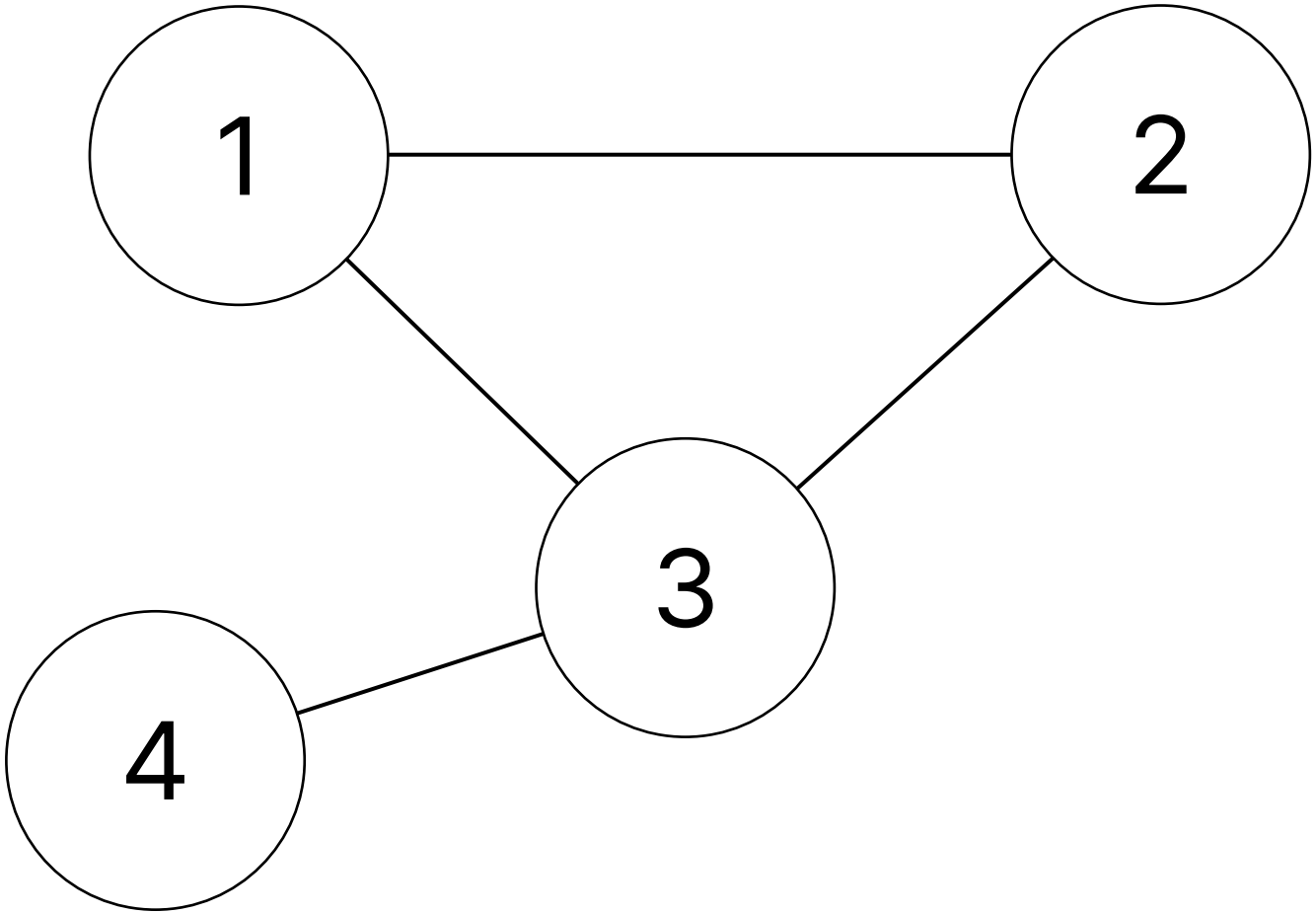
23차시

Graph

Graph

- 정점(Node, Vertex)과 간선(Edge)으로 이루어진 자료구조
- 지금까지는 단순히 변수 또는 구조체의 값만 사용했다면 그래프는 변수와 변수의 관계를 표현한 자료구조
- 네트워크 모델이라고 한다
- ex) 지하철 노선도의 표현, SNS 팔로우, 친구 관계

Graph



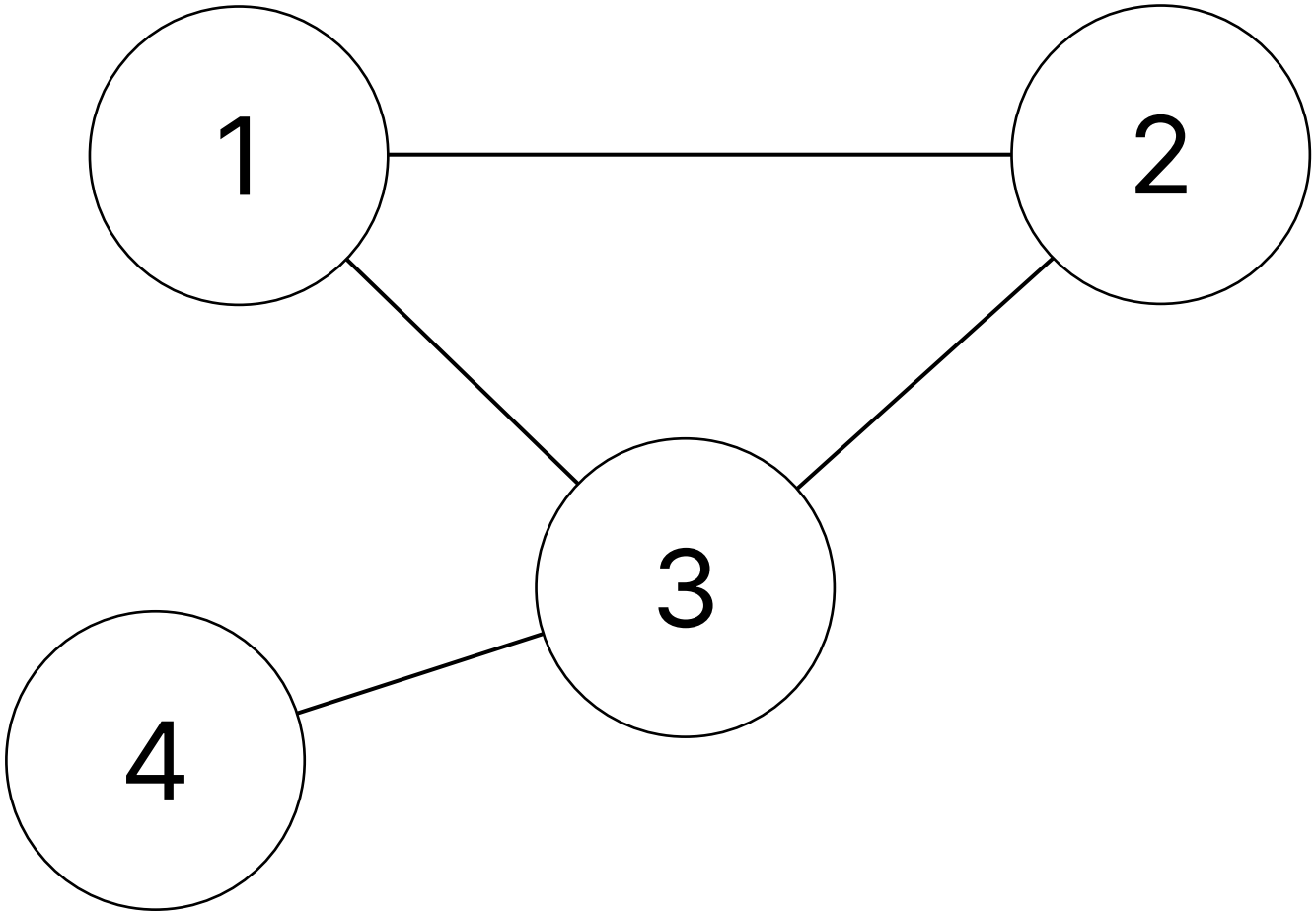
Directed, Undirected Graph

- 간선의 방향성의 유무
- 간선의 방향성이 존재

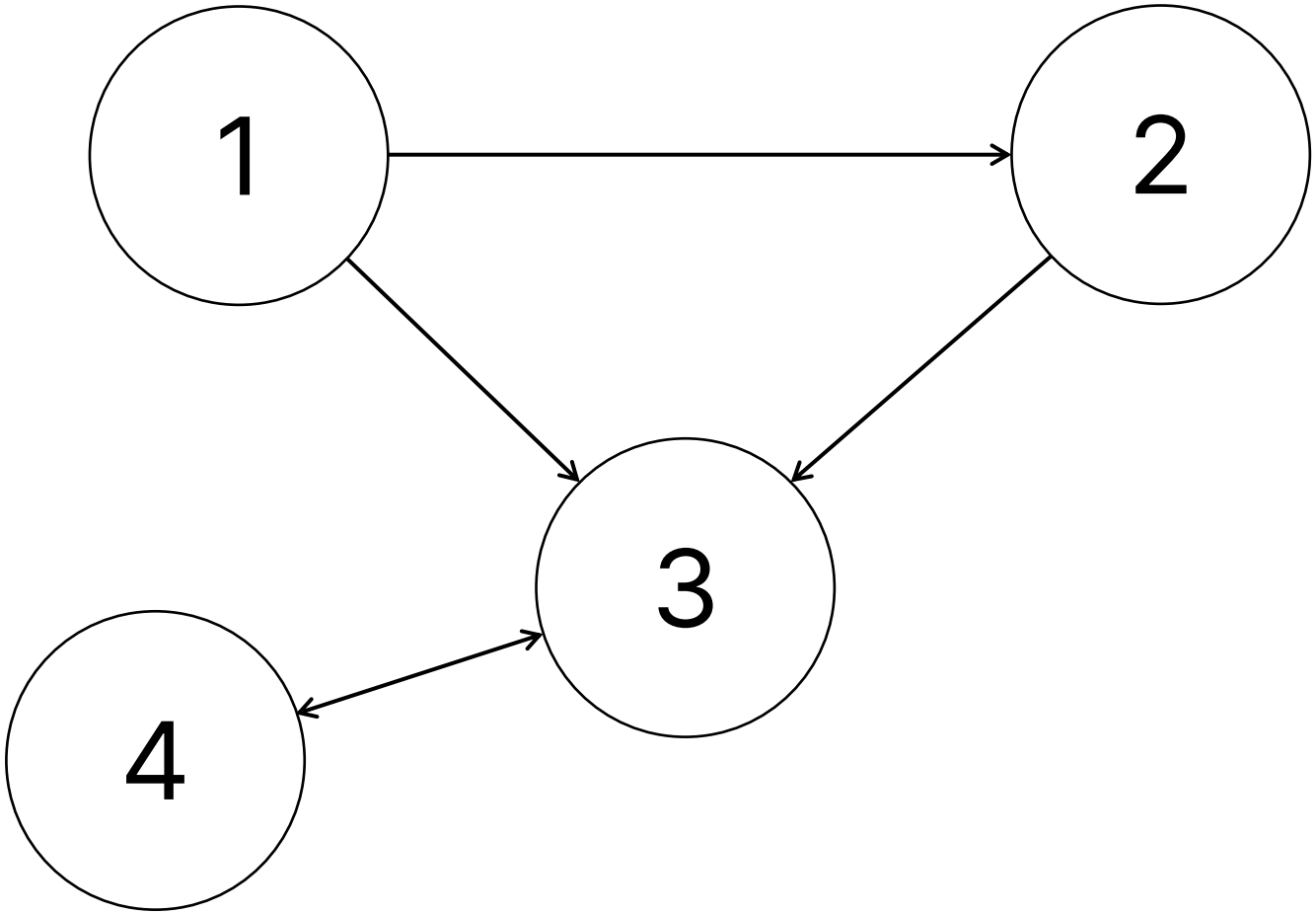
  : Directed Graph, 유향 그래프, 방향 그래프
- 간선의 방향성이 존재하지 않다, 간선이 양방향

