计算机组成原理与系统结构

第四章

运算方法与运算器

http://jpkc.hdu.edu.cn/computer/zcyl/dzkjdx/

杭州電子科技大学
HANGZHOU DIANZI UNIVERSITY

第 4 章 运算方法与运算器

4.1 定点数的加减运算及实现

一 补码加减运算与运算器

二 机器数的移位运算

三 移码加减运算与判溢

四 十进制加法运算

一、补码加减运算与运算器

1 补码加减运算方法

2 补码加减运算的溢出判断

3 补码加减运算器的实现

1、补码加减运算方法

❖补码的**加法**运算公式：

- $[X+Y]_{补} = [X]_{补} + [Y]_{补}$

证明：

$[X]_{补} = 2^{n+1} + X \quad (\mod 2^{n+1})$

$[Y]_{补} = 2^{n+1} + Y \quad (\mod 2^{n+1})$

$[X]_{补} + [Y]_{补} = 2^{n+1} + X + 2^{n+1} + Y \quad (\mod 2^{n+1})$

$= 2^{n+1} + (X + Y) \quad (\mod 2^{n+1})$

$= [X+Y]_{补} \quad (\mod 2^{n+1})$

❖补码的**减法**运算公式：

- $[X-Y]_{补} = [X+(-Y)]_{补}$

$= [X]_{补} + [-Y]_{补}$

1、补码加减运算方法

- 补码的加减运算的公式是：
  - $[X+Y]_{补} = [X]_{补} + [Y]_{补}$
  - $[X-Y]_{补} = [X]_{补} + [-Y]_{补}$
- 特点：
  - 使用补码进行加减运算，符号位和数值位一样参加运算。
  - 补码的减法可以用加法来实现，任意两数之差的补码等于被减数的补码与减数相反数的补码之和 。
- 注意：该公式不适合任何其他机器数编码（原码、反码、移码）。

求补运算：[Y]补 → [-Y]补

- 求补规则：**将[Y]补包括符号位在内每一位取反，末位加 1 。**
- 若 [Y]补 = Y_0，Y_1……Y_n ，则：

$$[-Y]_{补} = \overline{Y_0}\,\overline{Y_1}\cdots\cdots\overline{Y_n} + 1$$

- 若 [Y] 补 = $Y_0.Y_1$……Y_n ，则：

$$[-Y]_{补} = \overline{Y_0}\,\overline{Y_1}\cdots\cdots\overline{Y_n} + \mathbf{0.0\cdots\cdots01}$$

例： [X]补 =0.1101，则： [－ 1.0011

?　0.0011

[Y]补 =1.1101，则： [－Y]补 =

?

补码加减运算举例

❖例：已知 X=+1011， Y=-0100，用补码计算 X+Y 和 X-Y。

- 写出补码：

  $[X]_{补}=0,1011$　　　$[Y]_{补}=1,1100$

  $[-Y]_{补}=0,0100$

- 计算：

$$\begin{array}{r} 0,1011 \\ +\ 1,1100 \\ \hline 0,0111 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,1011 \\ +\ 0,0100 \\ \hline 0,1111 \end{array}$$

$[X+Y]_{补}=0,0111$

$[X-Y]_{补}=0,1111$

2、补码加减运算的溢出判断

- 例：X=+1000，Y=+1001，求X+Y；
- 当运算结果超出机器数的表示范围时，称为**溢出**。计算机必须具备检测运算结果是否发生溢出的能力，否则会得到错误的结果。
- 对于加减运算，**可能发生溢出的情况**：同号（两数）相加，或者异号（两数）相减。
- **确定发生溢出的情况：**
  - 正数相加，且结果符号位为1；
  - 负数相加，且结果符号位为0；
  - 正数—负数，且结果符号位为1；
  - 负数—正数，且结果符号位为0；

