

# 图像扭曲变形报告

2015080073 自54 周用镐

## 一. 目的

编写图像扭曲变形程序，可以对图像进行扭曲变形。

## 二. 要求

- 实验任务：
1. 图像旋转扭曲
  2. 水纹波扭曲
  3. B样条变形（选做）

## 三. 变形函数的设计

### 1. 图像旋转扭曲

旋转主要是利用距离中心不同，旋转角度不同来扭去图像，一种旋转扭曲公式：

$\alpha$ ,  $r$ 为原始坐标  $(x^*, y^*)$  的极坐标表示  $R$ 是最大的旋转半径  $\theta$ 为旋转角度

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad , \quad \alpha = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$x = r \cos\left(\alpha + \frac{\theta(R-r)}{R}\right) + R$$

$$y = r \sin\left(\alpha + \frac{\theta(R-r)}{R}\right) + R$$

我把它设定了  $\frac{\theta}{r} = \text{常数}$ 。

### 2. 水纹波扭曲

水纹波主要是利用正弦变换近似实现，具体变换公式为：

$\alpha$ ,  $r$ 为原始坐标  $(x^*, y^*)$  的极坐标表示  $R$ 是最大的旋转半径  $\rho$ ,  $\phi$ 为水波参数

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad , \quad \alpha = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$\begin{aligned}x &= r * \cos\left(\alpha + \sin\left(\frac{r}{R} * \rho + \phi\right)\right) + R \\y &= r * \sin\left(\alpha + \sin\left(\frac{r}{R} * \rho + \phi\right)\right) + R\end{aligned}$$

我把它设定了 $\frac{\rho}{r} = \text{常数}$ 。

### 3. B样条曲线

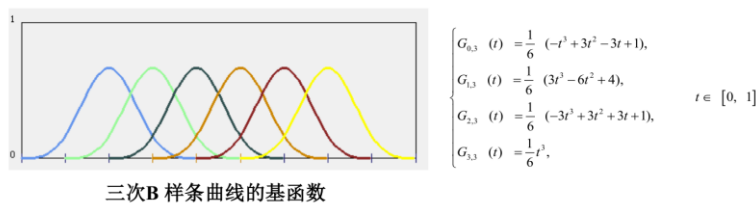
给定 $m+n+1$ 个平面或空间定点 $P_i$  ( $i=0, 1, \dots, m+n$ ) ,

称 $n$ 次参数曲线段:

$$P_{k,n}(t) = \sum_{i=0}^n P_{i+k} G_{i,n}(t), \quad t \in [0,1]$$

为第 $k$ 段 $n$ 次B样条曲线 ( $k=0, 1, \dots, m$ ) , 这些曲线段的全体称为 $n$ 次B样条曲线, 其顶点 $P_i$  ( $i=0, 1, \dots, n+m$ ) 所组成的多边形称为B样条曲线的特征多边形。其中,  $G_{i,n}(t)$  称为基函数。

## B样条基函数



## 求解——以三次B样条为例

假设控制点  $P_i$  移动了  $\Delta P_i$  , 区间长度  $u_{j+1} - u_j = N_x$  , 则点 $x$ 处的位移为

$$v(x) = \sum_{l=0}^3 G_{l,3}(u) \Delta P_{i+l}$$

其中  $u = \frac{x}{N_x} - \left\lfloor \frac{x}{N_x} \right\rfloor$ ,  $i = \left\lfloor \frac{x}{N_x} \right\rfloor - 1$

类似的, 对于二维图像可以得到每个位置处的位移 (坐标映射)

$$\begin{aligned}v_x(x, y) &= \sum_{l=0}^3 \sum_{m=0}^3 G_{l,3}(u) G_{m,3}(v) \Delta P_{y(i+l, j+m)} \\v_y(x, y) &= \sum_{l=0}^3 \sum_{m=0}^3 G_{l,3}(u) G_{m,3}(v) \Delta P_{x(i+l, j+m)}\end{aligned}$$

