杭州电子科技大学学生考试卷（A）卷

考试课程	数字信号处理	考试日期	2019 年 1 月 日	成 绩	
课程号	A0802040	教师号		任课教师姓名	
考生姓名		学号（8 位）		年级	专业

一、填空题（每空 1 分，共 10 分）

1. 序列$\delta(n-n_0)$的傅里叶变换为 $e^{-j\omega n_0}$ 。

2. 线性时不变因果离散系统的差分方程为$y(n)=3x(n)-2x(n-1)+4x(n-3)$，则该系统的单位脉冲响应为 $3\delta(n)-2\delta(n-1)+4\delta(n-3)$ 。

3. $W_N^{N/2}=$ -1 。

4. 已知$x(n)=2\delta(n)+\delta(n-1)+\delta(n-2)+3\delta(n-4)$，$X(k)$是$x(n)$的 5 点 DFT,则$\sum_{k=0}^{4}|X(k)|^2=$ 75 。

5. $x(n)$是 12 点的实数序列，$X(k)$是其 12 的 DFT，已知$X(k)$的前 7 点的值依次为 10、$-5-4j$、$3-2j$、$1+3j$、$2+5j$、$6-2j$、12，则$x(0)=$ 3 。

6. 已知$x(n)=R_5(n)$，$X(k)$是$x(n)$的 5 点 DFT，则$X(k)=$ $e^{-j\frac{4\pi}{5}k}\dfrac{\sin(k\pi)}{\sin(k\pi/5)}$ 或者 $\sum_{n=0}^{4}e^{-j\frac{2\pi}{5}nk}$ 。

7. 已知$x(n)$是一左边序列，且$n>0$时$x(n)=0$。如果$x(n)$的z变换为$X(z)=\dfrac{3z^{-1}+2z^{-2}}{1-z^{-1}+4z^{-2}}$，则 $x(0)=$ 0.5 。

8. 某因果系统的系统函数为$H(z)=\dfrac{2}{2-1.5z^{-1}}-\dfrac{1}{3-6z^{-1}}$，则$H(z)$的收敛域为 $|z|>2$ 。

9. 某 FIR 线性相位系统的单位脉冲响应为$h(n)=\{1,-2,3,-4,0,4,-3,2,-1,n=0,\cdots,8\}$，则该系统适合设计成 带通 （高通、低通、带通、带阻）滤波器。

10. 在数字系统中，主要有三种与字长密切相关的误差因素，即 A/D 转换的有限字长、运算过程中的有限字长以及 滤波器系数的有效字长 。

二、判断题（正确的打“√”，错误的打“×”，每题 1 分，共 5 分）

1、已知某线性时不变系统的单位脉冲响应$h(n)=\dfrac{1}{n}u(n-1)$，则该系统是稳定的。 （ × ）

2、Z 变换收敛域内不能有极点。 （ √ ）

3、离散时间信号在时间上离散、幅度上量化。 （× ）

4、用窗口法设计 FIR 滤波器，若窗的形状不变，窗长 N 增加，则减小了设计所得滤波器的过渡带宽。 （ √ ）

5、对模拟周期信号采样得到的序列一定是周期序列。 （ × ）

三.（12 分）

已知$X(z)=\dfrac{3}{1-0.5z^{-1}}+\dfrac{1}{1-2z^{-1}}$，

试求：（1）零、极点

（2）根据零极点的分布，确定$X(z)$所有可能的收敛域；

（3）假如$X(z)$所对应的序列$x(n)$是因果序列，求$x(n)$。

解：（1）零点：$z=\dfrac{13}{8}$； 极点：$z=0.5$和$z=2$ （3 分）

（2）有三种可能的收敛域：$|z|<0.5$； $0.5<|z|<2$； $|z|>2$ （3 分）

（3）由于是因果序列，收敛域为$|z|>2$， （2 分）

则$x(n)=\left[3\left(\dfrac{1}{2}\right)^n+2^n\right]u(n)$ （4 分）

四.（14 分）假定某模拟信号 $x_a(t)$ 的最高频率为 $10kHz$，现要用基 2 的 FFT 对该信号进行频谱分析处理，得到 $X(k)$，要求频率分辨率为 $F=10Hz$。