常用的判溢方法（补码加减运

（1）单符号位判溢方法

$\overline{ADD}/SUB$ =0： 做加法；$\overline{ADD}/SUB$ =1：做减法

$[X]_{补} = X_f\ X_1 \cdots\cdots X_n$

$[Y]_{补} = Y_f\ Y_1 \cdots\cdots Y_n$

$[X \pm Y]_{补} = S_f\ S_1 \cdots\cdots S_n$

负数－正数，且结果符号位为

正数－负数，且结果符号位为 1

$$V = \overline{\overline{ADD}/SUB}\,(\overline{X_f}\,\overline{Y_f}\,S_f + X_f\,Y_f\,\overline{S_f}) + \overline{ADD}/SUB\,(\overline{X_f}\,Y_f\,S_f + X_f\,\overline{Y_f}\,\overline{S_f})$$

负数相加，且结果符号位为 0

V=1: 溢出

正数相加，且结果符号位为 1

常用的判溢方法（补码加减运

补码加减运算符号位及进位的真值表

	$\overline{ADD}/SUB$	X_f	Y_f	C_1	S_f	C_f	V	说明
加法	0	0	0	0	0	0	0	无溢出
	0	0	0	1	1	0	1	正溢出
	0	1	1	0	0	1	1	负溢出
	0	1	1	1	1	1	0	无溢出
减法	1	0	1	0	0	0	0	无溢出
	1	0	1	1	1	0	1	正溢出
	1	1	0	0	0	1	1	负溢出
	1	1	0	1	1	1	0	无溢出

最高有效位运算产生的进位	符号位运算产生的进位

常用的判溢方法（补码加减运

（2）进位判溢方法

- 当最高有效位产生的进位和符号位产生的进位不同时，加减运算发生了溢出。
- $V = C_1 \oplus C_f$

❖ 例： X=+1000， Y=+1001，求 X+Y；

❖ $[X]_补$ =0,1000 $[Y]_补$ =0,1001

$$
\begin{array}{rl}
 & 0\ \ 1000 \\
+ & 0.1001 \\
\hline
 & 1\ \ 0001
\end{array}
$$

$C_1=1$， $C_f=0$：溢出

常用的判溢方法（补码加减运

（2）双符号位判溢方法

- X 和 Y 采用双符号位补码参加运算，正数的双符号位为 00，负数的双符号位为 11；当**运算结果的两位符号 S_{f1} S_{f2} 不同时**（01 或 10），发生溢出。

$$
\begin{array}{r}
X_f\,X_f\;\;X_1\;X_2\ldots\ldots X_n \\
+\;\;Y_f\,Y_f\;\;Y_1\;Y_2\ldots\ldots Y_n \\
\hline
S_{f1}\,S_{f2}\;\;S_1\;\;S_2\;\;\ldots\ldots S_n
\end{array}
$$