  : Undirected Graph, 무향 그래프, 양방향 그래프

Undirected Graph

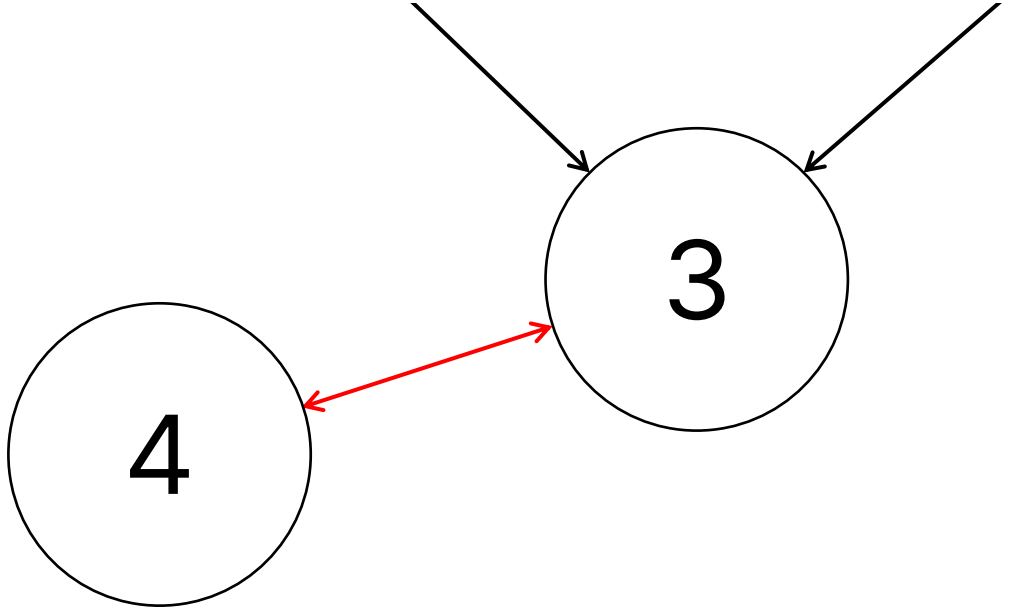


Directed Graph



Directed Graph

- 방향 그래프에서 양방향인 것은 간선이 2개 존재하는 것이다
- 3->4 간선과 4->3 간선이 같이 존재하는 것



Directed, Undirected Graph

- 차도는 일반적으로 양방향이므로 Undirected라고 생각할 수 있다
- 차도를 한 방향씩 살펴본다면 일방통행의 경우 간선이 1개, 양방향의 경우 간선이 2개 존재하는 Directed라고 생각할 수 있다
- 인도는 도로에 사람들의 방향을 지정하지 않았으므로 Undirected이다
- 물이 흐르는 파이프도 양방향으로 흐를 수 있으므로 Undirected이다

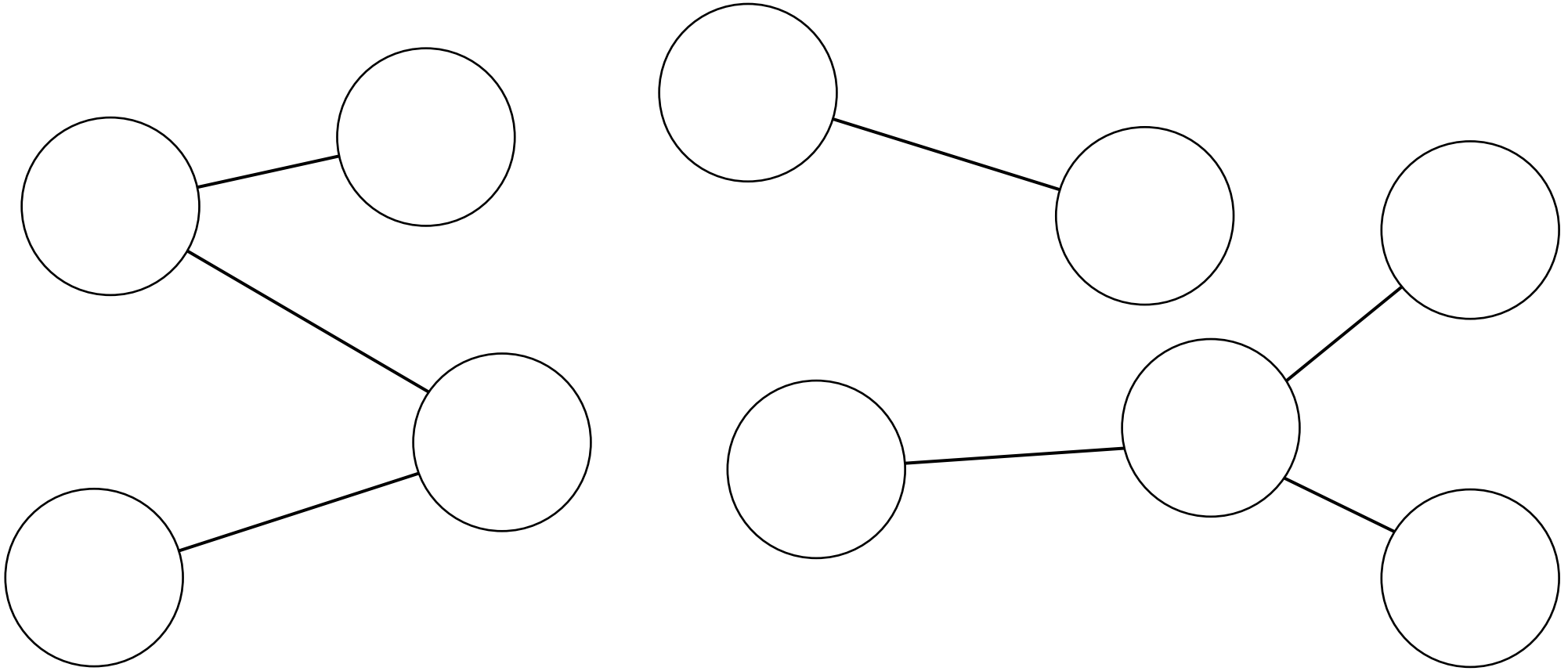
Directed, Undirected Graph

- Instagram(SNS)에서 팔로우를 하는 것을 생각해보자
- 사람은 노드, 팔로우를 간선으로 생각할 수 있다
- 처음 상태는 간선이 없는 노드 하나이다
- A가 B를 팔로우를 하는 경우 A에서 B로 향하는 간선을 추가한 것이라고 생각할 수 있다
- 맞팔은 간선이 2개 존재하는 형태라 생각할 수 있다

