点数 N 满足条件（ B ）时，$x(n)$以 N 为周期进行延拓形成周期序列$\tilde{x}_N(n)$，也会造成混叠，从$\tilde{x}_N(n)$中不能无失真地恢复出原信

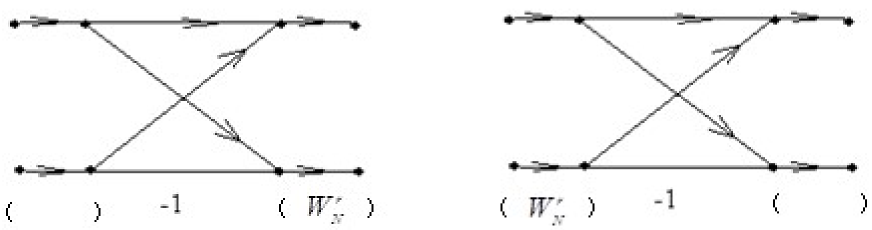
号 $x(n)$。

a）$N > M$　　b）$N < M$　　c）$N = M$　　d）$N \geq 2M$

9．当 FIR 数字滤波器的单位冲激响应 $h(n)$ (长度为 N)满足 $h(n) = \pm h(N-n-1)$ 时，该 FIR 数字滤波器具有（ **A** ）。

a）线性相位　　b）非线性相位　　c）最大相位　　d）最小相位

10．如图所示的蝶形运算结构，图 a 是频率抽取的蝶形运算结构，图 b 是时间抽取的蝶形运算结构，填写图中系数 W_N^r 的位置。



（a）　　（b）

11．若有限字长为 b=2，当经过某种运算处理后字长增为 b1=4，若采用截尾处理，试求出对原码反码负数 1.1100 引起的误差为（ **B** ）。

a）0.0625　　b）0.1875　　c）-0.0625　　d）-0.1875

二、计算题

1．设模拟滤波器的系统函数为 $H_a(s) = \dfrac{2}{s^2 + 4s + 3}$ **，若利用冲激响应不变法设计 IIR 数字滤波器，抽样周期** T **，试求 IIR 数字滤波器的系统函数。** (8 分)

解：　由 $H_a(s) = \dfrac{2}{s^2 + 4s + 3}$ 得：

$$H_a(s) = \frac{2}{(s+1)(s+3)} = \frac{1}{s+1} - \frac{1}{s+3} \qquad \textbf{（4 分）}$$

$$H(z) = \frac{2\mathrm{T}}{1 - e^{-T}z^{-1}} - \frac{\mathrm{T}}{1 - e^{-3T}z^{-1}} \qquad \textbf{（4 分）}$$

2．如果滤波器的差分方程为 $y(n) = 0.9y(n-1) + bx(n)$**，试求：**

（1）确定参数 b，使 $\left|H(e^{j0})\right| = 1$；

（2）确定频率 ω_0，使 $\left|H(e^{j\omega_0})\right| = 1/\sqrt{2}$；

（3）该滤波器是低通、带通还是高通？　(12 分)

解：（1）由差分方程得系统函数 $H(z) = \dfrac{b}{1 - 0.9z^{-1}}$，因此，系统的频率响应为：

$$H(e^{j\omega}) = H(z)\big|_{z=e^{j\omega}} = \frac{b}{1-0.9e^{-j\omega}}$$

$$\left|H(e^{j\omega})\right|_{\omega=0} = \left|\frac{b}{1-0.9}\right| = |10b| = 1$$

所以，$b = 0.1$。 **（4 分）**

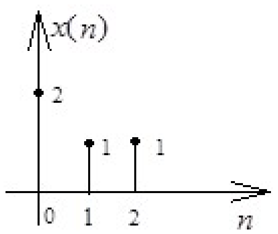
（2）由 $H(e^{j\omega}) = \dfrac{0.1}{1-0.9e^{-j\omega}}$ 得

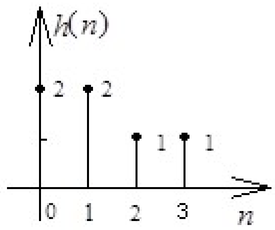
$$\left|H(e^{j\omega})\right|^2 = \left|\frac{0.1}{1-0.9e^{-j\omega}}\right|^2 = \frac{0.01}{(1-0.9\cos\omega)^2 + (0.9\sin\omega)^2} = \frac{0.01}{1.81-1.8\cos\omega}$$

