

杭州电子科技大学考试试卷 (A) 卷

试课程	随机信号原理	考试日期	成绩	
课程号	教师号	任课教师姓名		
考生姓名	学号	年级	专业	

选择题 (每题 2 分, 共 18 分)

设 $X(t, \varepsilon)$ 表示随机过程, 以下对这个随机过程描述不正确的是 (A)

- A. t 和 ε 都固定时, $X(t, \varepsilon)$ 是一个随机变量 B. 随机过程是样本函数的集合
C. t 可变, ε 可变, $X(t, \varepsilon)$ 是完整随机过程 D. 随机过程是时间函数的集合

以下对于实平稳过程 $X(t)$ 自相关函数的表达式正确的是 (D)

- A. $R_X(\tau) = -\cos(6\tau)e^{-|\tau|}$ B. $R_X(\tau) = 5\sin(5\tau)$
C. $R_X(\tau) = 5u(\tau)e^{-3\tau}$ D. $R_X(\tau) = 5e^{-|\tau|}$

以下对一般随机过程间独立、正交和不相关关系的论述中正确的是 (A)

- A. 独立必不相关
B. 不相关必独立
C. 正交必不相关
D. 不相关必正交

当两随机变量 X 和 Y 满足 (B) 时, 称它们是互不相关的, 满足 (A) 时, 称它们是相互独立的, 满足 (D) 时, 称它们是正交的。

- A. $P(XY) = P(X)P(Y)$ B. $E(XY) = E(X)E(Y)$ C. $P(XY) = 0$ D. $E(XY) = 0$

对于实平稳过程的功率谱密度, 以下描述错误的是 (B)。

- A. 实数 B. 正数 C. 非负数 D. 偶函数

6、对信号进行希尔伯特变换等价于该信号通过一线性时不变系统, 此等价系统的传输特性 $H(\omega)$ 等于 (B)

- A. $j\text{Sgn}(\omega)$ B. $-j\text{Sgn}(\omega)$ C. $\text{Sgn}(\omega)$ D. $-\text{Sgn}(\omega)$

7、对于高斯随机过程, 以下描述不正确的是 (C)

- A. 高斯随机过程宽平稳和严平稳是等价的
B. 高斯随机过程不相关与统计独立是等价的
C. 高斯随机过程与确定信号之和的概率密度不再是高斯过程
D. 高斯随机过程的概率密度函数由均值和方差集合确定

二、填空题 (每空 2 分, 共 28 分)

1、已知两随机变量 X 和 Y , $E(X)=1$, $E(Y)=1$, $D(X)=1$, $D(Y)=2$, 则

$$E(X+j \cdot Y) = 1+j, \quad D(X+j \cdot Y) = 3.$$

2、设 $\{X(t), -\infty < t < +\infty\}$ 是宽平稳过程, 均值函数是 μ_X , 自相关函数为 $R_X(\tau)$, 令

$$Y(t) = X(t) + X(t+1), -\infty < t < +\infty, \text{ 则 } E[Y(t)] = 2\mu_X,$$

$$E[Y(t)Y(t+\tau)] = 2R_X(\tau) + R_X(\tau+1) + R_X(\tau-1), \quad E[X(t)Y(t+\tau)] = R_X(\tau) + R_X(\tau+1),$$

$X(t)$ 和 $Y(t)$ 是联合平稳吗? (是或否) 是。

3、平稳过程 $X(t)$ 的相关函数为 $R_X(\tau) = 100e^{-10\tau}$, 它的均值是 0。

4、各态历经过程 (是、不是、不一定是) 宽平稳过程, 反之, 宽平稳过程 (是、不是、不一定是) 各态历经过程。

5、平稳过程 $X(t)$ 的自相关函数 $R_X(\tau) = \delta(\tau)$, $Y(t)$ 为 $X(t)$ 的希尔伯特变换, 则 $G_Y(\omega) = 1$,

$$G_{XY}(\omega) = -j\text{sgn}(\omega), \quad G_{YX}(\omega) = j\text{sgn}(\omega).$$