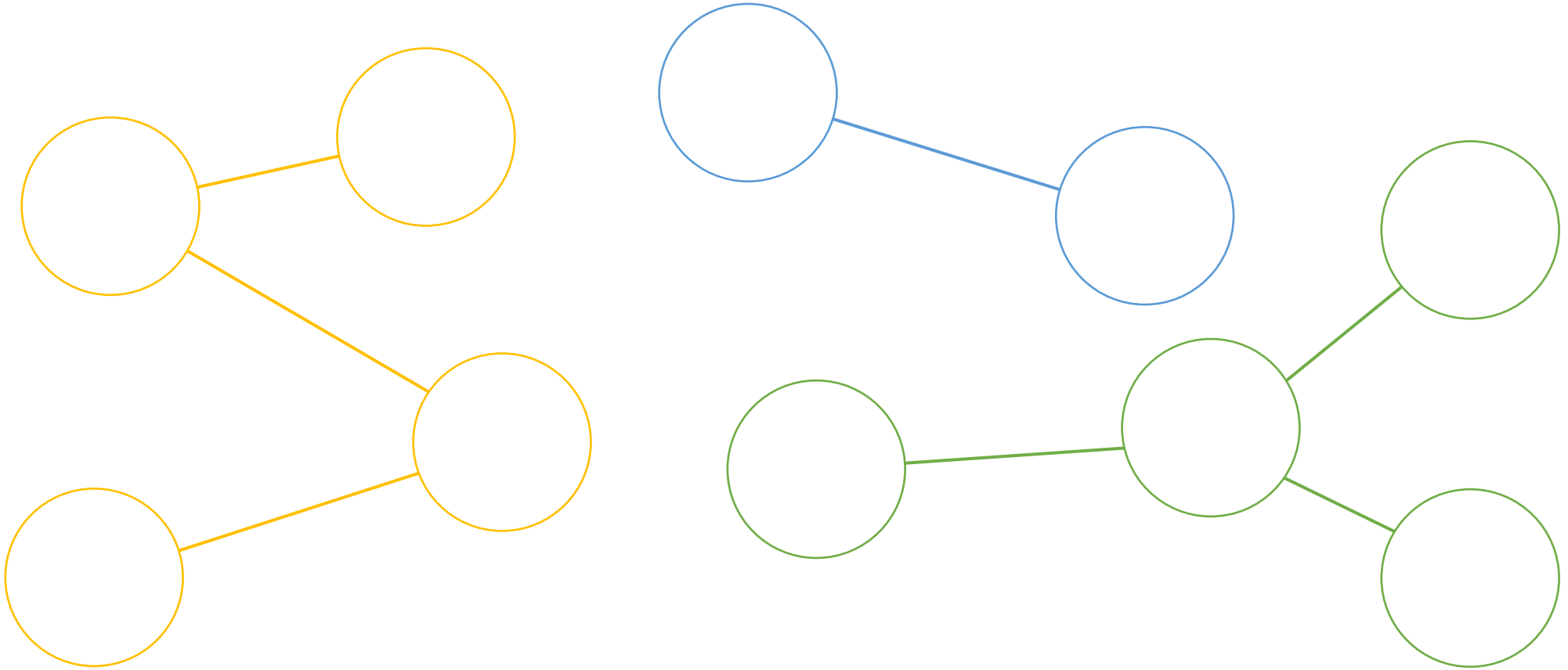
Connected Component

- 간선들로 연결된 노드들의 집합을 연결 요소라고 부른다
- 연결 요소가 몇 개 인가? -> 몇 개의 묶음으로 나눌 수 있는가

Connected Component

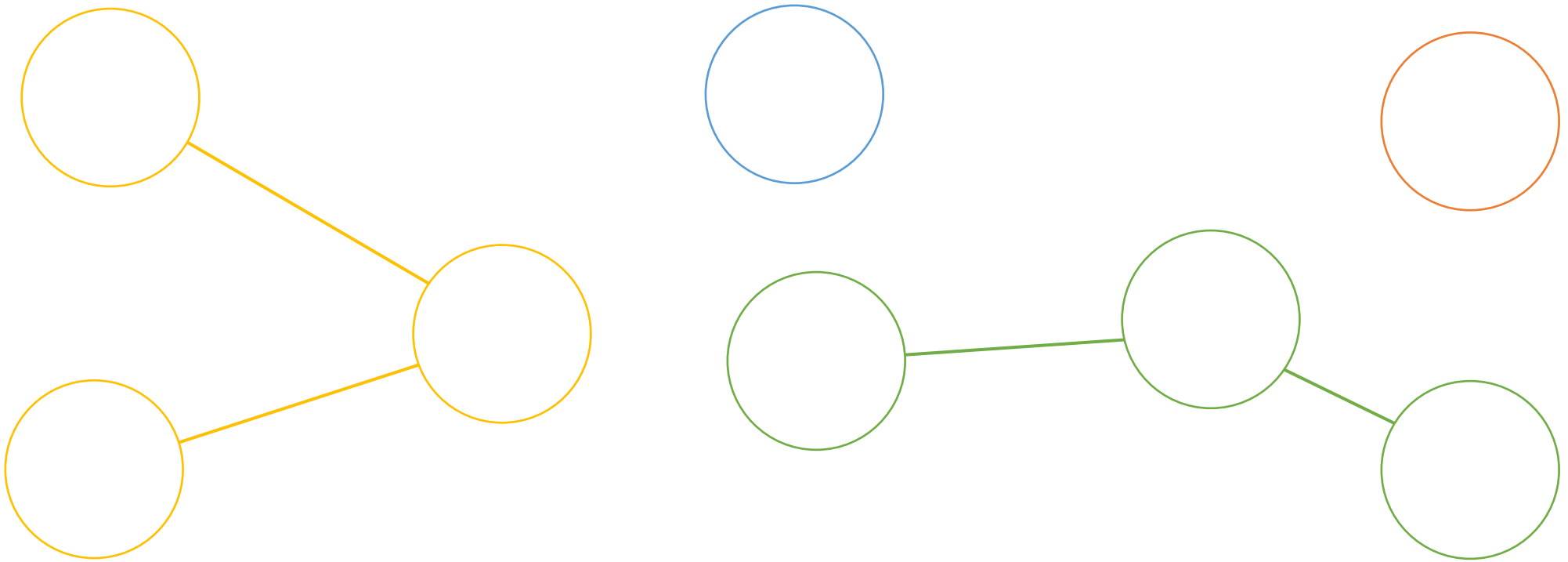


Connected Component



Connected Component

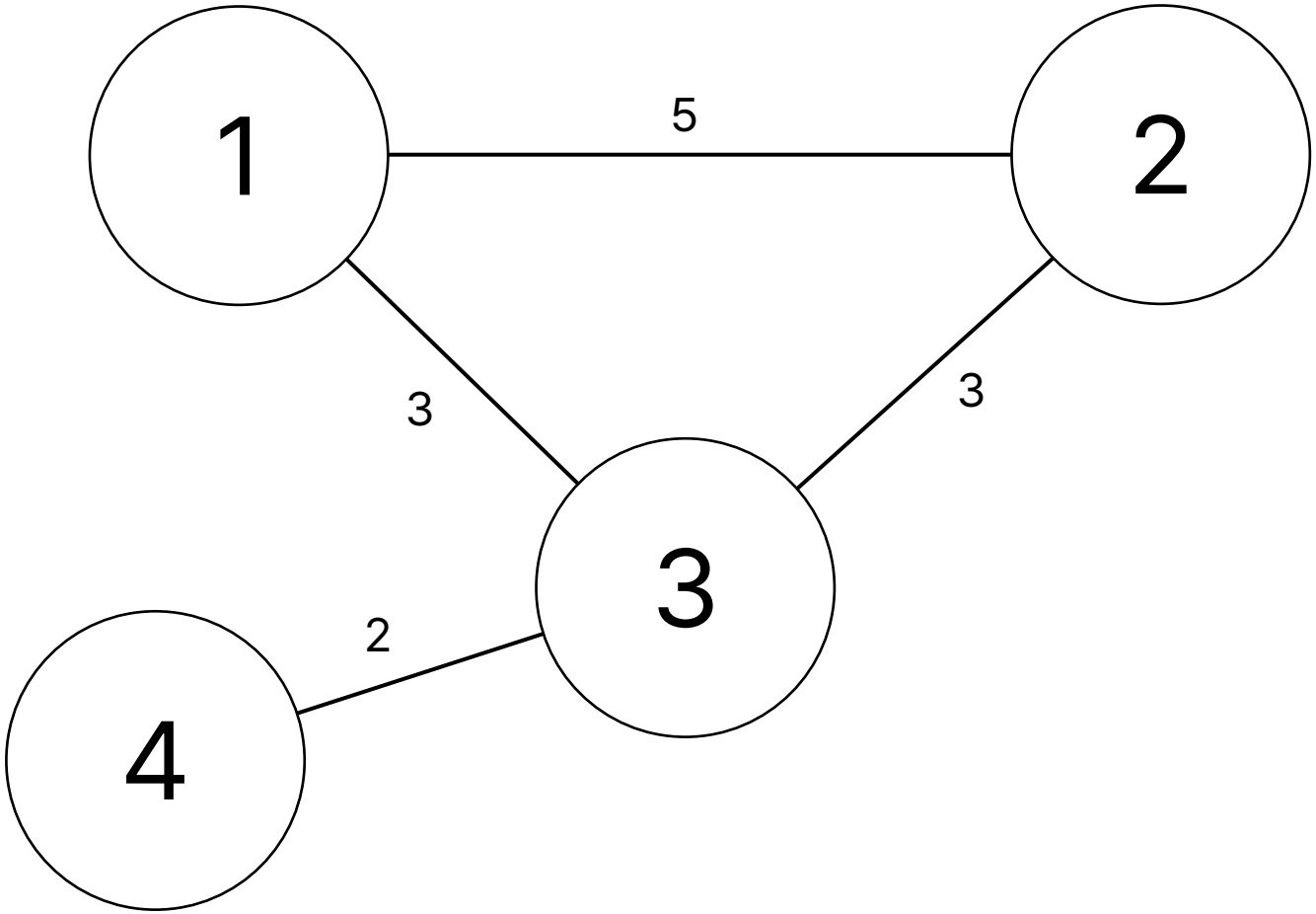
- 노드에 간선이 존재하지 않는 경우, 노드 하나가 하나의 연결 요소다



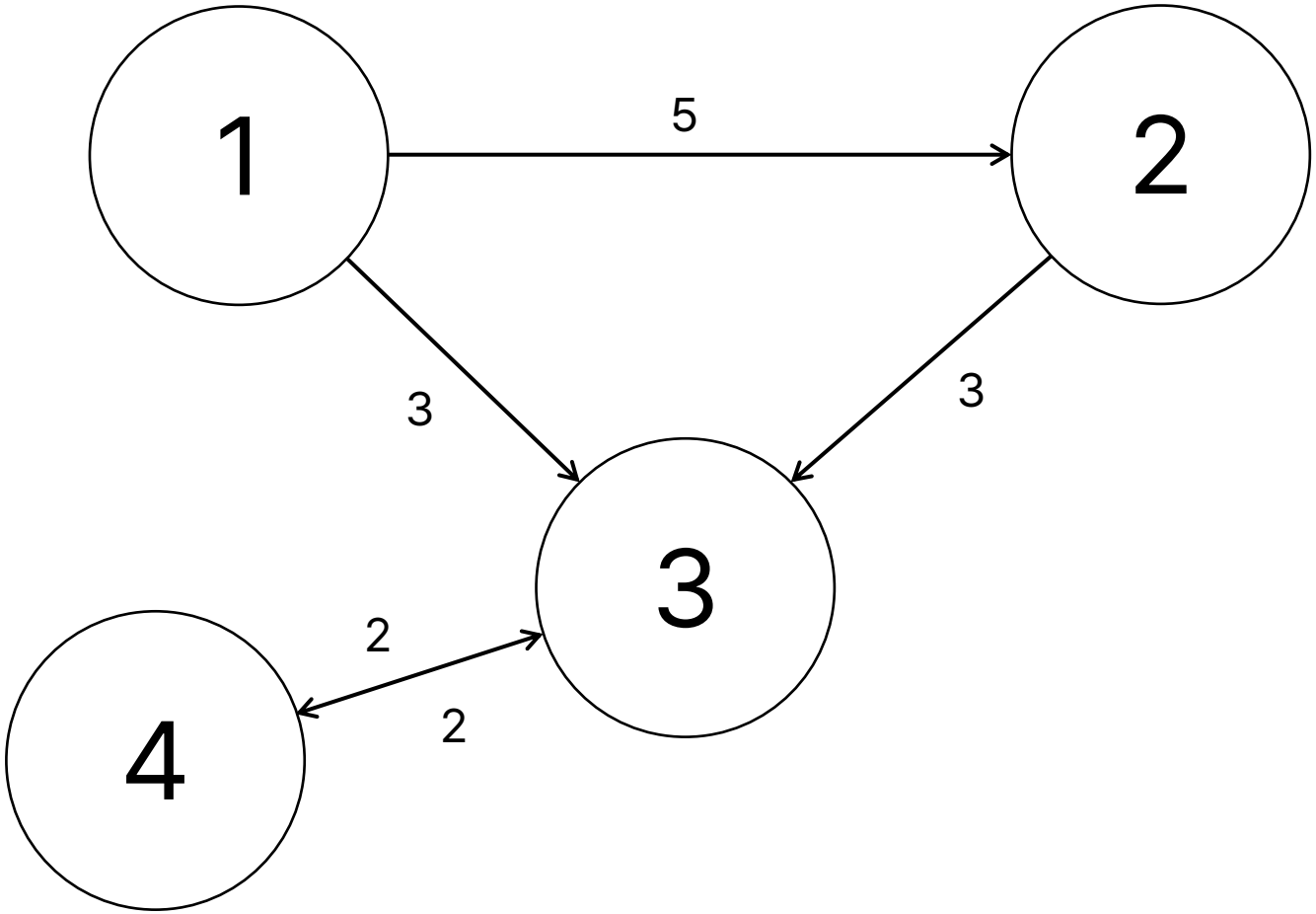
Weight

- 각 간선에는 가중치가 존재할 수 있다
- 간선의 가중치가 존재하지 않는 것은 모든 간선의 가중치가 동일하다고 생각할 수 있다
- ex) 도로를 간선으로 생각하면 단순히 지도를 표시한 것은 가중치가 없는 그래프, 거리, 소요 시간, 통행료 등을 추가한다면 이들을 가중치로 표현할 수 있다

