

杭州电子科技大学概率论与数理统计 2017 年 1 月考题 (重码版)

一、单项选择题 (每题 3 分, 共 15 分)

1. 设随机事件 A 、 B 互斥, 则下列等式正确的是 ()

(A) $\bar{A} \cap \bar{B} = \phi$

(B) $A = \bar{B}$

(C) $\bar{A} \cup \bar{B} = \phi$

(D) $\bar{A} \cup \bar{B} = S$

2. 若随机变量 X 的概率密度函数 $f(x) = \begin{cases} x & 0 < x < 1 \\ k - x & 1 \leq x < 2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$, 则 k 的取值为 ()

(A) 1

(B) -1

(C) 2

(D) -2

3. 设任意随机变量 X 、 Y , 下列等式不正确的是 ()

(A) $D(X) = Cov(X, X)$

(B) $E(XY) = E(X)E(Y)$

(C) $E(X - Y) = E(X) - E(Y)$

(D) $Cov(X, Y) = Cov(Y, X)$

4. 设随机变量 X 、 Y 相互独立, 其分布函数分别为 $F_X(x)$, $F_Y(y)$, 则随机变量 $Z = \min\{X, Y\}$ 的分布函数 $F_Z(z)$ 等于 ()

(A) $\min\{F_X(z), F_Y(z)\}$

(B) $\frac{1}{2}[F_X(z) + F_Y(z)]$

(C) $F_X(z) \cdot F_Y(z)$

(D) $1 - [1 - F_X(z)][1 - F_Y(z)]$

5. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ, σ^2 未知, X_1, X_2, \dots, X_n 为来自该总体的样本, 则下列统计量是 σ^2 的无偏估计量是 ()

(A) $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$

(B) $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}^2)$

(C) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$

(D) $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}^2)$

二、填空题 (每空 3 分, 共 18 分)

1. 设事件 A, B , 已知 $P(A \cup B) = 0.8$, $P(B) = 0.4$, 则 $P(A|\bar{B}) =$ _____.

2. 在一批产品中, 有 7 件正品, 3 件次品, 不放回地抽取 3 件产品, 则至少取到 1 件次品的概率 = _____.

3. 设随机变量 X 的分布律为: $P\{X = k\} = C\left(\frac{1}{4}\right)^k$, $k = 1, 2, 3, \dots$, 则 $C =$ _____.

4. 设随机变量 $X \sim N(2, 4)$, $Y \sim b(10, 0.3)$, $Z \sim \chi^2(5)$, 且 X, Y, Z 相互独立, 则 $E(X - Y) =$ _____, $D(X - Z + 1) =$ _____.

5. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ, σ^2 未知, X_1, X_2, \dots, X_n 为一样本, \bar{X}, S^2 分别为样本均值和样本方差, 则在显著水平 α 下的检验假设 $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$ 的拒绝域为_____.

三、(本题 8 分)

一文具店有三种水笔出手, 由于出售哪一种水笔是随机的, 因此售出一支水笔的价格是一个随机变量 X , 它取 1 元, 1.2 元, 1.5 元各个值的概率分别为 0.3、0.2、0.5。

求: (1) 求 X 的分布函数 $F(x)$; (2) 利用中心极限定理计算: 若售出 300 支水笔, 售出价格为 1.2 元的水笔多于 60 支的概率。

四、(本题 18 分)

设随机变量 (X, Y) 的概率分布律为:

$\begin{matrix} X \\ Y \end{matrix}$	-2	-1	1	2
1	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0
4	$\frac{1}{4}$	0	0	$\frac{1}{4}$

求: (1) 关于 XY 的分布律;

(2) $P\{X \leq 0 \mid Y = 1\}$;

(3) $E(X), E(Y), E(XY)$;

(4) 验证 X 和 Y 是不相关的, 但 X 和 Y 是不相互独立的。

五、(本题 15 分)

设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度函数为:

$$f(x, y) = \begin{cases} 8xy & 0 < x < 1, x < y < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

- (1) 求关于 X 和 Y 的边缘概率密度 $f_X(x)$, $f_Y(y)$;
- (2) 求概率 $P\{X + Y \leq 1\}$;
- (3) 求 $D(X)$ 的值。

六、(本题 8 分)

设总体 X 具有分布律:

X	1	2	3
p_k	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	$(1-\theta)^2$

其中 p_i ($0 < \theta < 1$) 为未知参数, 已知取得了样本值 $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 1$, 试求 θ 的矩估计值和最大似然估计值。

七、(本题 8 分)

假定初生婴儿(男孩)的体重服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 随机抽样 16 名新生儿(男孩), 而测得的体重(单位 g)的样本均值观察值 $\bar{x} = 3057$, 样本标准差观察值 $s = 376$, 求 μ 的置信水平为 0.95 的置信区间(已知: $t_{0.05}(15) = 1.753$, $t_{0.025}(15) = 2.1314$, $t_{0.05}(16) = 1.7459$, $t_{0.025}(16) = 2.1199$)

八、(本题 6 分)

某厂家有两台机器生产某金属部件, 分别在两台机器所生产的部件中各取容量为 $n_1 = 60$, $n_2 = 40$ 的样本, 测得部件质量 (kg) 样本方差分别为 $s_1^2 = 15.46$, $s_2^2 = 9.66$, 设两样本相互独立, 两总体分别服从 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$, $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ 。 $\mu_1, \sigma_1^2, \mu_2, \sigma_2^2$ 均未知。试在显著水平 $\alpha = 0.05$ 下检验假设

$$H_0: \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2, \quad H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$$

(已知: $F_{0.05}(60, 40) = 1.74$, $F_{0.05}(59, 39) = 1.64$)

九、(本题 4 分)

对于给定的 $\alpha \in [0, 1)$, n_1, n_2 为大于 0 的自然数, 证明:

$$F_{1-\alpha}(n_1, n_2) = \frac{1}{F_{\alpha}(n_1, n_2)}$$

答案暂时没时间还原了。看群里的原本的糊版, 或者可以用搜题软件搜一下, 大题大部分都搜得到, 还原的时候我也都试过且有所参考。

考试加油!