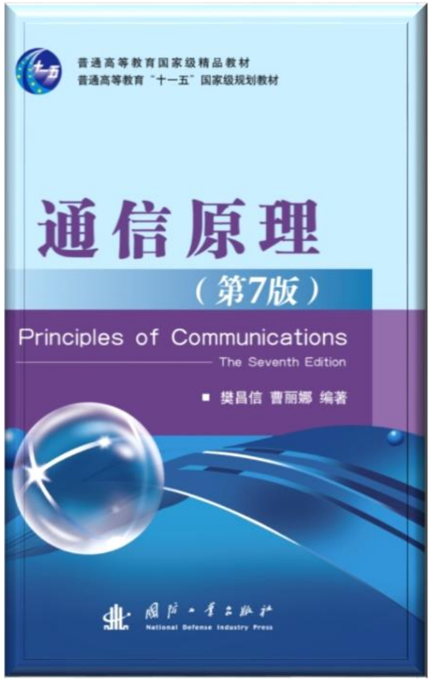
第0章

信号知识回顾

杭州电子科技大学

胡志蕊



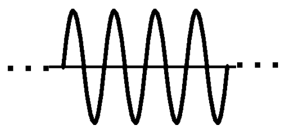
通信原理（第7版）

樊昌信 曹丽娜 编著

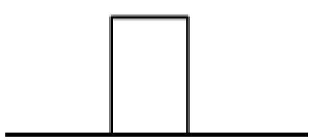
回顾1 — 信号分类

按照是否具有周期重复性区分

- **周期信号：** 每隔一定时间间隔按相同规律重复 且 无始无终



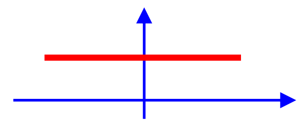
- **非周期信号：**

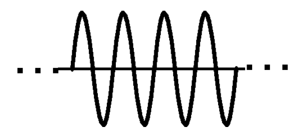


按照信号能量是否有限区分

- **功率信号：** $0 < P < \infty$ 和 $E \to \infty$

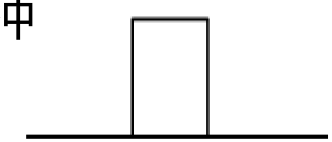
如，直流信号、周期信号和随机信号





- **能量信号：** $0 < E < \infty$ 和 $P \to 0$

如，单个矩形脉冲



能量： $E = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t)dt$

功率： $P = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s^2(t)dt$

回顾2 — 信号的时频域关系

非周期信号$s(t)$ ⟷ **FT** ⟷ **频谱密度$S(f)$**

$$\mathrm{FT}: S(jw)=\int_{-\infty}^{\infty}s(t)\mathrm{e}^{-jwt}\mathrm{d}t$$

$$\mathrm{IFT}: s(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}S(jw)\mathrm{e}^{jwt}\mathrm{d}w$$

$$\Updownarrow \quad w=2\pi f$$

$$\mathrm{FT}: S(f)=\int_{-\infty}^{\infty}s(t)\mathrm{e}^{-j2\pi ft}\mathrm{d}t$$

$$\mathrm{IFT}: s(t)=\int_{-\infty}^{\infty}S(f)\mathrm{e}^{j2\pi ft}\mathrm{d}f$$

$S(f)$ 为连续谱
单位是V/Hz

周期信号$s_T(t)$

FS ⟷ **频谱c_n**

FT + FS ⟷ **频谱密度$S(f)$**

$$s_T(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}c_n\mathrm{e}^{j2\pi nf_0t},\ f_0=1/T$$

$$c_n=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}s_T(t)\mathrm{e}^{-j2\pi nf_0t}\mathrm{d}t$$

$$\mathrm{e}^{j2\pi nf_0t}\xleftrightarrow{\mathcal{FT}}\delta(f-nf_0)$$

+

$$S_T(f)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}c_n\delta(f-nf_0)$$