Weight



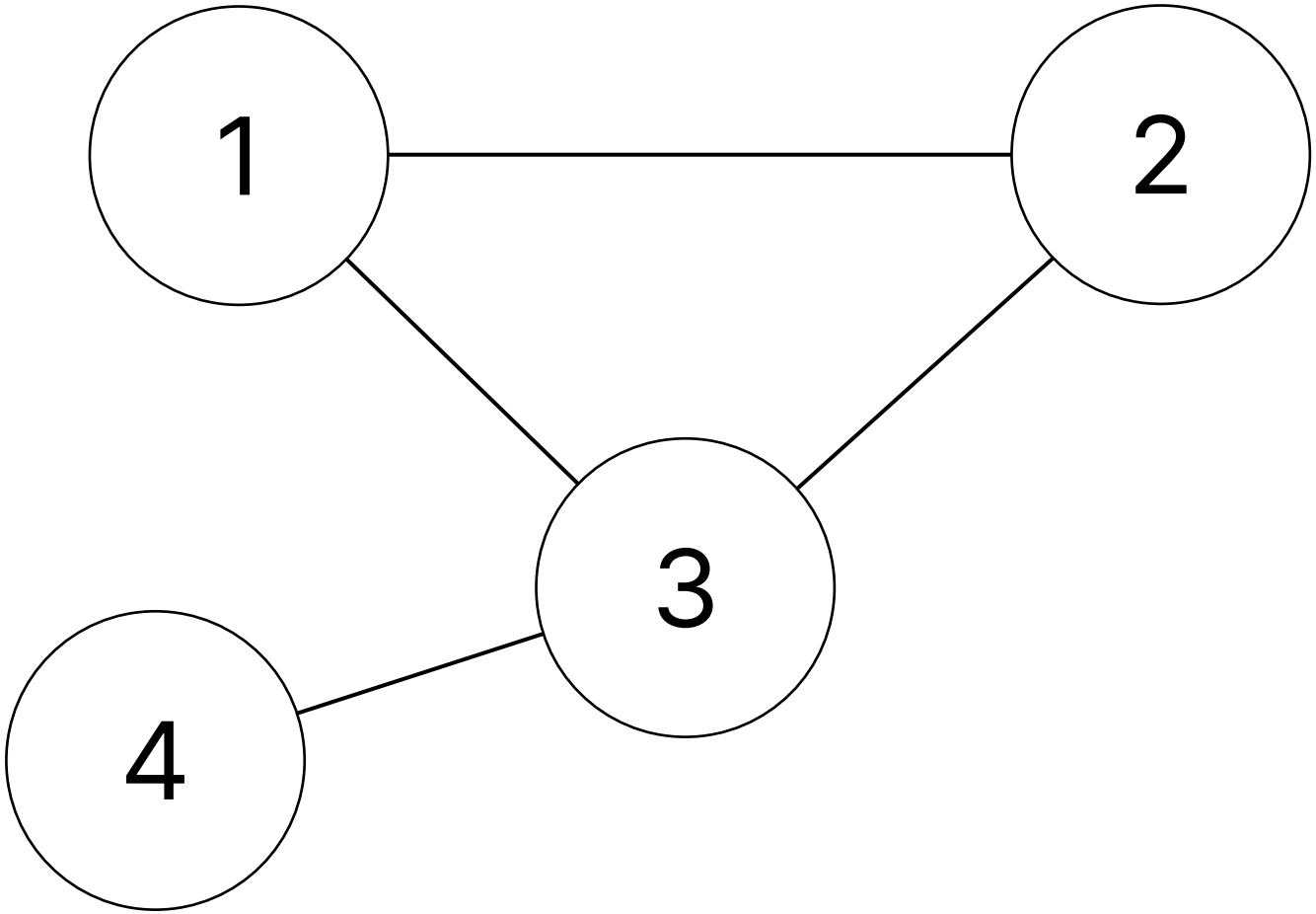
Weight



Degree

- 차수는 정점에 연결되어 있는 간선의 수를 의미한다
- 양방향 그래프에서는 간선의 방향성이 없기 때문에 노드와 연결된 간선의 수가 곧 차수이다
- 방향 그래프에서는 진입 차수(In degree)와 진출 차수(Out degree)로 나뉜다
- 진입 차수: 간선의 도착점이 해당 노드인 간선들의 수
- 진출 차수: 간선의 출발점이 해당 노드인 간선들의 수

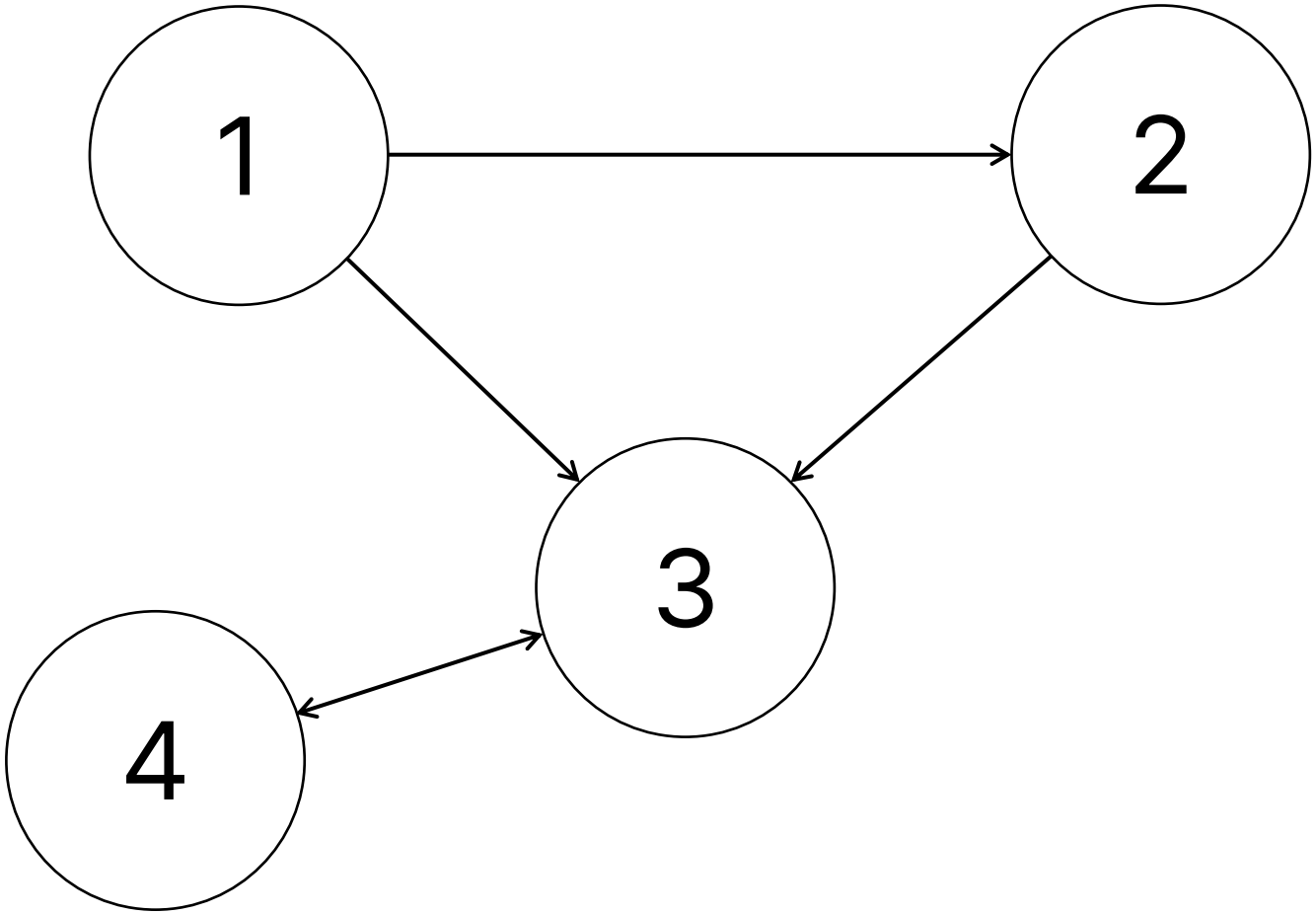
Degree



Degree

- 1번 노드와 연결된 간선은 2개, 1번 노드의 Degree는 2
- 2번 노드와 연결된 간선은 2개, 1번 노드의 Degree는 2
- 3번 노드와 연결된 간선은 3개, 1번 노드의 Degree는 3
- 4번 노드와 연결된 간선은 1개, 1번 노드의 Degree는 1

Degree



Degree

- 1번 노드로 들어오는 간선은 0개, 1번 노드의 In Degree는 0
- 1번 노드에서 나가는 간선은 2개, 1번 노드의 Out Degree는 2
- 2번노드 In Degree: 1, Out Degree: 1
- 3번노드 In Degree: 3, Out Degree: 1
- 4번노드 In Degree: 1, Out Degree: 1

그래프의 표현 방법

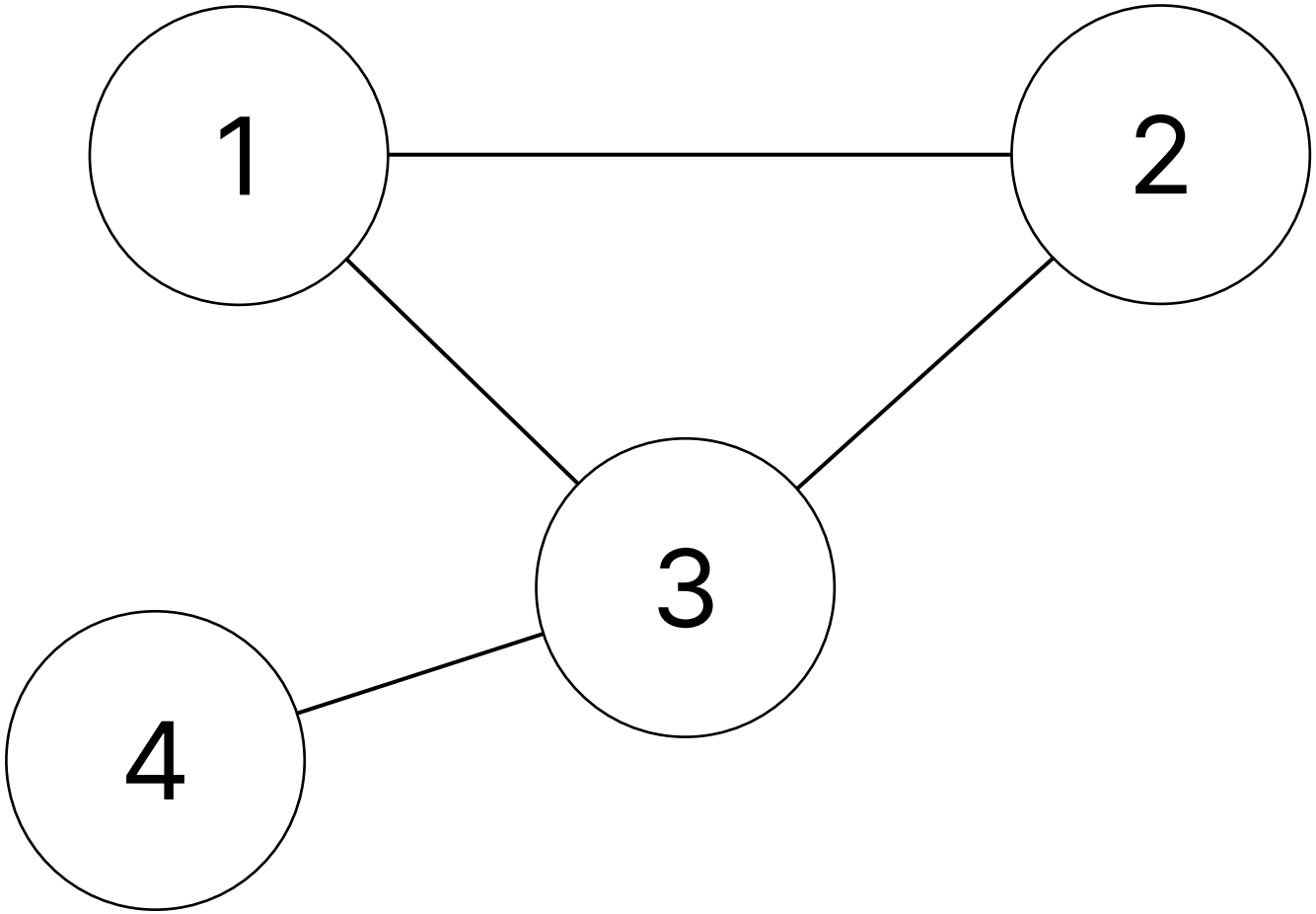
- 해당 노드와 인접, 직접적으로 연결된 노드들로 그래프를 표현

- 인접 리스트(Adjacency List)
- 인접 행렬(Adjacency Matrix)

