第三次作业

1、 a、 $r_{AD} = a + fb$.　　　　b.

$r_{AE} = ad + fbd + hc + fgc$.

$r_{AF} = ade + fbde + hce + fgce$.

$r_{BF} = bde + fade + gce + fhce$.

2、 (a). $P(a,b) = \sum_c P(a|c)P(b|c)P(c) \neq P(a)P(b)$，所以不考虑C不是独立的.

$P(a,b|c) = \frac{P(a,b,c)}{P(c)} = P(a|c)P(b|c)$ ∴ a,b在c条件下是独立的.

(b). $P(ab) = P(a)\sum_c P(c|a)P(b|c) = P(a)P(b|a) \neq P(a)P(b)$ ∴ 不是独立的.

考虑C $P(a,b|c) = \frac{P(a,b,c)}{P(c)} = \frac{P(a)P(c|a)P(b|c)}{P(c)} = P(a|c)P(b|c)$ ∴ 是独立的.

(c). 不考虑C，显然有 $\sum P(c|a,b) = 1$ ∴ $P(a,b) = P(a)P(b)$ ∴ 是独立的.

考虑C 有 $P(a,b|c) = \frac{P(a,b,c)}{P(c)} = \frac{P(a)P(b)P(c|a,b)}{P(c)} \neq P(a|c)P(b|c)$ ∴ 不是独立的.

4、 因素1，可能此指标在吃药前分布就不一致，比如可能有人在不吃药时此指标就高于某人在吃药后的指标。大量这种情况会导致结果的不符合变化。

规避方法：用此指标变化差来表示实验结果；或大量多次实验消去此影响.

因素2：不同人对药的反应不一定相同，有人吃药后此指标上升有人下降，若划分不好则会有错误结论

规避方法：还是进行大量实验以保证数据分配均匀。

5、 由于有向无环图，必有一个节点入度为零，也就是说其在邻接矩阵中所在行只有它本身一个元素，则可将其变换到第一列，将此节点从图中去除也就是进行行初等变换，之后再找一入度为零的节点重复此步骤可得下三角矩阵.

6,
$$\begin{tikzcd} A & & B \\ & C \arrow[ul] \arrow[ur] & \end{tikzcd}$$
和.
$$\begin{tikzcd} A \arrow[dr] & & B \\ & C \arrow[ur] & \end{tikzcd}$$
是一对马尔科夫等价类.

即. $P(A,B,C) = P(C)P(A|C)P(B|C). = P(A)P(C|A)P(B|C).$

7, $x = \Lambda_x \xi + \delta$. :

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{11}\phi_{21} \\ \lambda_{21} & \lambda_{21}\phi_{21} \\ \lambda_{31} & \lambda_{31}\phi_{21} \\ \lambda_{41}\phi_{21} & \lambda_{41} \\ \lambda_{51}\phi_{21} & \lambda_{51} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \end{bmatrix}$$

$y = \Lambda_y \eta + \varepsilon$. :

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \\ y_7 \\ y_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_{21} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{32} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{42} & 0 & 0 \\ \lambda_{53}\beta_{31} & \lambda_{53}\beta_{32} & \lambda_{53} & 0 \\ \lambda_{63}\beta_{31} & \lambda_{63}\beta_{32} & \lambda_{63} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{74}\beta_{43} & \lambda_{74} \\ 0 & 0 & \lambda_{84}\beta_{43} & \lambda_{84} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \eta_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \\ \varepsilon_7 \\ \varepsilon_8 \end{bmatrix}$$

$\eta = B\eta + \Gamma\xi + \zeta$:

$$\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \eta_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \beta_{31} & \beta_{32} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_{43} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \eta_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{21}+\phi_{21}\Gamma_{11} \\ \phi_{21}\Gamma_{22} & \Gamma_{22} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \zeta_3 \\ \zeta_4 \end{bmatrix}$$

8, $P(F|C,D,E)$: $F = \lambda_{CF}C + \lambda_{DF}D + \lambda_{EF}E + b_F$.

$P(C|A,E)$ $C = \lambda_{AC}A + \lambda_{EC}E + b_C$.

$P(E|B)$ $E = \lambda_{BE}B + b_E$.

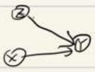
9. 对C $P(C=Yes \mid B=No) = \sum_{A} P(C \mid B,A)\, P(A,B) = 75\times(80\times 90) + 5\times 20\times 90$

$= 54.9\%$

对E： $P(E=Yes \mid C=Yes) = 15$。

10，对于. $P(Z \mid do(x))$ 由于 Y 处阻断，所以有 $P(Z \mid do(x)) = P(Z \mid x)$.

对 $P(Y \mid do(x)) = \sum P(Y \mid Z)\, P(Z \mid do(x)) = P(Y \mid Z)\, P(Z \mid x) = P(Y \mid x)$

11，进行do后，$P(Y \mid do(x), Z) = P(Y \mid Z)$. 所以是图  ，因为固定x后只与Z有关。

不进行do，将Z和X换位置就有图C，因此此时 a，c 等价。

12、$E(Y \mid X=x_0) = E(f_Y(x_0, u_Y)) = \int_{u_Y} P(u_Y)\, f_Y(x_0, u_Y)$.