

# 数字信号处理实验

授课老师: 何 美霖 (Meilin He)

单 位: 通信工程学院

邮 箱: meilinhe@hdu.edu.cn

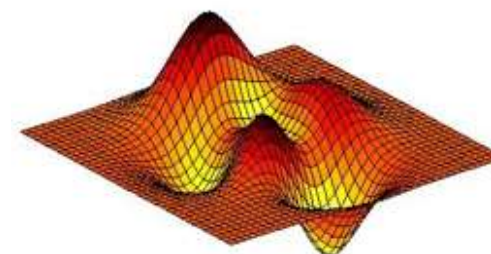
2024/10/26

数字信号处理实验

1

# 第7讲 IIR数字滤波器设计

- ◆ IIR数字滤波器设计原理
- ◆ IIR数字滤波器设计步骤
  - 冲激响应不变法



# 设计原理

- IIR数字滤波器设计的最终目的是寻找合适的 $H(z)$ 以满足要求的幅频特性。
- 对于IIR数字滤波器，通常采用模拟滤波器设计技术来实现IIR数字滤波器的设计，即先得到满足设计目的的模拟滤波器系统函数 $H(s)$ ，再通过数字化方法得到 $H(z)$ 。

## 设计步骤

- 步骤1：确定IIR数字滤波器性能指标。
- 步骤2：根据要求选择适当的数字化方法，确定对应的模拟滤波器性能指标。
- 步骤3：选取合适的模拟原型滤波器，得到满足设计的 $H_{an}(s)$ 。
- 步骤4：采用频率转换得到满足设计的 $H_a(s)$ 。
- 步骤5：利用步骤2中选好的数字化方法，得到IIR数字滤波器。

## 步骤2

- **冲激响应不变法**中，模拟角频率 $\Omega$ 和数字角频率 $\omega$ 的变换关系为：

$$\omega = \Omega T$$

可见模拟角频率  $\Omega$  和数字角频率  $\omega$  呈线性关系。

因此，在采用冲激响应不变法设计IIR数字滤波器时，步骤2中确定模拟滤波器的性能指标时，应根据上式求得对应指标。

## 步骤3~4

- 由性能指标求 $H_a(s)$ 。

$$N \geq \frac{\lg \left[ \frac{10^{0.1\delta_p} - 1}{10^{0.1\delta_s} - 1} \right]}{2 \lg \left[ \frac{\Omega_p}{\Omega_s} \right]}$$

$$1 + \left( \frac{\Omega_p}{\Omega_c} \right)^{2N} = 10^{0.1\delta_p}$$

$$1 + \left( \frac{\Omega_s}{\Omega_c} \right)^{2N} = 10^{0.1\delta_s}$$

由 $N$ ，直接查表得 $H_{an}(s)$ 。

去归一化，

$$H_a(s) = H_{an} \left( \frac{s}{\Omega_c} \right)$$

## 步骤5

- **冲激响应不变法的基本原理：**从模拟滤波器的单位冲激响应 $h_a(t)$ 出发，将模拟滤波器的单位冲激响应 $h_a(t)$ 加以等间隔抽样，使数字滤波器的单位冲激响应 $h(n)$ 逼近模拟滤波器的单位冲激响应 $h_a(t)$ ，即 $h(n)$ 等于 $h_a(t)$ 的抽样值乘以 $T$ ，即满足：

$$h(n) = T h_a(nT)$$

$T$ 为抽样周期。

## 步骤5

- 假设 $H_a(s)$ 是 $h_a(t)$ 的拉氏变换,  $H(z)$ 是 $h(n)$ 的Z变换, 则**冲激响应不变法的实现流程**为:

$$H_a(s) \rightarrow h_a(t) \rightarrow h(n) \rightarrow H(z)$$

假设 $H_a(s)$ 可展开成部分分式:

$$H_a(s) = \sum_{k=1}^N \frac{A_k}{s - s_k}$$

根据**冲激响应不变法**的流程, 可得IIR数字滤波器的系数函数为:

$$H(z) = \sum_{k=1}^N \frac{TA_k}{1 - e^{s_k T} z^{-1}}$$



## 相关函数

- 步骤3:  $[N, W_n] = \text{buttord}(W_p, W_s, R_p, R_s, 's');$ 
  - 模拟巴特沃斯滤波器阶数选择函数。  $W_p, W_s$  分别是模拟滤波器的通带截止频率和阻带截止频率；  $R_p, R_s$  分别表示通带允许最大衰落和阻带允许最小衰减；  $'s'$  表示此时计算对象是模拟滤波器。输出参数  $N$  表示巴特沃斯低通原型滤波器阶数；  $W_n$  表示3 dB截止频率  $\Omega_c$ 。
- 步骤4:  $[B, A] = \text{butter}(N, W_n, 's');$ 
  - 设计  $N$  阶巴特沃斯低通模拟滤波器函数。  $B, A$  表示设计的滤波器传递函数  $H_a(s)$  的分子分母多项式系数向量。

## 相关函数

- 步骤5:  $[B_z, A_z] = \text{impinvar}(B, A, F_s)$ ;
  - 冲激响应不变法函数。  $B_z, A_z$  表示通过冲激响应不变法得到的数字滤波器系统函数  $H(z)$  的分子分母多项式系数向量。

# IIR数字滤波器的实现

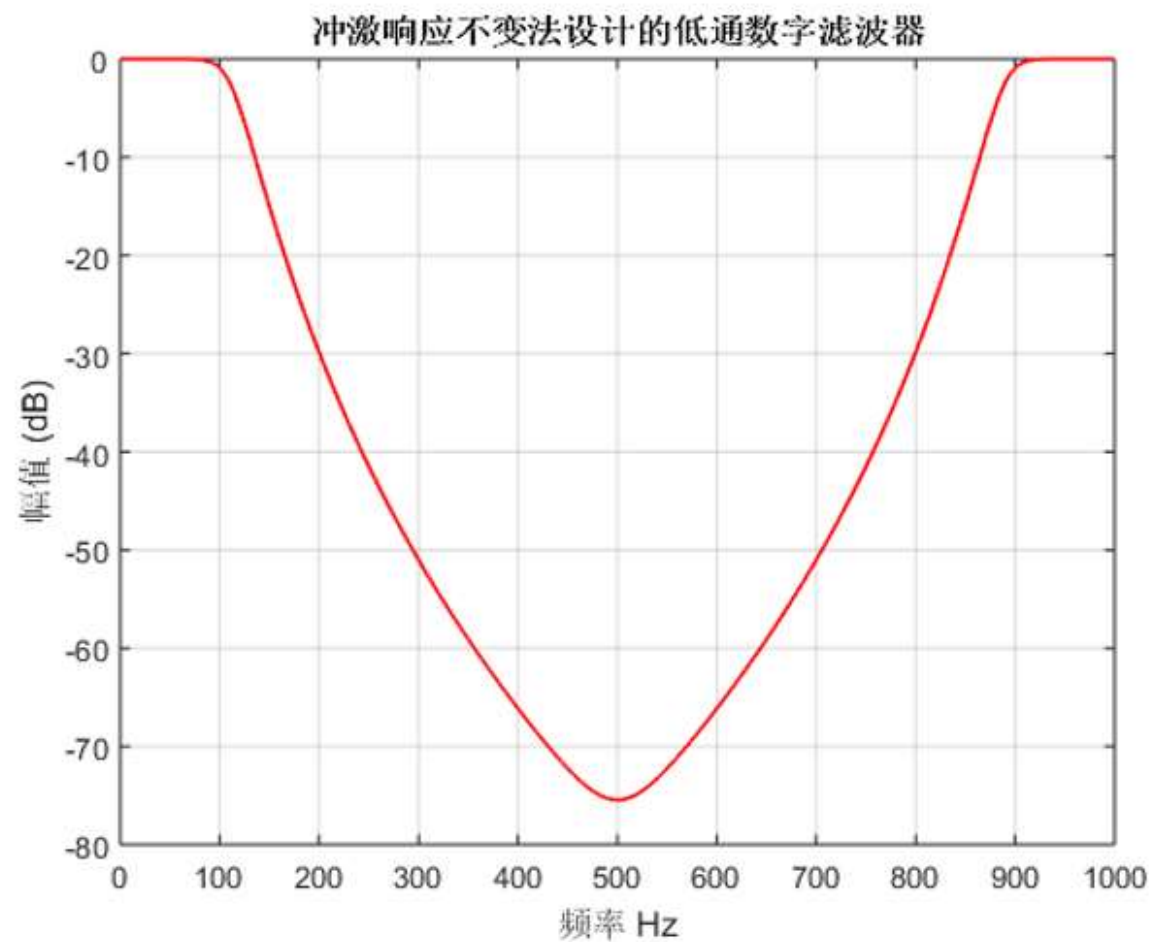
- 例1：用冲激响应不变法，设计一个巴特沃斯数字低通滤波器，要求通带频率低于100Hz时，允许幅度误差在1 dB之内；频率大于150Hz的阻带内，衰减大于15dB。抽样周期 $T = 1\text{ms}$ 。

```
clc; clear; close all;  
T = 0.001; fc = 1/T; %抽样频率  
ap=1; as=15; fp = 100; fs = 150; %数字滤波器的技术指标要求  
wp = 2*pi*fp/fc; %数字滤波器通带截止频率  
ws = 2*pi*fs/fc; %数字滤波器阻带截止频率  
% * * * * *采用冲激响应不变法* * * * *  
%要求数字滤波器技术指标转化成模拟滤波器技术指标  
Wanp = wp*fc; %通带截止频率  
Wans = ws*fc; %阻带截止频率  
%设计模拟滤波器阶数和截止频率  
[N,Wanc]=buttord(Wanp,Wans,ap,as,'s');  
[b,a]=butter(N,Wanc,'s'); %设计模拟滤波器系统函数Ha(s)  
[B1,A1]=impinvar(b,a,fc); %用冲激响应不变法设计数字滤波器系统函数Hz  
[H1,w1]=freqz(B1,A1,'whole'); %求数字滤波器的频率响应
```

```
figure(1);  
plot(w1*fc/2/pi,20*log10(abs(H1)));  
xlabel('频率 Hz'); ylabel('幅值 (dB)');  
title('冲激响应不变法设计的低通数字滤波器');
```