Adjacency List

- 각 노드마다 리스트가 존재
- 각 리스트는 해당 노드와 인접한 노드들을 저장한다
- 시작점과 끝점이 중복 되는 간선을 저장할 수 있다

Adjacency List



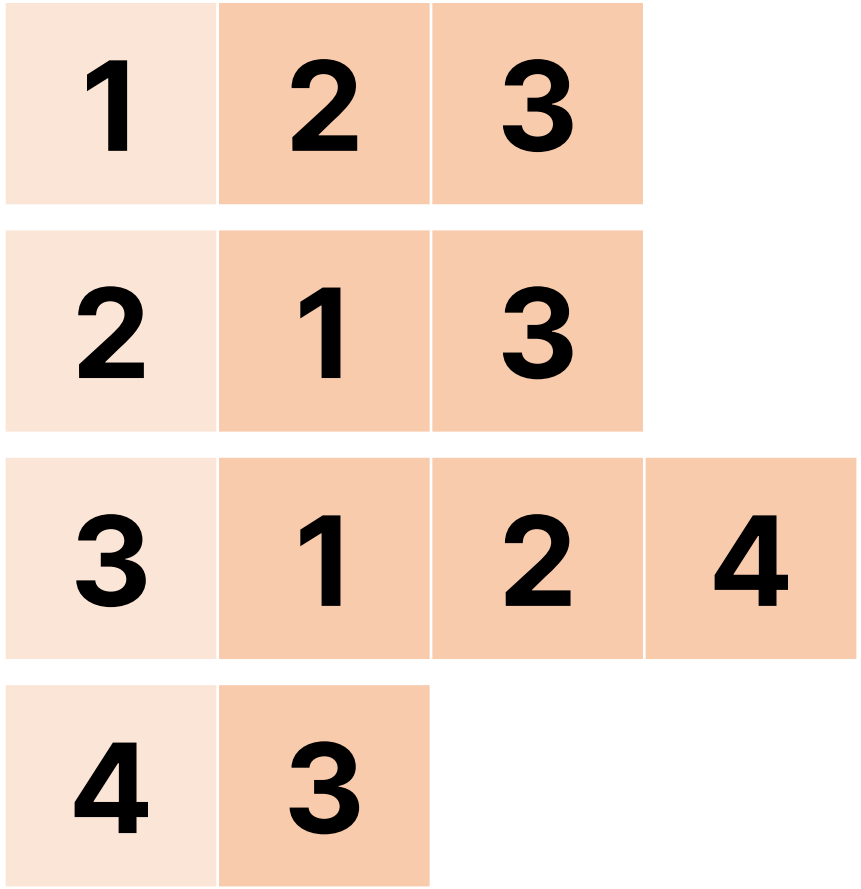
Adjacency List

- 1번 노드와 인접한 노드: 2, 3
- 2번 노드와 인접한 노드: 1, 3
- 3번 노드와 인접한 노드: 1, 2, 4
- 4번 노드와 인접한 노드: 3

Adjacency List

1	1번 노드와 인접한 노드들
2	2번 노드와 인접한 노드들
3	3번 노드와 인접한 노드들
4	4번 노드와 인접한 노드들

Adjacency List

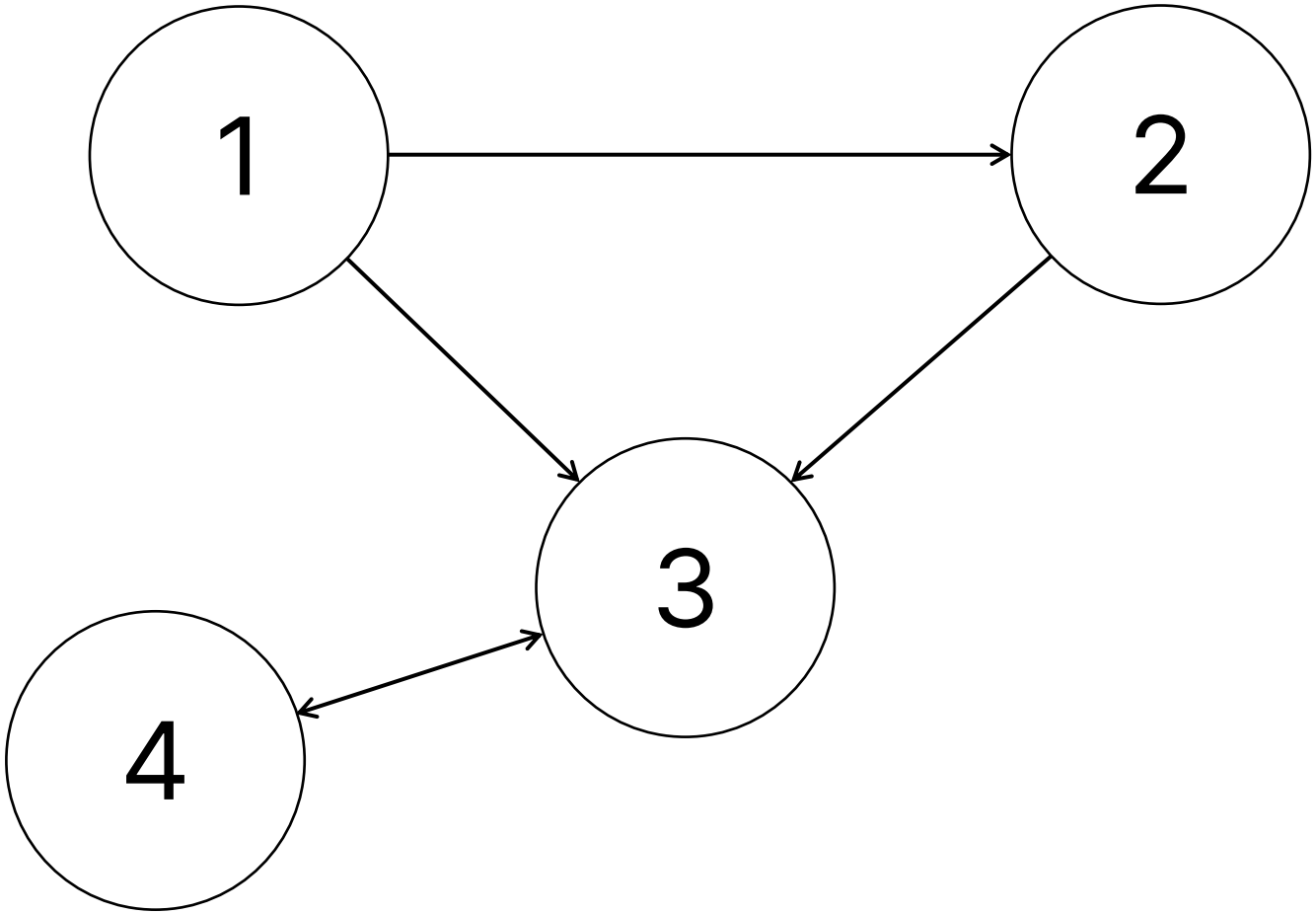


Adjacency List

```
vector<int> edges[MAX_NODE];
int s, e;

// 양방향 그래프
// 간선의 수 만큼 반복
cin >> s >> e;
edges[s].push_back(e);
edges[e].push_back(s);
```

Adjacency List



Adjacency List

- 간선만을 저장하기 때문에 방향성이 존재하는 경우 도착점들을 저장한다
- 1번 노드와 인접한 노드: 2, 3
- 2번 노드와 인접한 노드: ~~1~~, 3
- 3번 노드와 인접한 노드: ~~1~~, ~~2~~, 4
- 4번 노드와 인접한 노드: 3

Adjacency List

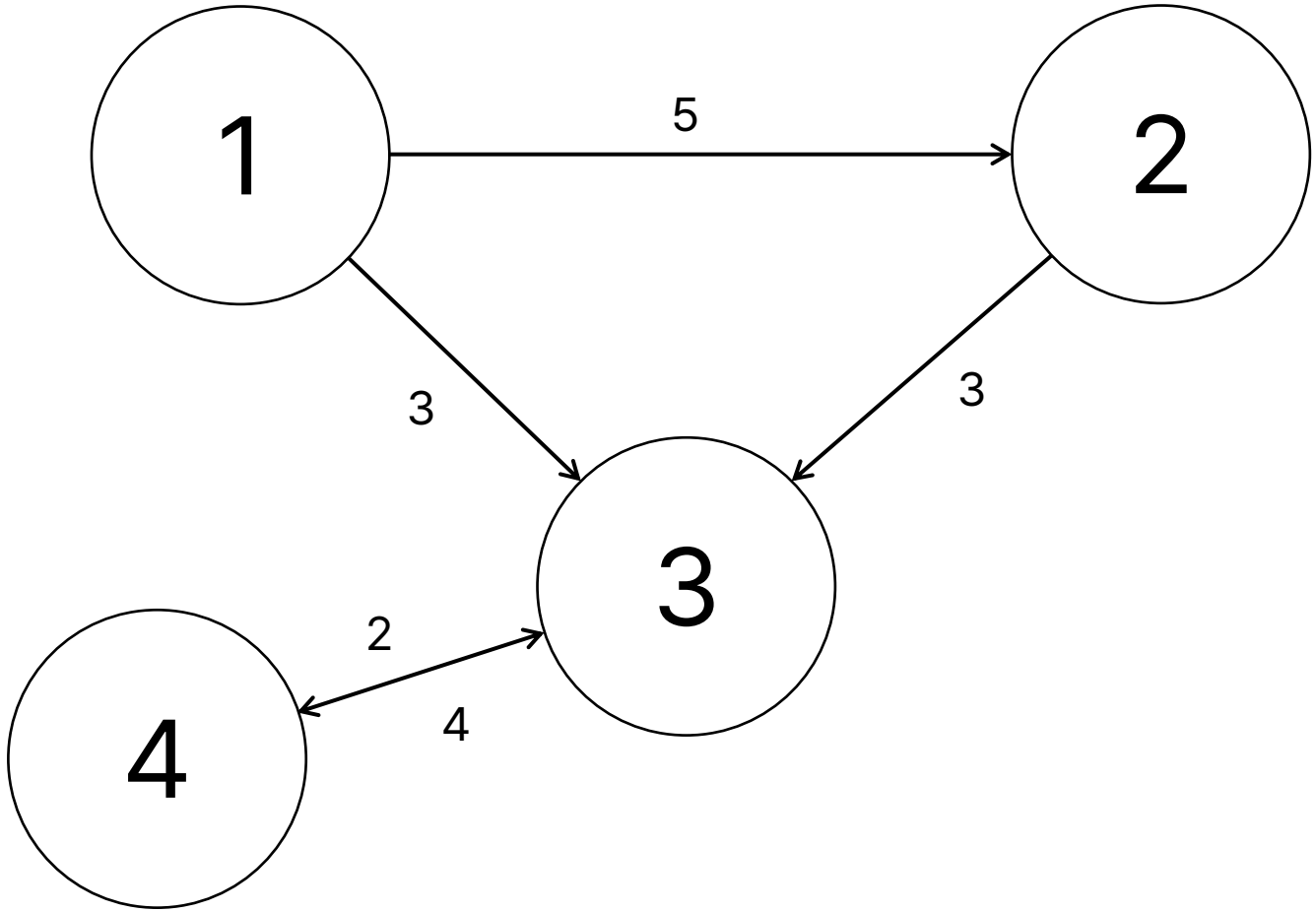
1	2	3
2	3	
3	4	
4	3	

Adjacency List

```
vector<int> edges[MAX_NODE];
int s, e;

// 방향 그래프
// 간선의 수 만큼 반복
cin >> s >> e;
edges[s].push_back(e);
edges[e].push_back(s);
```