因此，$\left|H(e^{j\omega})\right|^2_{\omega=\omega_0} = \dfrac{0.01}{1.81-1.8\cos\omega} = \dfrac{1}{2}$，$\cos\omega_0 = 0.994$，$\omega_0 = 0.034\pi$。**（4 分）**

（3）观察平方幅度函数 $\left|H(e^{j\omega})\right|^2$，在 $\omega = 0$ 处最大，随着 ω 增大，幅度下降，因此该滤波器具有低通性，是低通滤波器。**（4 分）**

3．已知序列 $x(n)$，$h(n)$ 如图所示，试求：





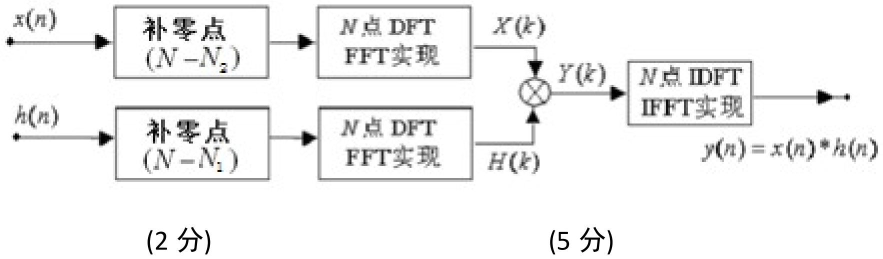
(1)试用圆周卷积(即循环卷积)计算线性卷积 $y(n) = x(n) * h(n)$；

(2)若用 FFT 快速运算，试画出求解 $y(n) = x(n) * h(n)$ 的快速运算结构框图。 (15 分)

解：（1）由于序列 $x(n)$ 的长度 $N_1 = 3$，序列 $h(n)$ 的长度 $N_2 = 4$，因此，用圆周卷积计算线性卷积的长度 $N = N_1 + N_2 - 1 = 6$. (3 分)

$y(n) = x(n) * h(n) = x(n)$ ⑥ $h(n)$= {4，6，6，5，2，1}，$0 \le n \le 5$ (5 分)

（2）线性卷积的 FFT 实现结构如图所示。



(2 分) (5 分)

4. 已知$X(k)$、$Y(k)$是两个N点实序列$x(n)$、$y(n)$的 **DFT** 值，今需从$X(k)$、$Y(k)$求$x(n)$、$y(n)$值，为了提高运算效率，试用一个N点 **IFFT** 运算一次完成。(10 分)

解：取序列

$$F(k)=X(k)+jY(k)$$

对$F(k)$作N点的 IFFT 可得序列$f(n)$。　　　　（**5** 分）

根据 DFT 性质

$$IDFT[X(k)+jY(k)]=IDFT[X(k)]+jIDFT[Y(k)]=x(n)+jy(n)$$

由于$x(n)$和$y(n)$都是实序列。再根据$f(n)=x(n)+jy(n)$，可得

$$x(n)=\mathrm{Re}[f(n)],\quad y(n)=\mathrm{Im}[f(n)]$$　　（**5** 分）

5. 利用模拟域频率变换法设计一个巴特沃斯高通滤波器，其通带截止频率(3dB 点处)为 f_p＝3kHz，阻带上限截止频率 f_s＝2kHz，通带衰减不大于 3dB，阻带衰减不小于 14dB，抽样频率 f_c＝l0kHz。模拟滤波器系统的频率与平面变换关系如下表所示。试给出设计步骤及每步的相关参数。（15 分）

变换类型	**频率变换关系**	**平面变换关系**
低通→归一化原型低通	$\overline{\Omega}=\dfrac{\Omega}{\Omega_p}$	$\overline{s}=\dfrac{s}{\Omega_p}$
高通→归一化原型低通	$\overline{\Omega}=-\dfrac{\Omega_p}{\Omega}$	$\overline{s}=\dfrac{\Omega_p}{s}$
带通→归一化原型低通	$\overline{\Omega}=\dfrac{\Omega^2-\Omega_0^2}{\Omega\cdot B}$	$\overline{s}=\dfrac{s^2+\Omega_0^2}{s\cdot B}$
带阻→归一化原型低通	$\overline{\Omega}=\dfrac{\Omega\cdot B}{\Omega_0^2-\Omega^2}$	$\overline{s}=\dfrac{s\cdot B}{s^2+\Omega_0^2}$