试求：（1）信号的最小记录时间是多少？

（2）最大的时域采样间隔是多少？

（3）最少的采样点数是多少？

（4）在 $X(k)$ 中，$k=512$ 所对应的模拟频率是多少？

解：（1）$\tau=\frac{1}{F}=0.1s$ （3 分）

（2）$F_s\ge 2f_h=2\times10=20kHz$，所以最大的时域采样间隔 $T_{\max}=\frac{1}{F_s}=0.05ms$ （4 分）

（3）$N=\frac{\tau}{T}=\tau\cdot F_s=0.1\times20\times1000=2000$ （2 分）

由于是基 2 的 FFT，所以最少的采样点数 $N=2048$ （2 分）

（4）$f_k=\frac{k}{N}\times F_s=\frac{512}{2048}\times20=5kHz$ （3 分）

五.（16 分）某系统的差分方程为 $y(n)=x(n)-x(n-2)$。

求：（1）系统函数 $H(z)$ 及零点；

（2）画出 $H(z)$ 的直接型结构图；

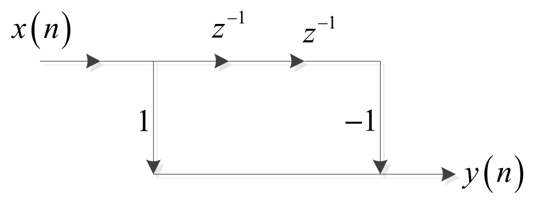
（3）系统的频率响应 $H(e^{j\omega})$ 并定性画出幅频响应 $|H(e^{j\omega})|$ 的曲线图；

（4）如果想用该系统阻止直流和 50Hz 工频干扰，则系统工作在多大的抽样频率？

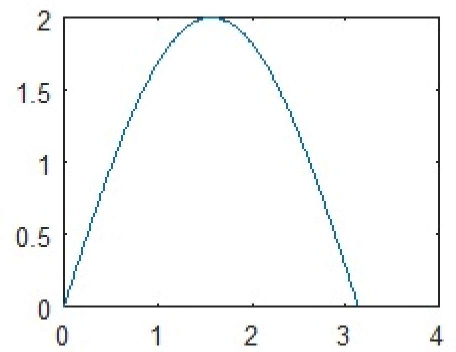
解：（1）$H(z)=1-z^{-2}$

零点：$z=\pm1$

（2）



（3）$H(e^{j\omega})=1-e^{-j2\omega}$



（4）从幅频响应上来看，$\omega=0$ 和 π 时，$H(e^{j\omega})=0$

为了阻止直流和 50Hz 工频干扰，将这两个频率设置在 $\omega=0$ 和 π 处

所以抽样频率 $F_s=100Hz$

六.（12 分）假如有两个 4 点的信号 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$，$n=0,1,2,3$，已知这两个信号的 7 点圆周卷积为

$x_1(n)⑦x_2(n)=\{1,3,4,6,5,3,2,n=0,1,\cdots,6\}$。

试回答如下问题：

（1）求线性卷积 $x_1(n)*x_2(n)$；

（2）求圆周卷积 $x_1(n)⑤x_2(n)$；

（3）假如 $x_1(n)=\{1,2,1,2,n=0,1,2,3\}$，求 $x_2(n)$

解：（1）两个 4 点序列来说，它们的线性卷积是 7 点的，

所以线性卷积等于 7 点的圆周卷积 （2 分）

即 $x_1(n)*x_2(n)=x_1(n)⑦x_2(n)=\{1,3,4,6,5,3,2,n=0,1,\cdots,6\}$ （2 分）

（2）根据圆周卷积与线性卷积的关系 $y_L=\left[\sum_{r=-\infty}^{\infty}y(n+rL)\right]R_L(n)$ （2 分）