Adjacency List



Adjacency List

- 가중치가 존재하는 경우 가중치를 같이 저장할 수 있다
- pair<int, int>등을 사용해 {도착점, 가중치} 쌍으로 저장한다

Adjacency List

1	{2, 5}	{3, 3}
2	{3, 3}	
3	{4, 2}	
4	{3, 4}	

Adjacency List

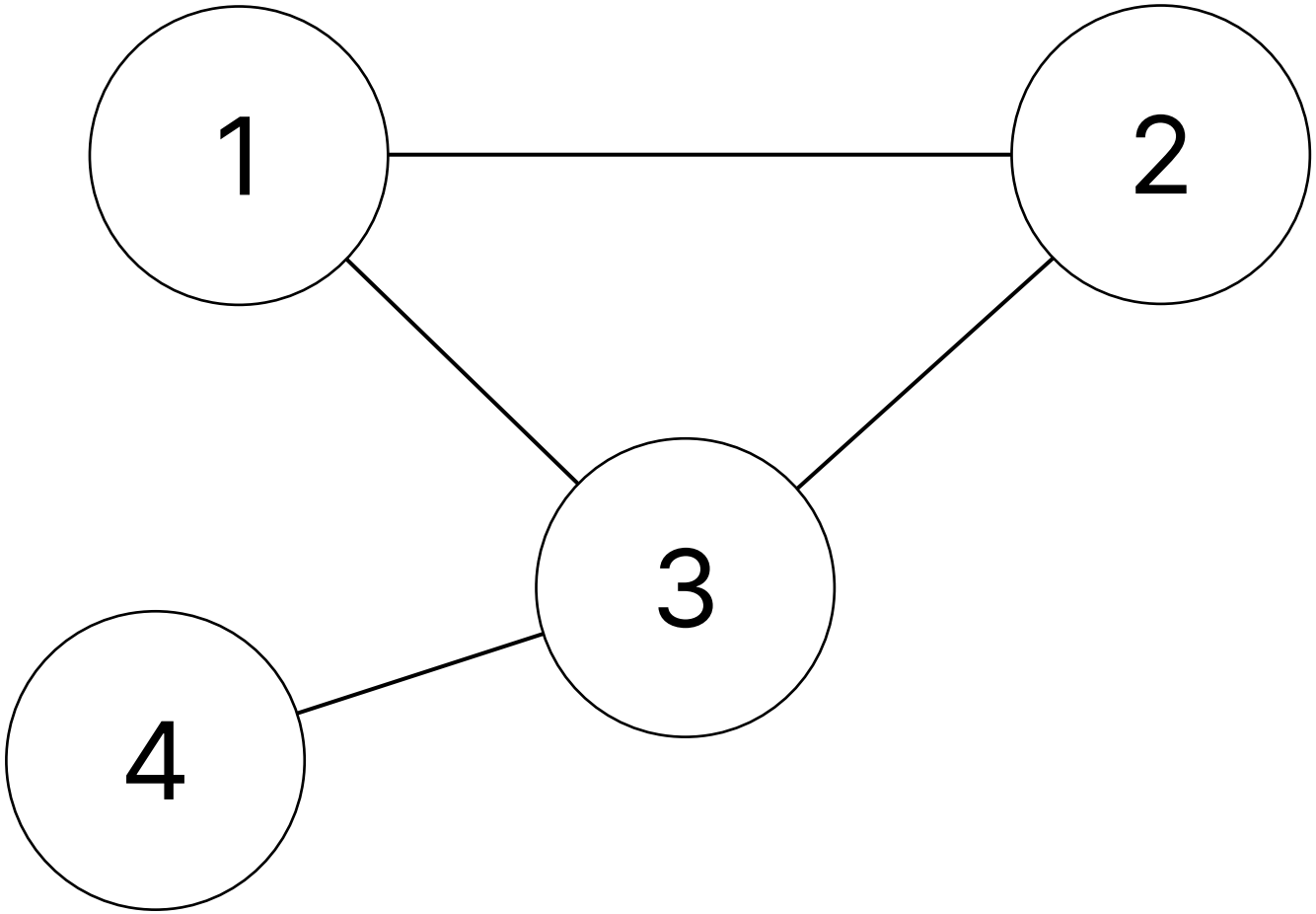
```cpp
vector<pair<int, int>> edges[MAX_NODE];
int s, e, w;

// 가중치 방향 그래프
// 간선의 수 만큼 반복
cin >> s >> e >> w;
edges[s].push_back({e, w});
```

Adjacency Matrix

- 행렬로 노드의 연결 유무를 저장한다
- arr[i][j]는 i번 노드에서 출발해 j번 노드로 가는 간선의 유무 또는 가중치를 저장한다
- 양방향 그래프는 대칭을 보임

Adjacency Matrix



Adjacency Matrix

- 1번 노드와 2번 노드를 연결하는 노드를 살펴보자
- 1->2번 간선도 존재하며 2->1번으로 가는 간선도 존재한다는 뜻이다
- 즉, 양방향 그래프에서는 [i][j]와 [j][i]가 동일하다

Adjacency Matrix

	1	2	3	4
1	X	O	O	X
2	O	X	O	X
3	O	O	X	O
4	X	X	O	X

Adjacency Matrix

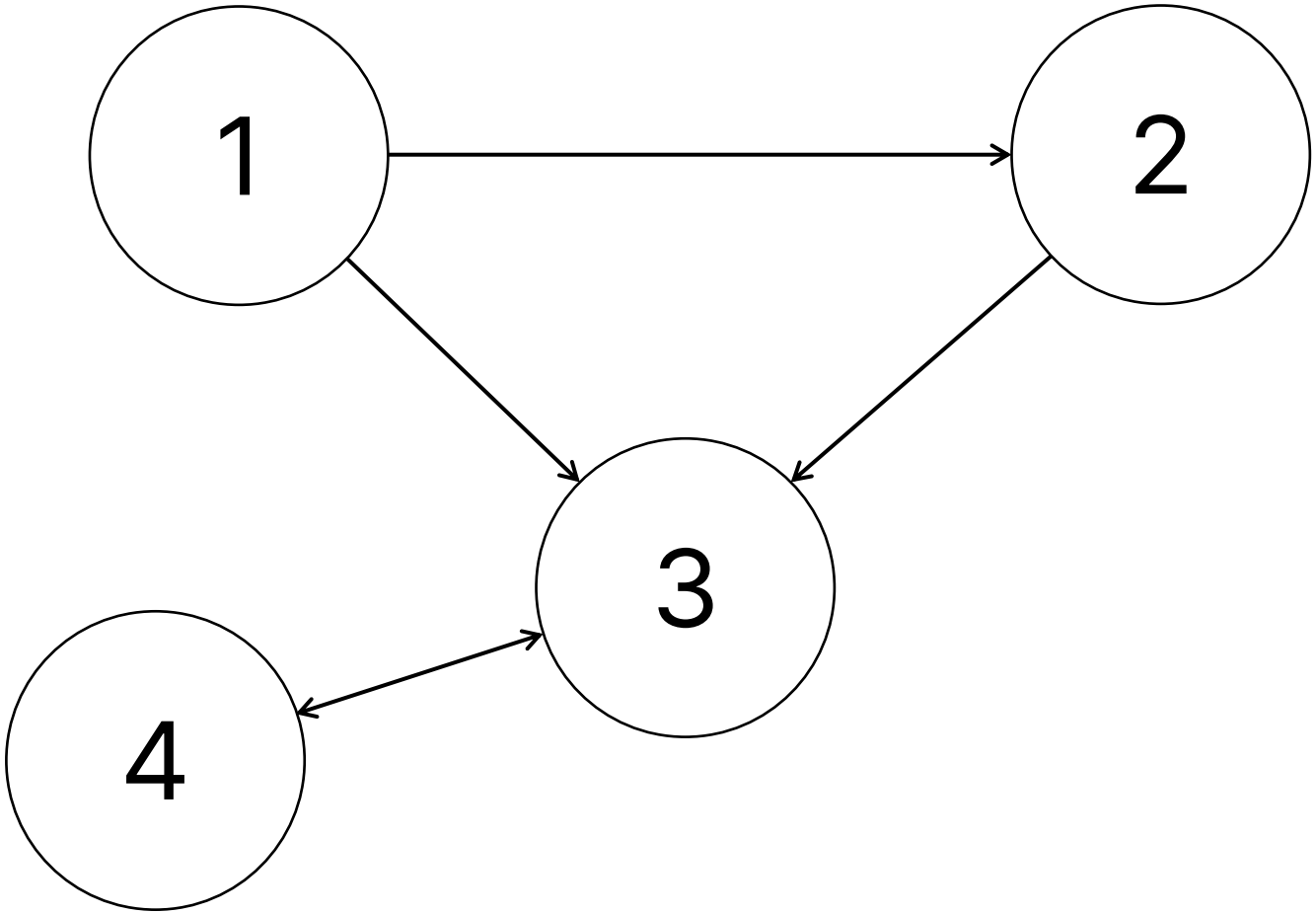
	1	2	3	4
1	F	T	T	F
2	T	F	T	F
3	T	T	F	T
4	F	F	T	F

Adjacency Matrix

```
bool edges[MAX_NODE][MAX_NODE]; // false로 초기화
int s, e;

// 양방향 그래프
// 간선의 수 만큼 반복
cin >> s >> e;
edges[s][e] = true;
edges[e][s] = true;
```