- $V = S_{f1} \oplus S_{f2} = X_f \oplus Y_f \oplus C_f \oplus S_f$

- S_{f1} S_{f2}=01，则正溢出；S_{f1} S_{f2}=10，则负溢出。

双符号位判溢方法举例

- 例：用补码计算 X+Y 和 X-Y
  - （1） X=+1000， Y=+1001
  - （2） X=-1000， Y=1001

	$[X]_补$	00，1000
+	$[Y]_补$	00，1001
	$[X+Y]_补$	01，0001

S_{f1} S_{f2}=01，正溢出

	$[X]_补$	00，1000
+	$[-Y]_补$	11，0111
	$[X-Y]_补$	11，1111

S_{f1} S_{f2}=11，无溢出

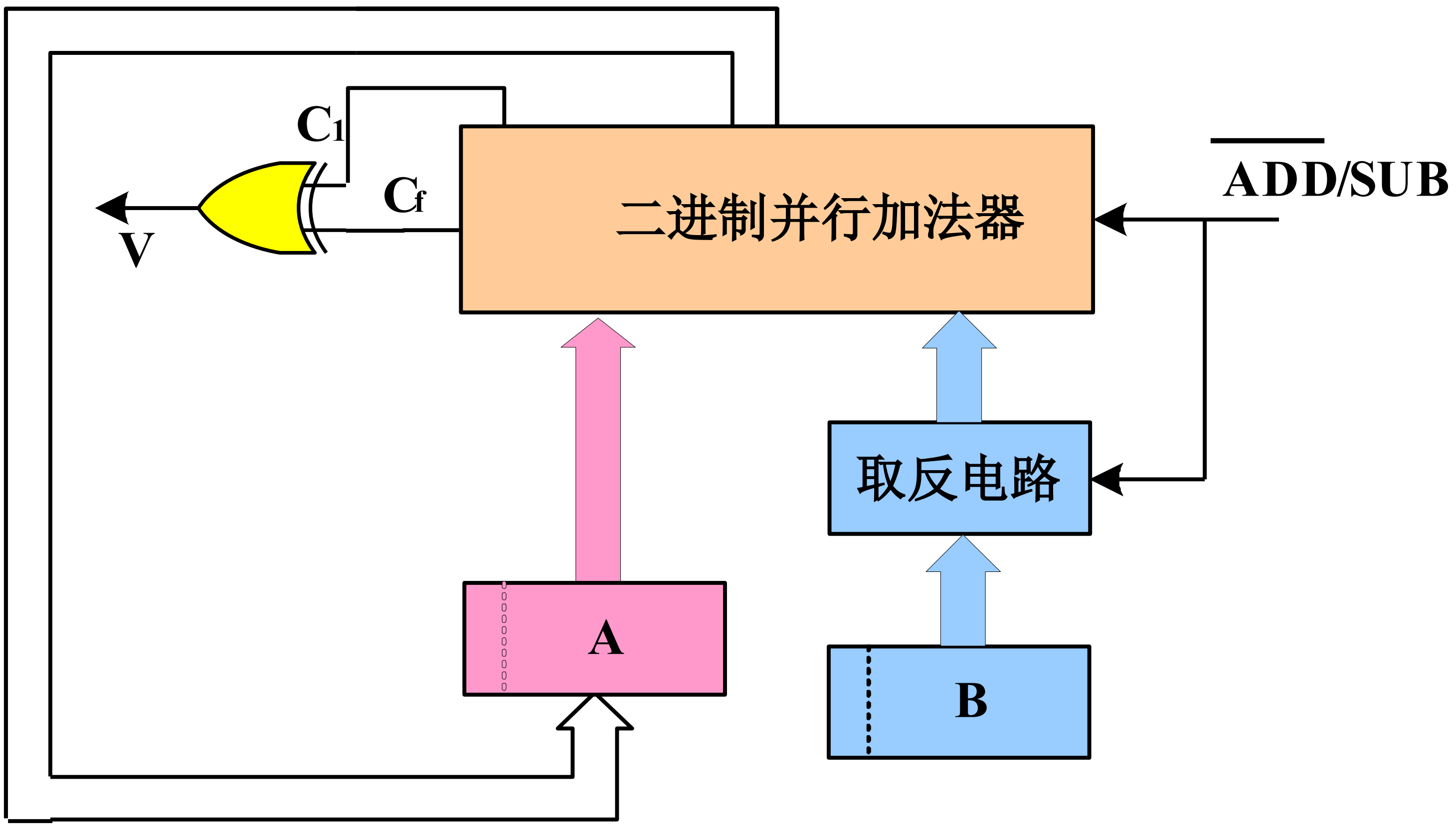
	$[X]_补$	11，1000
+	$[Y]_补$	00，1001
	$[X+Y]_补$	00，0001

S_{f1} S_{f2}=00，无溢出

	$[X]_补$	11，1000
+	$[-Y]_补$	11，0111
	$[X-Y]_补$	10，1111

S_{f1} S_{f2}=10，负溢出

3、补码加减运算器



3、补码加减运算器的实现

- **核心部件**：一个普通的二进制并行加法器。
- **A**：累加器，存放 $[X]_{补}$；**B**：寄存器，存放 $[Y]_{补}$；
- **取反电路**：
- ADD/SUB =0 时，补码加法器，将 B 寄存器直接送入并行加法器；
- ADD/SUB =1 时，补码减法器，将 B 取反送入并行加法器，同时，并行加法器的最低位产生进位，即 B 取反加 1，此时并行加法器的运算相当于 $[A]_{补}$ 加 $[-B]_{补}$，完成减法运算。

The End !