c_n 为离散谱
单位是V

FT：傅里叶变换
FS：傅里叶级数

回顾2 — 信号的时频域关系

【例】周期信号 $\delta_T(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\delta(t-nT)$ **的频谱**

$$\delta_T(t)\overset{\mathcal{FS}}{=}\sum_{m=-\infty}^{\infty}c_m e^{j2\pi mf_0t}$$

$$=\frac{1}{T}\sum_{m=-\infty}^{\infty}e^{j2\pi mf_0t}$$

+

$$e^{j2\pi mf_0t}\overset{\mathcal{FT}}{\longleftrightarrow}\delta(f-mf_0)$$

$$\boxed{\delta_T(f)=\frac{1}{T}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\delta\left(f-m\frac{1}{T}\right)}$$

其中

$$f_0=1/T$$

$$c_m=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}\delta_T(t)e^{-j2\pi mf_0t}\mathrm{d}t$$

$$=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}\left(\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT)\right)e^{-j2\pi mf_0t}\mathrm{d}t$$

$$=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}\delta(t)e^{-j2\pi mf_0t}\mathrm{d}t$$

$$=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}\delta(t)e^{-j2\pi mf_0\times 0}\mathrm{d}t$$

$$=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}\delta(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{T}$$

回顾2 — 信号的时频域关系

周期化 $\longleftrightarrow$ 离散化

两个规律

连续时间周期信号	$s_T(t) \xleftrightarrow[IFS]{FS} c_n$	离散非周期频谱
连续时间非周期信号	$s(t) \xleftrightarrow[IFT]{FT} S(jw)$	连续非周期频谱
离散时间周期信号	$s_N[n] \xleftrightarrow[IDFS]{DFS} c[n]$	离散周期频谱
离散时间非周期信号	$s[n] \xleftrightarrow[IDTFT]{DTFT} S(e^{j\Omega})$	连续周期频谱