# IIR数字滤波器的实现

## ■ 例1:



2024/10/26

数字信号处理实验

12

# 总结

## ◆ IIR数字滤波器设计

### ● 冲激响应不变法

- ✓  $[N, W_n] = \text{buttord}(W_p, W_s, R_p, R_s, 's')$
- ✓  $[B, A] = \text{butter}(N, W_n, 's')$
- ✓  $[B_z, A_z] = \text{impinvar}(B, A, F_s)$
- ✓  $[H, w] = \text{freqz}(B_z, A_z, 'whole')$

## 操作验收习题

7.1 设计低通数字滤波器，要求通带内频率低于 $0.2\pi$  rad时，允许幅度误差在1 dB之内；频率在 $0.3\pi$ 到 $\pi$ 之间的阻带衰减大于10dB。试采用巴特沃斯模拟滤波器进行设计，用冲激响应不变法进行转换，采样间隔 $T = 1\text{ms}$ 。

# 实验报告作业题和思考题

## ◆ 实验报告作业题：

7.1 设计低通数字滤波器，要求通带内频率低于 $0.2\pi$  rad时，允许幅度误差在1 dB之内；频率在 $0.3\pi$ 到 $\pi$ 之间的阻带衰减大于10dB。试采用巴特沃斯模拟滤波器进行设计，用冲激响应不变法进行转换，采样间隔 $T = 1\text{ms}$ 。

## ◆ 思考题：用冲激响应不变法设计的滤波器的优缺点分析

# 感谢聆听!