Adjacency Matrix



Adjacency Matrix

	1	2	3	4
1	X	O	O	X
2	X	X	O	X
3	X	X	X	O
4	X	X	O	X

Adjacency Matrix

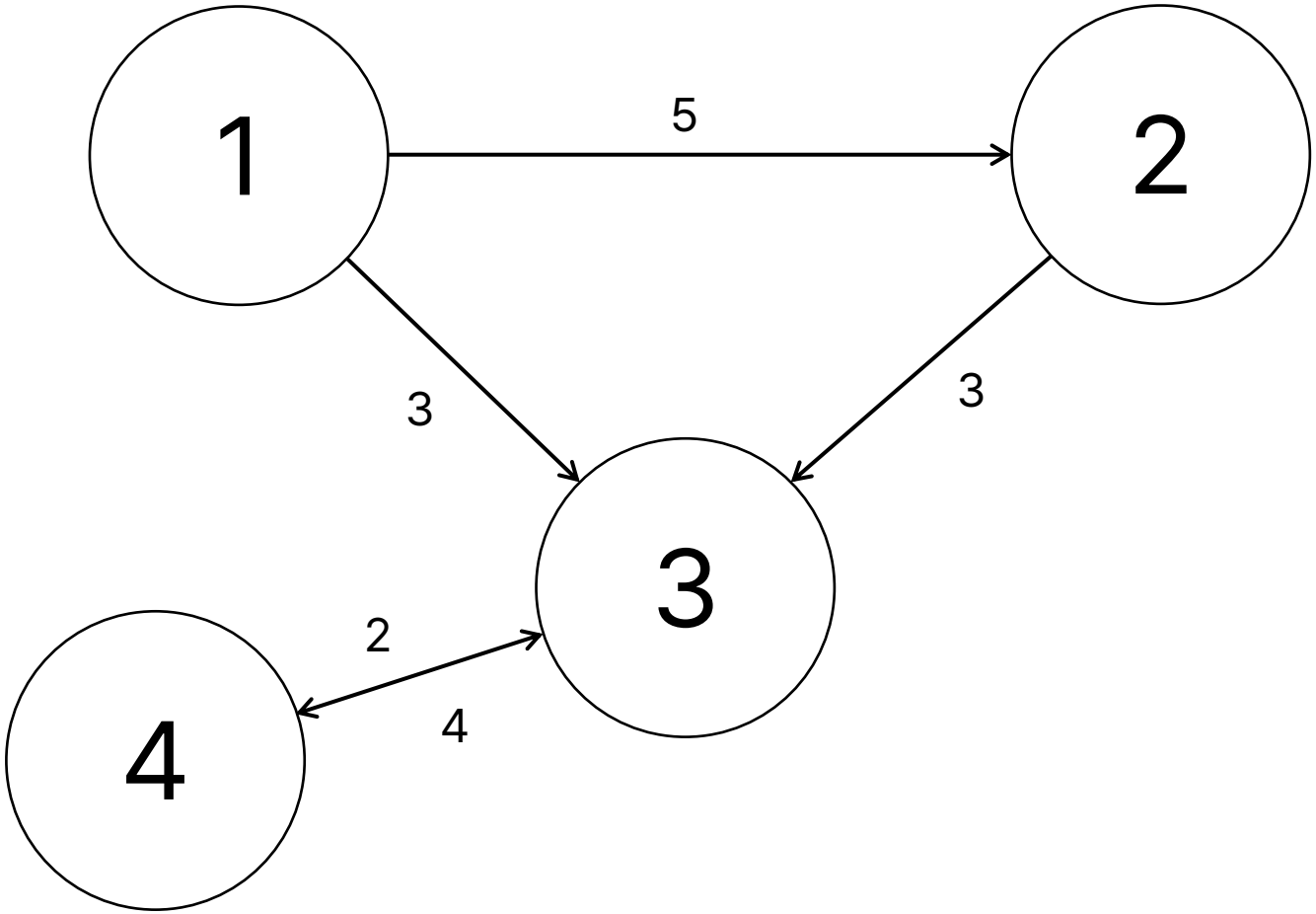
	1	2	3	4
1	F	T	T	F
2	F	F	T	F
3	F	F	F	T
4	F	F	T	F

Adjacency Matrix

```
bool edges[MAX_NODE][MAX_NODE]; // false로 초기화
int s, e;

// 방향 그래프
// 간선의 수 만큼 반복
cin >> s >> e;
edges[s][e] = true;
```

Adjacency Matrix



Adjacency Matrix

	1	2	3	4
1	0	5	3	0
2	0	0	3	0
3	0	0	0	2
4	0	0	4	0

Adjacency Matrix

```
int edges[MAX_NODE][MAX_NODE]; // 0으로 초기화
int s, e, w;

// 방향 가중치 그래프
// 간선의 수 만큼 반복
cin >> s >> e >> w;
edges[s][e] = w;
```

Traversal

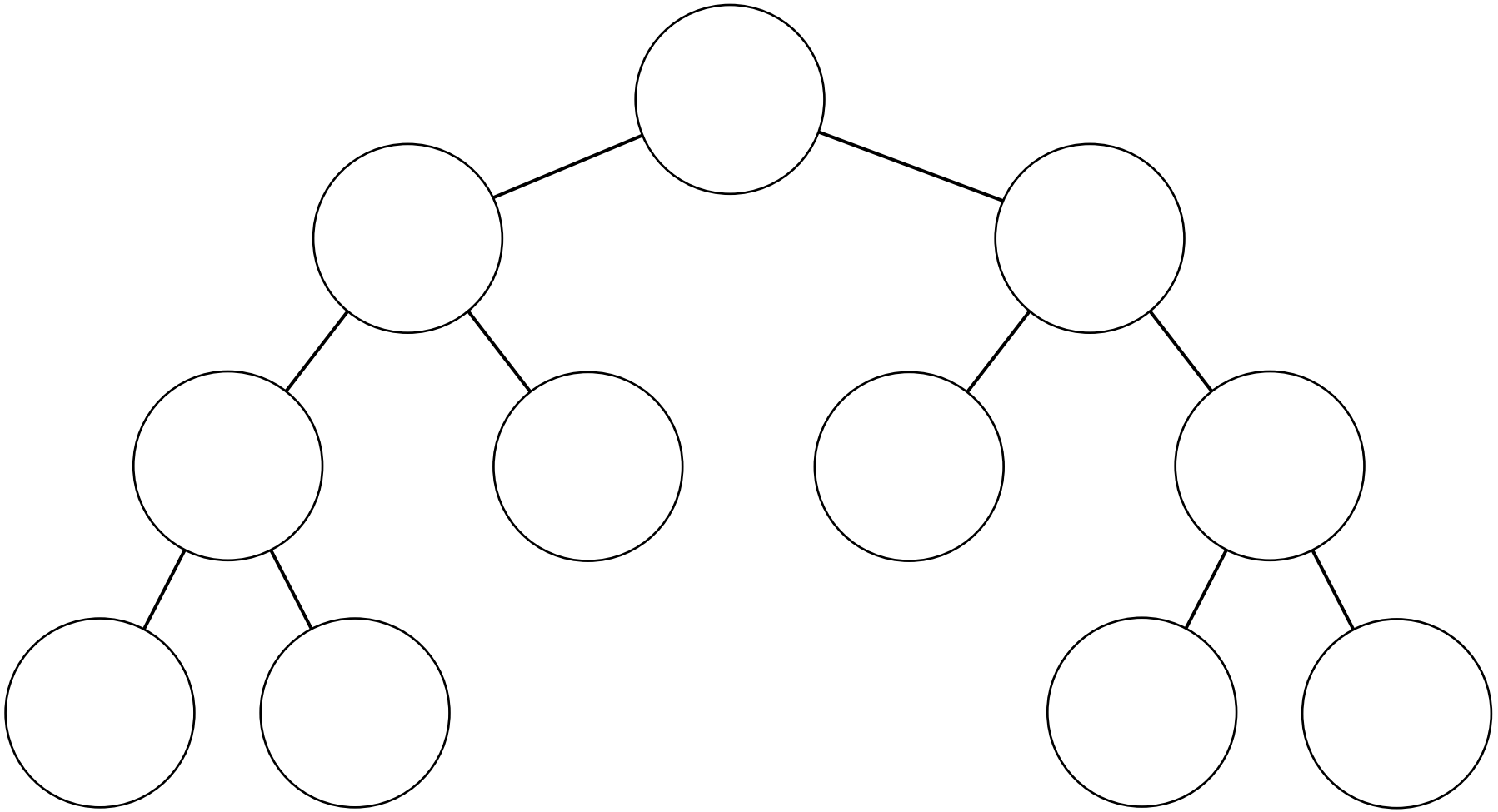
- 연결된 모든 정점을 탐색하는 것
- 연결된 노드들 중 어떤 것을 먼저 방문할지에 따라 방법이 나뉜다

- 깊이 우선 탐색, Depth First Search, DFS
- 너비 우선 탐색, Breath First Search , BFS

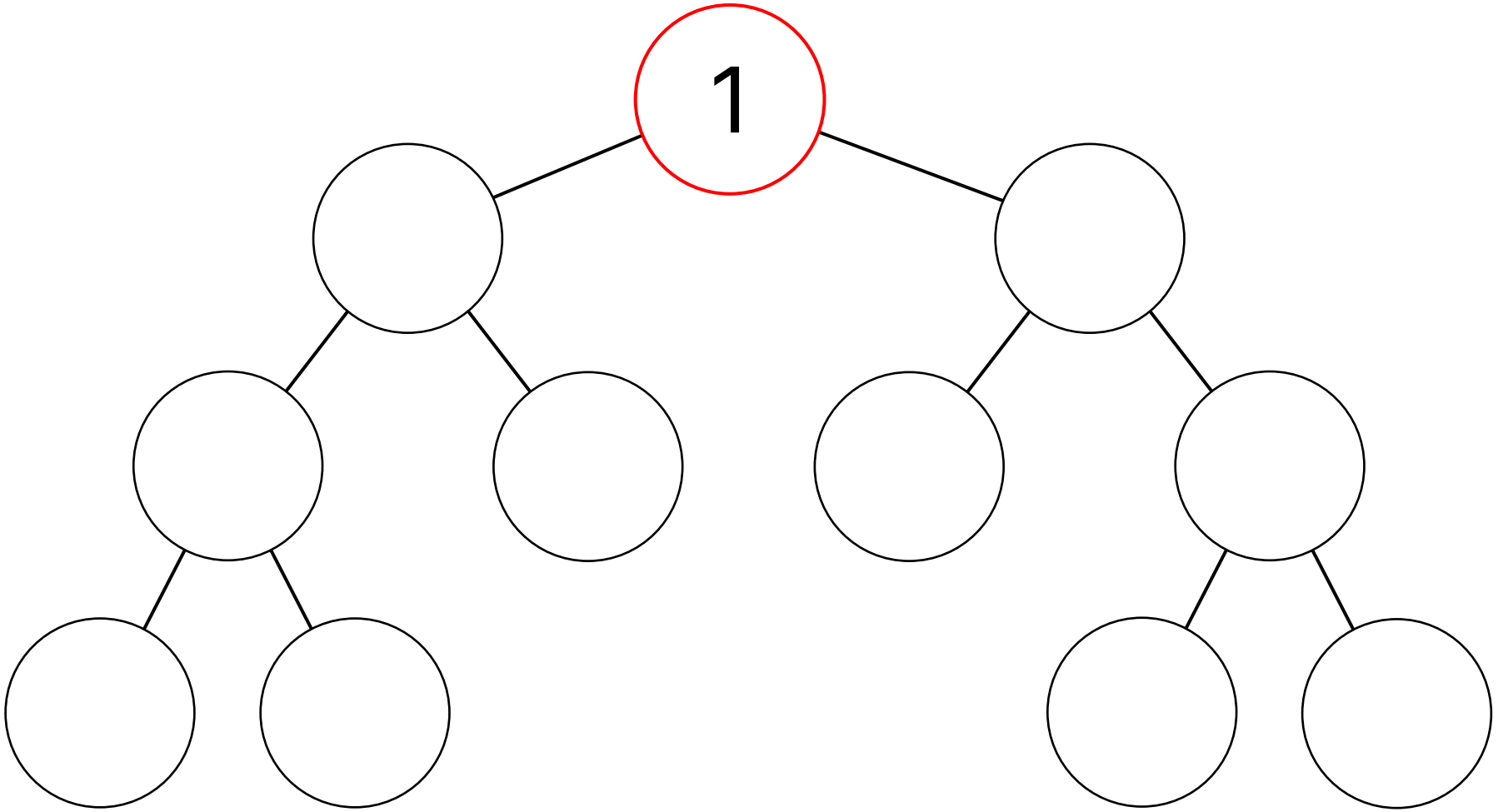
DFS

- 깊이 우선 탐색
- 현재 노드와 연결된 노드 중 이동할 수 있는 노드(방문하지 않은 노드)가 존재한다면 해당 노드로 이동한다
- 더 이상 이동할 수 있는 노드가 없다면 이전 노드로 돌아간다
- 이 두 과정을 반복한다