可得 $x_1(n)⑤x_2(n)=\{4,5,4,6,5,n=0,1,\cdots,4\}$ （2 分）

（3）解卷

令 $y(n)=x_1(n)*x_2(n)$

有 $Y(z)=X_1(z)X_2(z)$

$$X_2(z)=\frac{Y(z)}{X_1(z)}=1+z^{-1}+z^{-2}+z^{-3}$$ （2 分）

所以 $x_2(n)=\{1,1,1,1,n=0,1,2,3\}$ （2 分）

七.（8 分）已知系统的差分方程为 $y(n)=x(n)+\frac{1}{3}x(n-1)+\frac{3}{4}y(n-1)-\frac{1}{8}y(n-2)$，画出该系统的直接Ⅱ型和并联型结构图。

解：$H(z)=\dfrac{1+\frac{1}{3}z^{-1}}{1-\frac{3}{4}z^{-1}+\frac{1}{8}z^{-2}}=\dfrac{10}{3}\cdot\dfrac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}-\dfrac{7}{3}\cdot\dfrac{1}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}$ （2 分）

图略 （每个图 3 分）

八、（13 分）设一模拟滤波器的单位脉冲响应为$h_a(t)=e^{-0.9t}u(t)$，用脉冲响应不变法将此模拟滤波器进行数字化（设采样间隔为T）。

（1）求数字滤波器的系统函数$H(z)$；

（2）证明不论采样间隔T为何值，该数字滤波器都是稳定的。

（3）判断该数字滤波器是低通还是高通，并说明理由。

解：（1）$h(n)=h_a(t)\big|_{t=nT}=e^{-0.9Tn}u(t)$ （2 分）

$$H(z)=\frac{1}{1+e^{-0.9T}z^{-1}}$$ （2 分）

（2）系统函数的极点为$z_p=e^{-0.9T}$，对于任意的$T>0$，都有$|z_p|=e^{-0.9T}<1$ （3 分）

又由于系统是因果的，所以不论采样间隔T为何值，该数字滤波器都是稳定的 （2 分）

（3）系统有唯一的极点$z_p=e^{-0.9T}$，比较是正实数，因此在频率$\omega=0$处，幅频响应具有极大值。

该数字滤波器是低通 （4 分）

九.（10 分）用窗函数法设计一个数字低通滤波器，其技术指标为：

$$\begin{cases}0.99\le\left|H\left(e^{j\omega}\right)\right|\le1.01, & 0\le\omega\le0.3\pi\\ \left|H\left(e^{j\omega}\right)\right|\le0.005, & 0.5\pi\le\omega\le\pi\end{cases}$$

求该数字滤波器的单位脉冲响应$h(n)$的表达式。

窗函数	旁瓣峰值幅度/dB	过渡带宽	阻带最小衰减/dB
矩形窗	-13	$4\pi/N$	-21
汉宁窗	-31	$8\pi/N$	-44
海明窗	-41	$8\pi/N$	-53
布拉克曼窗	-57	$12\pi/N$	-74

解：从阻带衰减来看，$A_s=20\log(0.005)=-46dB$ （1 分）

所以选择海明窗 （1 分）

过渡带宽$\Delta\omega=0.5\pi-0.3\pi=0.2\pi$

根据海明窗的过渡带宽有，$8\pi/N=0.2\pi$

得 $N=40$ （2 分）

则理想低通数字滤波器的单位脉冲响应为：

$$h_d(n)=\frac{\sin\left[\omega_c(n-\alpha)\right]}{\pi(n-\alpha)}$$ （2 分）

其中 $$\begin{cases}\omega_c=\dfrac{0.3\pi+0.5\pi}{2}\\ \alpha=\dfrac{N-1}{2}=\dfrac{39}{2}\end{cases}$$ （2 分）

该数字滤波器的单位脉冲响应

$$h(n)=h_d(n)w(n-\alpha)R_N(n)=\frac{\sin\left[\omega_c(n-\alpha)\right]}{\pi(n-\alpha)}w(n-\alpha)R_N(n)$$ （2 分）

其中$w(n-\alpha)$为海明窗