6、窄带正态过程的包络与相位的一维分布分别为 瑞利 分布和 均匀 分布。

分) 统计独立、零均值平稳随机过程 $X(t)$ 和 $Y(t)$ 功率谱密度为:

$$G_X(\omega) = \frac{\omega^2}{\omega^4 + 3\omega^2 + 2}$$

$$G_Y(\omega) = \frac{\omega^2 + 3}{\omega^4 + 3\omega^2 + 2}$$

求 $X(t)$ 和 $Y(t)$ 的平均功率: (8 分)

求 $Z(t) = X(t) + Y(t)$ 的功率谱密度: (4 分)

求 $V(t) = X(t) - Y(t)$ 的功率谱密度: (3 分)

解: (1) $R_X(\tau) = -\frac{1}{2}e^{-|\tau|} + \frac{\sqrt{2}}{2}e^{-\sqrt{2}|\tau|}$

$$\therefore P_X = \frac{\sqrt{2}}{2} - 1$$

$$R_Y(\tau) = e^{-|\tau|} - \frac{\sqrt{2}}{4}e^{-\sqrt{2}|\tau|}$$

$$\therefore P_Y = 1 - \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$(2) G_Z(\omega) = G_X(\omega) + G_Y(\omega)$$

$$(3) G_V(\omega) = G_X(\omega) + G_Y(\omega)$$

4、(15 分) $X(t)$ 为任一实随机过程,

(1) 构造其对应的解析信号的具体形式: (5 分)

(2) $X(t)$ 的功率谱用 $G_X(\omega)$ 表示, 求 $X(t)$ 的希尔伯特变换以及其解析信号的功率谱。

$$(1) \tilde{x}(t) = X(t) + j\hat{x}(t)$$

$$(2) G_{\tilde{x}}(\omega) = \begin{cases} 4G_X(\omega), & \omega \geq 0 \\ 0, & \omega < 0 \end{cases}$$

$\hat{x}(t)$ 的频谱为:

$$\hat{x}(\omega) = -j \operatorname{sgn}(\omega) X(\omega)$$

算题 (共 54 分)

分) 随机过程 $X(t) = t^3 + U \sin t + V \cos t$, 式中 U 、 V 为相互独立的随机变量, 它们都分别

和 $1/4$ 的概率取值 -1 和 3 ; 令 $Z(t) = X(t) - E[X(t)]$,

判断 $X(t)$ 是否为宽平稳随机过程, 解释理由

证明 $Z(t)$ 为宽平稳随机过程, 并求其功率谱密度

$$(1) E[X(t)] = t^3 \Rightarrow \text{非平稳}$$

$$(2) Z(t) = U \sin t + V \cos t$$

$$E[Z(t)] = 0$$

$$R_Z(t, t+\tau) = 3 \cos \tau \Rightarrow \text{平稳}$$

$$R_Z(0) = 3$$

$$G_Z(\omega) = 3\pi [\delta(\omega-1) + \delta(\omega+1)]$$

2、(12 分) 已知平稳随机过程 $X(t) = \sum_{i=1}^N a_i Y_i(t)$, 式中 a_i 是一组常实数, 而随机过程 $Y_i(t)$ 皆为平稳过程且相互正交, 其功率谱用 $G_{Y_i}(\omega)$ 表示, 求 $X(t)$ 的功率谱。

$$\begin{aligned} R_X(t, t+\tau) &= E[X(t) X(t+\tau)] \\ &= E\left\{ \sum_{i=1}^N a_i Y_i(t) \cdot \sum_{j=1}^N a_j Y_j(t+\tau) \right\} \\ &= E\left\{ \sum_{i=1}^N a_i^2 Y_i(t) Y_i(t+\tau) \right\} \\ &= \sum_{i=1}^N a_i^2 R_{Y_i}(\tau) \end{aligned}$$

$$\therefore G_X(\omega) = \sum_{i=1}^N a_i^2 G_{Y_i}(\omega)$$