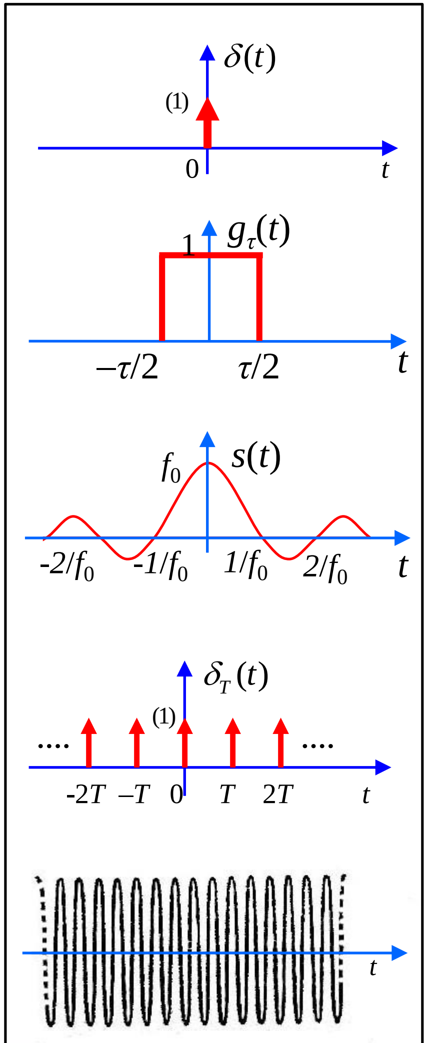
乘积 $\longleftrightarrow$ 卷积

$$s_1(t) * s_2(t) \xleftrightarrow{\text{FT}} S_1(f) \cdot S_2(f)$$

$$s_1(t) \cdot s_2(t) \xleftrightarrow{\text{FT}} S_1(f) * S_2(f)$$

回顾2 — 信号的时频域关系 ★

五种常用变换



$$\boxed{\delta(t) \xleftrightarrow{\text{FT}} 1}$$

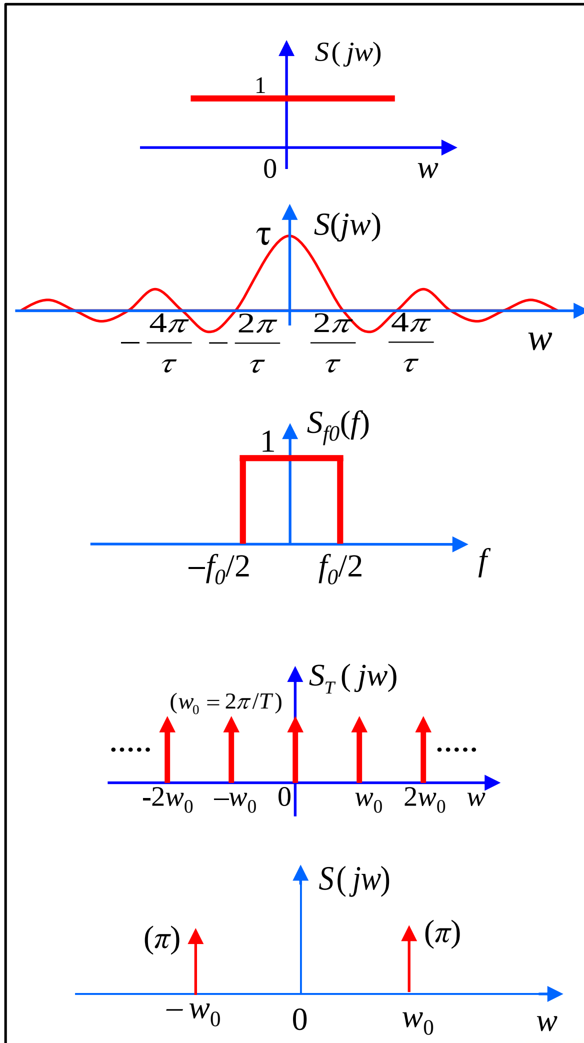
$$\boxed{\begin{array}{ll} g_\tau(t) = 1 \xleftrightarrow{\text{FT}} \tau \mathrm{Sa}(w\tau/2) \\ \left(|t| < \tau/2\right) \qquad \tau \mathrm{Sa}(\pi f \tau) \end{array}}$$

注：$\mathrm{Sa}(x) = \sin x / x$

$$\boxed{\begin{array}{l} s(t) = f_0 \mathrm{Sa}(\pi f_0 t) \xleftrightarrow{\text{FT}} S_{f_0}(f) = 1 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad (|f| < f_0/2) \end{array}}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \delta_T(t) \xleftrightarrow{\text{FT}} \dfrac{2\pi}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(w - n\dfrac{2\pi}{T}\right) \\ \qquad\qquad \dfrac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - n\dfrac{1}{T}\right) \end{array}}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \cos(w_0 t) \xleftrightarrow{\text{FT}} \pi\left[\delta(w + w_0) + \delta(w - w_0)\right] \\ \qquad\qquad \dfrac{1}{2}\left[\delta(f + f_0) + \delta(f - f_0)\right] \end{array}}$$



回顾3 — 信号的几种特征计算 ★

随机变量 X 的 期望

$$E[X]=\int_{-\infty}^{\infty} x\underline{f(x)}dx$$

概率密度函数

误差函数$erf(x)$、补误差函数$erfc(x)$

$$erf(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-t^2}dt$$

递增函数

$erf(0)=0$

$erf(\infty)=1$

$$erfc(x)=1-erf(x)$$

功率信号 $s(t)$的功率谱密度$P(f)$、功率P

$$P(f)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}|S_T(f)|^2$$

$$P=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}s^2(t)dt=\int_{-\infty}^{\infty}P(f)df$$

能量信号 $s(t)$ 的能量谱密度$G(f)$、能量E

$$G(f)=|\underline{S(f)}|^2$$

频谱密度

$$E=\int_{-\infty}^{\infty}s^2(t)dt=\int_{-\infty}^{\infty}|S(f)|^2 df=\int_{-\infty}^{\infty}G(f)df$$