

CS7323 从数据学习因果关系

第四次作业

1.

- 找到一个证明方法，文字描述或严格证明皆可，证明任何一个有向无环图可以表示图 1 形式。
- 一个有向无环以图 1 形式表示是否唯一，道理是什么。
- 给定任意四个节点，存在多少个有向无环图。
- 如果是 n 个节点，存在多少个有向无环图，不用证明。
- 有向无环图是不是等价于偏序结构？
- 一个有向无环图的邻接矩阵对应于一个典型矩阵，这个矩阵是什么矩阵？

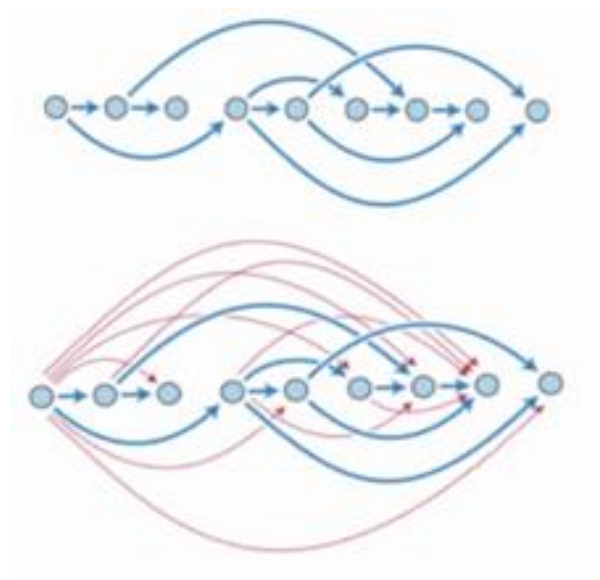


图 1。

2. 为什么进行路径分析，计算各个节点的相关系数时，需要图 2 中的三个规则进行约束？

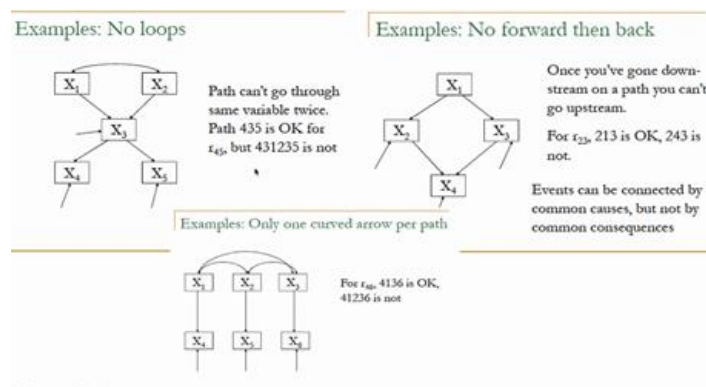


图 2。

3. 将图 3 中的因果图表示成图 1 中的序形式。

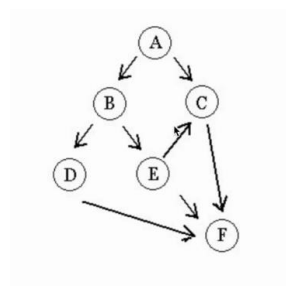


图 3。

4. 请说明图 4 中基于条件概率 $P(Y|X)$ 的四个因果功效表示有何异同。

基于条件概率 $P(Y X)$ 的因果功效表示	参考文献
$\Delta P = P(Y X=1) - P(Y X=0)$	Good1961
$\Delta\mu = E(Y X=1) - E(Y X=0),$ $\Delta\mu = \Delta P$, 当 Y =取值 0, 1 时。	Neyman1923 Rubin1974
$cp^+ = \frac{\Delta P}{1 - P(Y X=0)},$ $cp^- = \frac{-\Delta P}{P(Y X=0)}$	Cheng1997
$\Delta D = P(Y do(X)=1) - P(Y do(X)=0)$	Pearl2000

图 4。

5. a. 说明因果学习中可交换性，可忽略性，confounding 这些概念的异同。
 b. 逆概率加权为什么要用倾向性得分 $e(z)$ 的倒数，怎么从数据中估计倾向性得分 $e(z)$?
 c. 请写出用倾向性得分分层（propensity score stratification）的方法，计算平均因果效应（ACE）的过程。
6. 说明为什么当 x 和 y 都是 0, 1 变量时，图 5 中的一阶矩（左边的 μ_0 和 μ_1 ）和二阶矩（右边的 μ_0 和 μ_1 ）是一样的。

个体	$Y_t^{X=0}$	$Y_t^{X=1}$	$Y_t^{X=1} - Y_t^{X=0}$
t=1	130	?	?
t=2	?	125	?
⋮	⋮	⋮	⋮
简单平均	μ_0	μ_1	$\mu_1 - \mu_0$

或者比较加权平均值或加权相关系数

$$\mu_1 = \frac{\sum_t w_t X_t Y_t}{\sum_t w_t X_t}, \quad \mu_0 = \frac{\sum_t w_t (1-X_t) Y_t}{\sum_t w_t (1-X_t)}$$

权重 $W_t \geq 0$ ，常数时退化为等权

分子分母皆为如下加权统计量的特例

$$\sum_t W_t \xi(X_t, Y_t)$$

$$\mu_1 = \frac{\sum_t X_t Y_t}{\sum_t X_t}, \quad \mu_0 = \frac{\sum_t (1-X_t) Y_t}{\sum_t (1-X_t)}$$

图 5。