## 四、插值方法

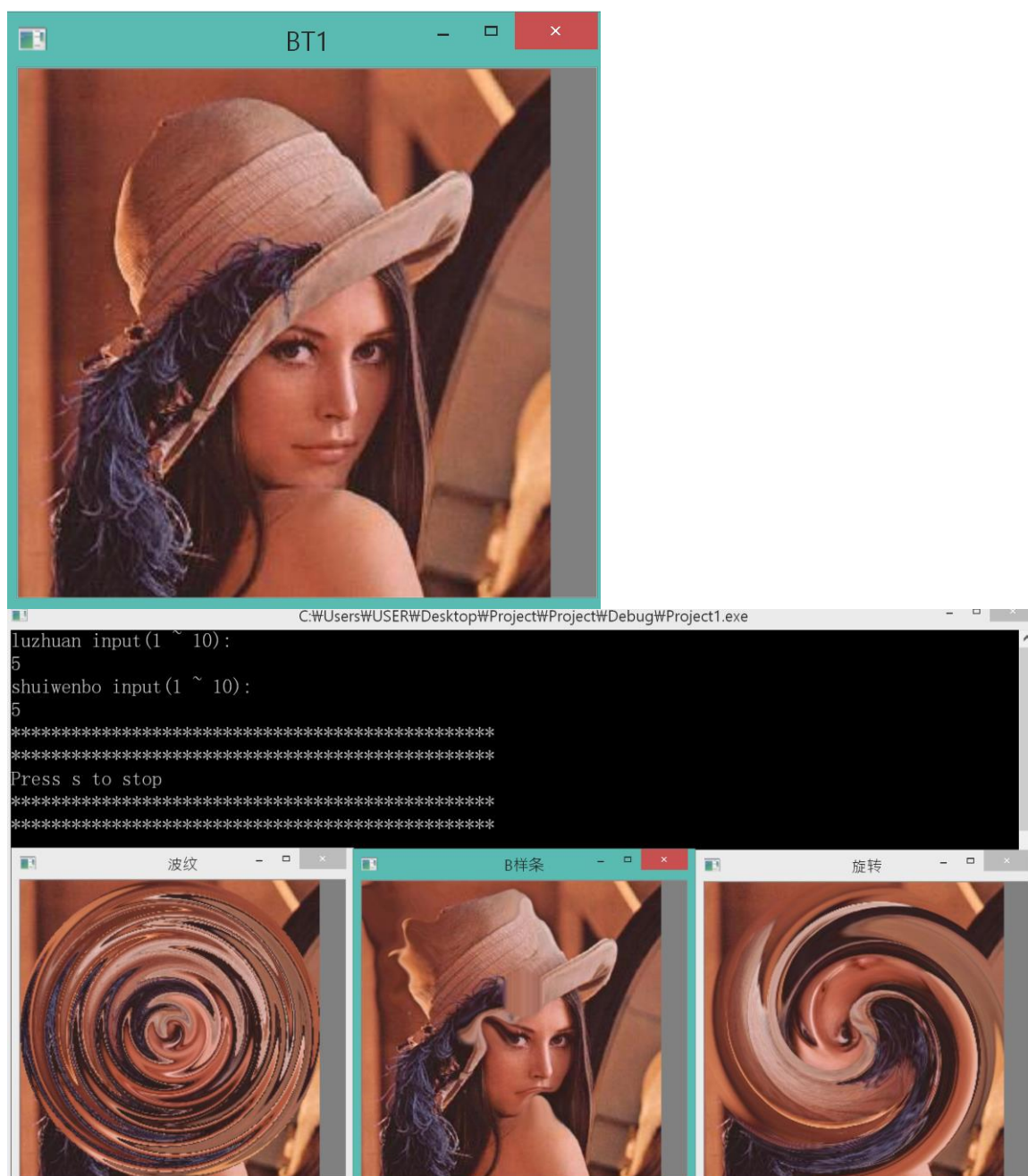
双线性插值 (bilinear)

$$f'(i+u, j+v) = \begin{bmatrix} 1-u & u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f(i, j) & f(i, j+1) \\ f(i+1, j) & f(i+1, j+1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1-v \\ v \end{bmatrix}$$

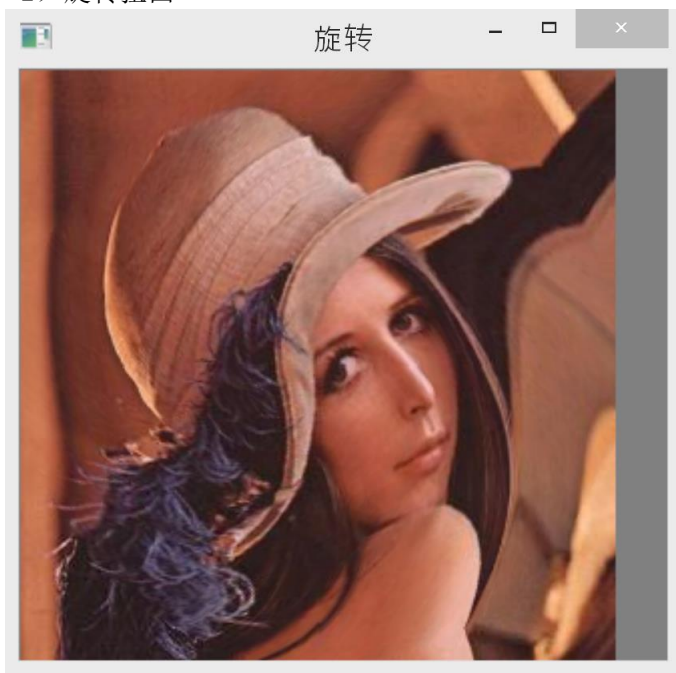
$$(1-u) \cdot (1-v) \cdot f(i, j) + (1-v) \cdot u \cdot f(i+1, j) + (1-u) \cdot v \cdot f(i, j+1) + u \cdot v \cdot f(i+1, j+1)$$

