杭州电子科技大学学生期末考试卷（A）卷

考试课程	概率论与数理统计（2022-2023-1）	考试日期	2023 年 月 日	成 绩	
课程号	A0714040	教师号	***	任课教师姓名	
考生姓名		学号（8 位）	***	年级	专业

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
	15 分	15 分	6 分	6 分	15 分	15 分	8 分	6 分	5 分	9 分
得分										

一、单项选择题（每小题 3 分，共 15 分） 得分

1、设 A、B 为随机事件，则 $P(A)=P(B)$的充分必要条件是（ ）。

（A）$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$ （B）$P(AB)=P(A)P(B)$

(C) $P(A\bar{B})=P(\bar{A}B)$ （D）$P(AB)=P(\overline{AB})$

2、随机地向长方形区域：$\{0<x<2a,0<y<a\}$(a 为正数)内扔一个质点，质点落在长方形任何区域内的概率与区域面积成正比，则原点与落点的连线与 x 轴正向的夹角小于 $\frac{\pi}{4}$ 的概率为（ ）。

（A）$\frac{1}{2}$ （B）$\frac{1}{4}$ （C）$\frac{3}{4}$ （D）$\frac{\pi}{4}$

3、对于任意随机变量 X，若 $E(X)$存在，则 $E\{E[E(X)]\}$的值为（ ）。

（A）$E^3(X)$ （B）E(X) (C) $E^2(X)$ （D）D(X)

4、记z_α $(0<\alpha<1)$表示标准正态分布的上α分为点，以下说法正确的是（ ）。

（A）$z_\alpha=z_{-\alpha}$ （B）$z_\alpha=-z_\alpha$ (C) $z_\alpha=z_{1-\alpha}$ （D）$z_\alpha=-z_{1-\alpha}$

5、设$X_1,X_2,\dots X_n$为来自总体 X 的一个随机样本，$E(X)=\mu$,D$(X)=\sigma^2$,为了使 $c\sum_{i=1}^{n-1}(X_{i+1}-X_i)^2$ 为σ^2的无偏估计，c 的值为（ ）。

(A) $\frac{1}{2(n-1)}$ （B）$\frac{1}{n-2}$ (C) $\frac{1}{n-1}$ （D）$\frac{1}{2(n+1)}$

二、填空题（每空 3 分，共 15 分） 得分

1、设三次独立试验中，事件 A 出现的概率相等。若已知 A 至少出现一次的概率为$\frac{19}{27}$，则事件 A 的概率 P(A)=__________。

2、设随机变量 $X\sim\pi(\lambda),\lambda>0$，且 $P\{X=2\}=2P\{X=1\}$，则λ=______。

3、设连续型随机变量 X 的密度函数 $f(x)=\begin{cases} bx^a, & 0<x<1 \\ 0, & 其它 \end{cases}$，其中 $a,b>0$，且 $F\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{8}$，则 $a=$ _______，$b=$ ________。

4、设总体 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases} |x|, & |x|<1 \\ 0, & 其它 \end{cases}$，$X_1,X_2,\dots X_{50}$为取自 X 的一个样本，$\bar{X}$表示样本均值，则 $D(\bar{X}-50)=$ _______。

三、（本题 6 分） 得分

设随机变量 X 与 Y **相互独立**，且 $P\{X=1\}=P\{Y=1\}=\frac{1}{3}$, $P\{X=0\}=P\{Y=0\}=\frac{2}{3}$，定义 $Z=\begin{cases} 1, & X+Y 为偶数 \\ 0, & X+Y 为奇数 \end{cases}$，(1)求$(X,Y)$的联合分布律;(2)求 Z 的分布律。

四、（本题 6 分）

得分	

从大批发芽率为0.9的种子中随机抽取10000粒，试用中心极限定理估计这10000粒种子中发芽粒数不低于8800的概率。（结果用$\phi(\cdot)$表示）

五、（本题 15 分）

得分	

设随机变量(X,Y)的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} xe^{-x}\frac{1}{(1+y)^2}, & x>0,y>0 \\ 0, & else \end{cases}$，

求（1）$f_X(x), f_Y(y)$; (2) X 与 Y 是否相互独立？说明理由。(3) $f_{X|Y}(x|y)$;（4）ρ_{XY}。

六、（本题 15 分）

得分	

设随机变量(X,Y)的分布律如右图：

X \ Y	-1	0	1	2
-2	0.2	0.25	0.1	0.1
1	0.1	0	0.25	0

求：(1) 关于 Y 的边缘分布律; (2)关于 Y 的分布函数 $F_Y(y)$;（3）$Z=X+Y^2$ 的分布律;（4）$E(X+Y)$。

得分	

七、（本题 8 分）

设总体$X\sim b(k,p)$, k 为正整数，$0<p<1$, k,p 均未知,设$X_1,X_2,...X_n$为来自该总体的随机样本，求 k,p 的矩估计量

八、(本题 6 分)

得分	

为了估计海尔某型号洗衣机使用时间的方差，某日测试了 10 台洗衣机，测得$\bar{x}=1500$小时，$s=20$小时。已知洗衣机使用时间服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，求出σ^2的置信水平为 0.95 的置信区间。($\chi^2_{0.025}(9)=2.7, \chi^2_{0.975}(9)=19.0$，$\sqrt{10}=3.16$)**(结果保留一位小数)**

得分	

九、(本题 5 分)

利用切比雪夫不等式证明伯努利大数定律：设n_A是n重伯努利试验中 A 发生的次数，p是 A 发生的概率，则对任何$\varepsilon>0$，有

$$\lim_{n\to\infty} P\{|\frac{n_A}{n}-p|<\varepsilon\}=1$$

十、(本题 9 分)

得分	

(1) 设某产品的某项质量指标X服从正态分布$N(\mu,150^2)$，现从中随机地抽取了 25 个，测得该项指标的**平均值**为 1637。问能否认为这批产品的该项指标值为 1600。($\alpha=0.05$，$Z_{0.025}=1.96$)(先假设在检验)

(2)对某总体$N(\mu,6^2)$，在显著水平为$\alpha=0.05$下用Z检验法检验假设$H_0:\mu=0$，$H_1:\mu\neq 0$时，如果拒绝域为$\{|\bar{X}|\geq 1.96\}$，问样本容量n应取多大？($Z_{0.025}=1.96$)