解：(1)将数字滤波器的性能指标转换为模拟滤波器的性能指标。　　（**6** 分）

由于采用双线性变换法，则频率要进行预畸变。由于

$$\omega_p=2\pi\frac{f_p}{f_c}=\frac{2\pi\times3\times10^3}{10\times10^3}=0.6\pi,\qquad \omega_s=2\pi\frac{f_s}{f_c}=\frac{2\pi\times2\times10^3}{10\times10^3}=0.4\pi$$

因此，预畸变后的模拟高通滤波器的通带频率和阻带频率分别为

$$\Omega_p=c\tan\frac{\omega_p}{2}=c\tan(0.3\pi),\qquad \Omega_s=c\tan\frac{\omega_s}{2}=c\tan(0.2\pi)$$

(2)利用高通→归一化原型低通的频率变换关系，可求出归一化原型低通滤波器的通带频率和阻带频率分别为：

$$\overline{\Omega}_p=1,\qquad \overline{\Omega}_s=-\frac{\Omega_p}{\Omega_s}=-\frac{c\tan(0.3\pi)}{c\tan(0.2\pi)}=-\frac{1.3764}{0.7265}=-1.8946$$

由于“－”表示原型低通滤波器的通带以相反的关系平移到高通滤波器的通带，所以阻带频率应为$\overline{\Omega}_s=1.8946$。通带处最大衰减为$\delta_p=3dB$，阻带处最小衰减为$\delta_s=14dB$。

(3)根据参数：$\overline{\Omega}_p=1$，$\delta_p=3dB$；$\overline{\Omega}_s=1.8946$，$\delta_s=14dB$。利用巴特沃斯滤波器设计方

法，设计归一化模拟原型低通滤波器$H_{an}(\bar{s})$。（**6分**）

①求得巴特沃斯低通滤波器的阶次*N*，查表得到$H_{an}(\bar{s})$；

②求得实际模拟高通滤波器的系统函数$H_{HP}(s) = H_{an}(\bar{s})\big|_{\bar{s}=\frac{\Omega_p}{s}}$；

③利用双线性变换式和$\Omega_p = c\tan(0.3\pi)$，求数字滤波器的系统函数$H(z)$，即

$$H(z) = H_{HP}(s)\Big|_{s=c\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}$$

（4）验证系统响应是否符合要求，求幅度响应$\left|H(e^{j\omega})\right|$和相位响应$\angle H(e^{j\omega})$（**3分**）

6．如果信号$x_a(t)$由三个正弦组成$x_a(t) = \sin(4\pi t) + \sin(4.04\pi t) + \sin(4.14\pi t)$，若利用DFT对信号$x_a(t)$进行分析频谱时，其中抽样频率为$f_s = 10Hz$。试问：

(1)若信号的记录长度$T_p = 25.6$秒时能否分辨出信号$x_a(t)$中的频率成分？给出理由。

(2)若将信号的记录长度增加为$T_p = 102.4$秒，情况又如何？（10分）

解：由于信号$x_a(t)$中的最高频率$f_h = 2.07Hz$，抽样频率$f_s = 10 > 2f_h$，因此，不会发生频率混叠现象。

对抽样信号$x(n) = x_a(nT)$作DFT时，若令$f_1 = 2Hz$，$f_2 = 2.02Hz$，$f_3 = 2.07Hz$。

(1) 能得到的最大频率分辨率为$\Delta f = 1/T_p = 0.0390625Hz$。由于$f_2 - f_1 = 0.02 < \Delta f$，所以不能分辨出由$f_2$产生的正弦分量，由于$f_3 - f_1 = 0.07 > \Delta f$，所以能分辨出由$f_3$产生的正弦分量。（**5分**）

(2) 能得到的最大频率分辨率为$\Delta f = 1/T_p = 0.009766Hz$。由于$f_2 - f_1 = 0.02 > \Delta f$，$f_3 - f_1 = 0.07 > \Delta f$，所以能分辨出由$f_1$、$f_2$、$f_3$产生的正弦分量。（**5分**）