## 五、实验结果

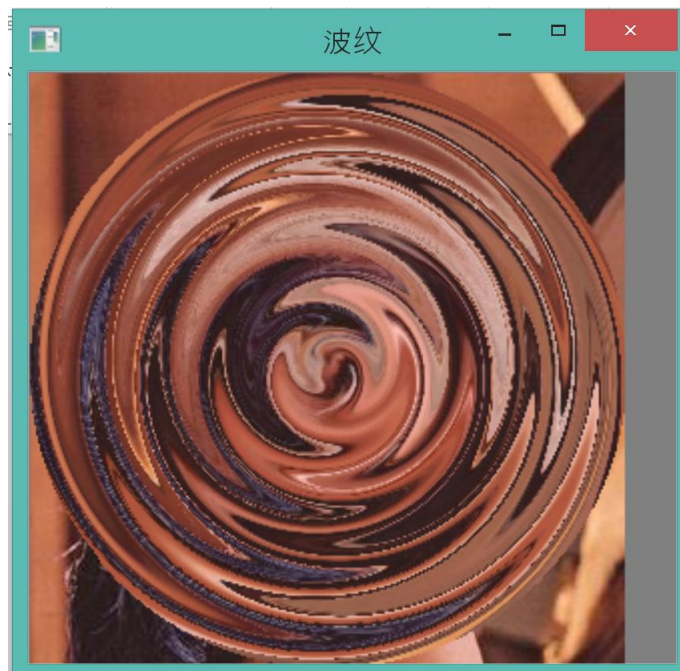
### 1) 变换钱的图



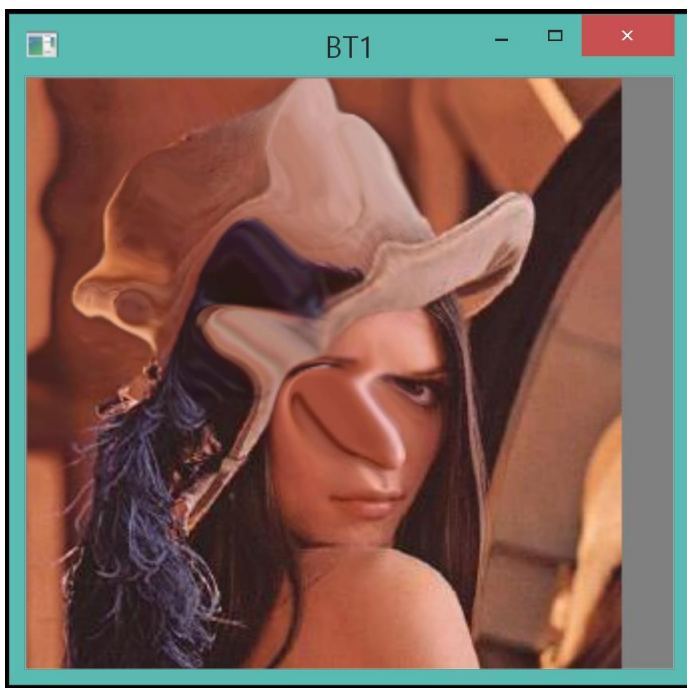
## 2) 旋转扭曲



3) 水纹波扭曲



4) B样条变形 (选)



## 七、误差分析

### 1. 计算机存储误差

double 变量，误差最大为  $0.5 \times 10^{-15}$ 。

float 变量，误差最大为  $0.5 \times 10^{-6}$

### 2. 方法误差

$$\text{插值余项 } |R_n(x)| = |f(x) - L_n(x)| = \left| \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} w_{n+1}(x) \right| \leq \frac{M_{n+1}}{(n+1)!} |w_{n+1}(x)|$$

## 八、总结

通过这次大作业, 了解了数字分析的应用领域和多样性, 了解了很多活用的可能性。然后熟悉了课堂中所学到的各种东西, 并从中得到理解。虽然这次大作业比较难, 但是不断的调试和尝试的过程中让我学会了很多课外的知识和课内的很多让人容易舒服的知识点。