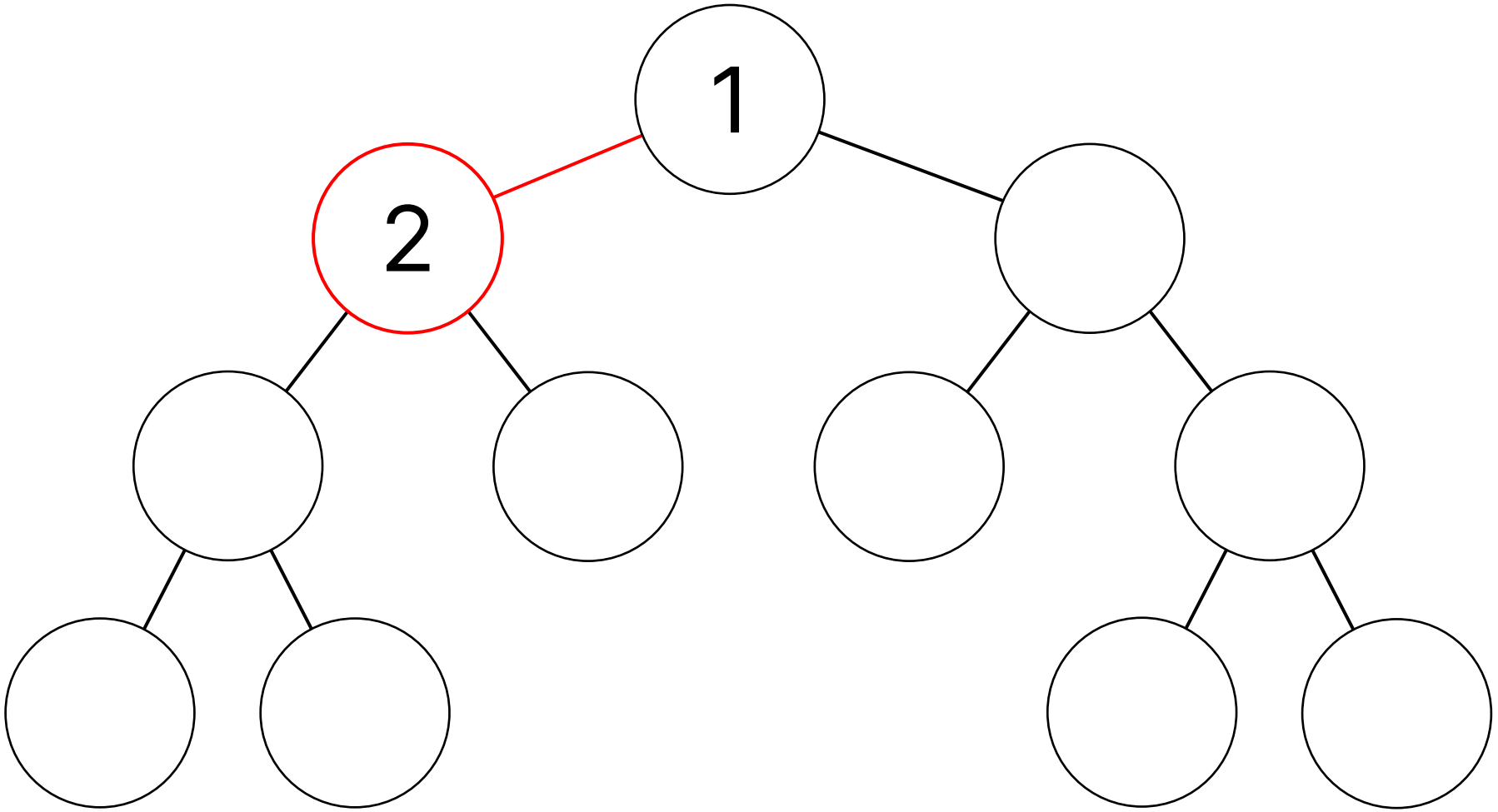
DFS



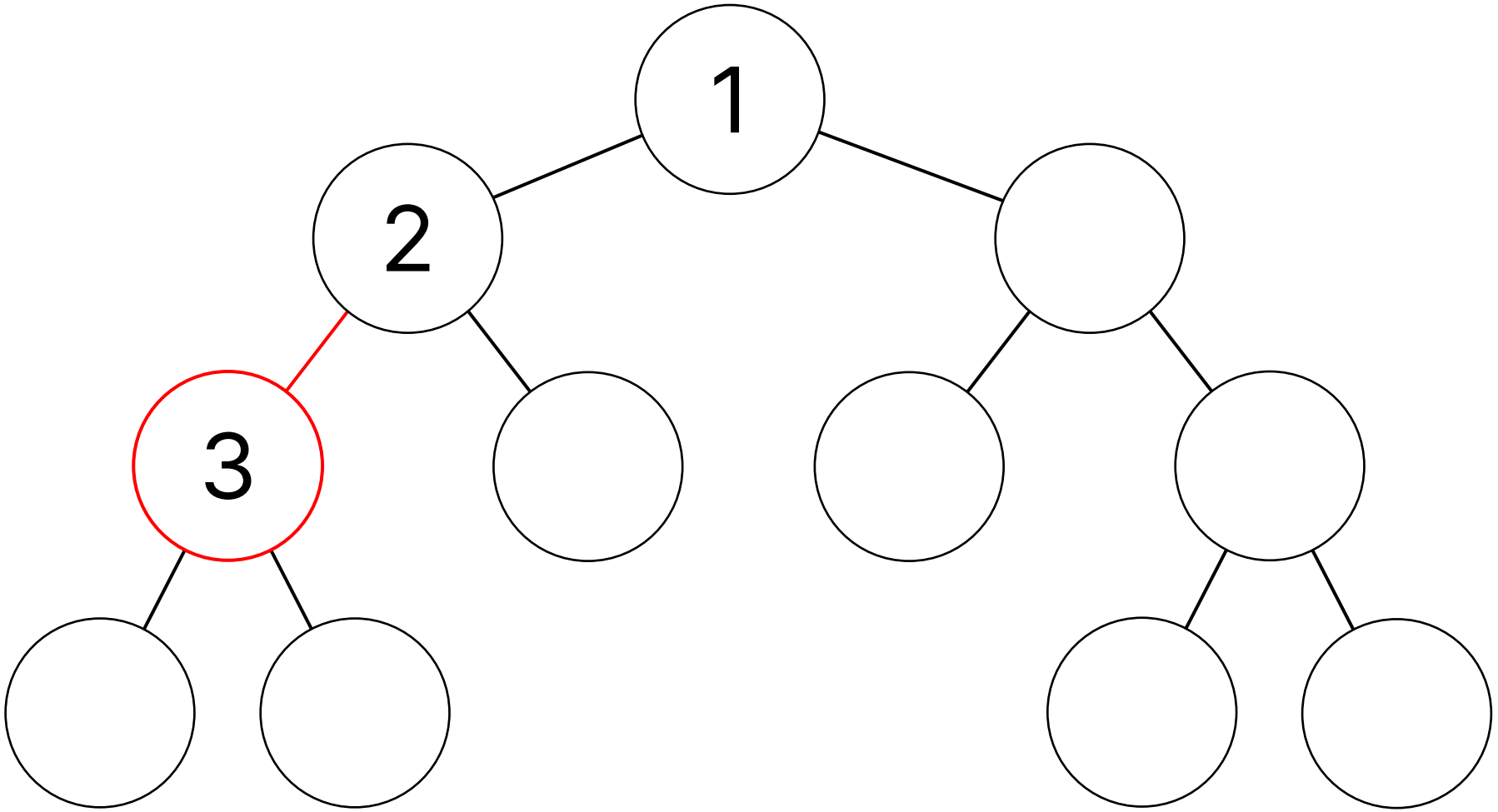
DFS



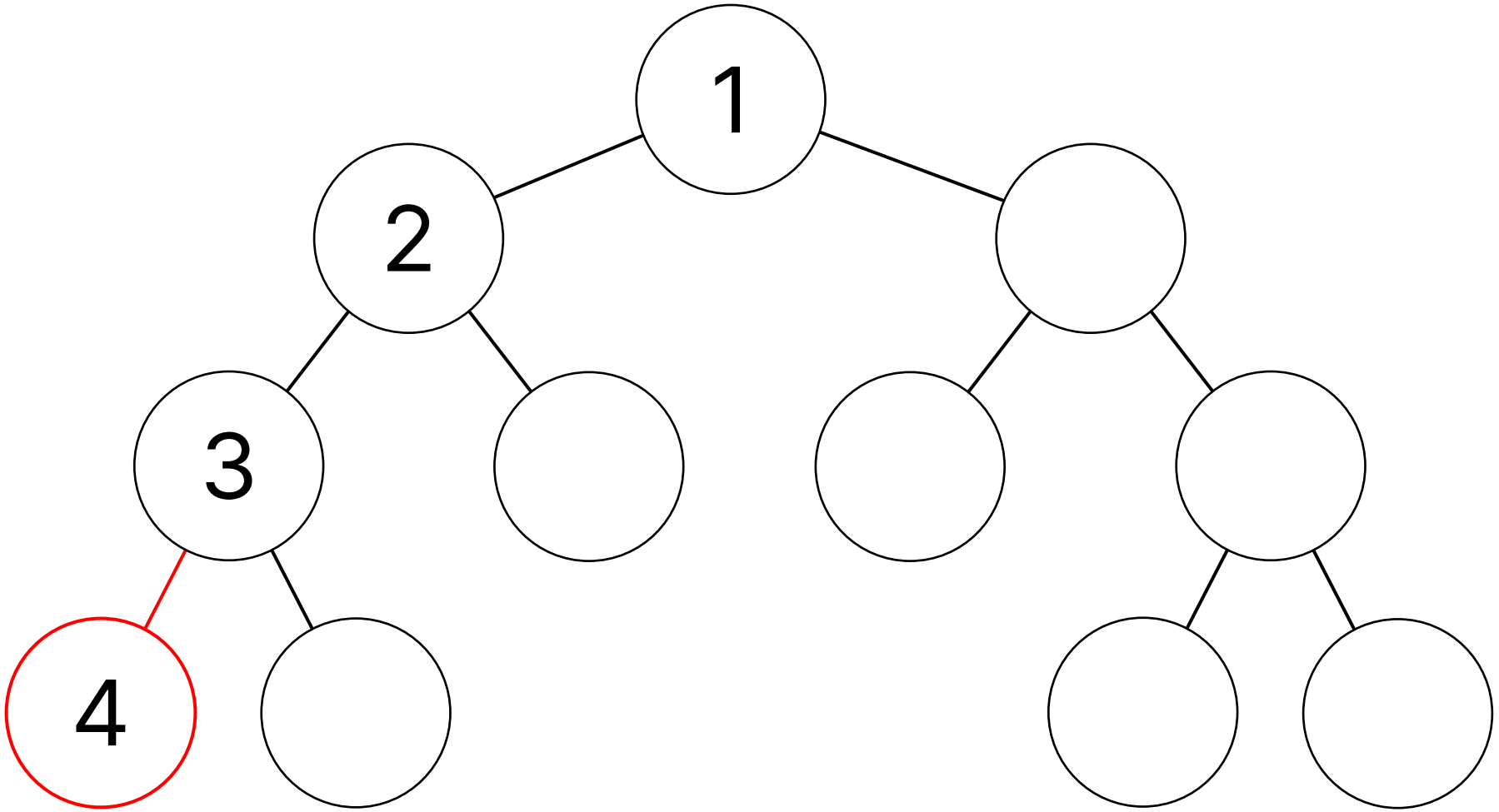
DFS



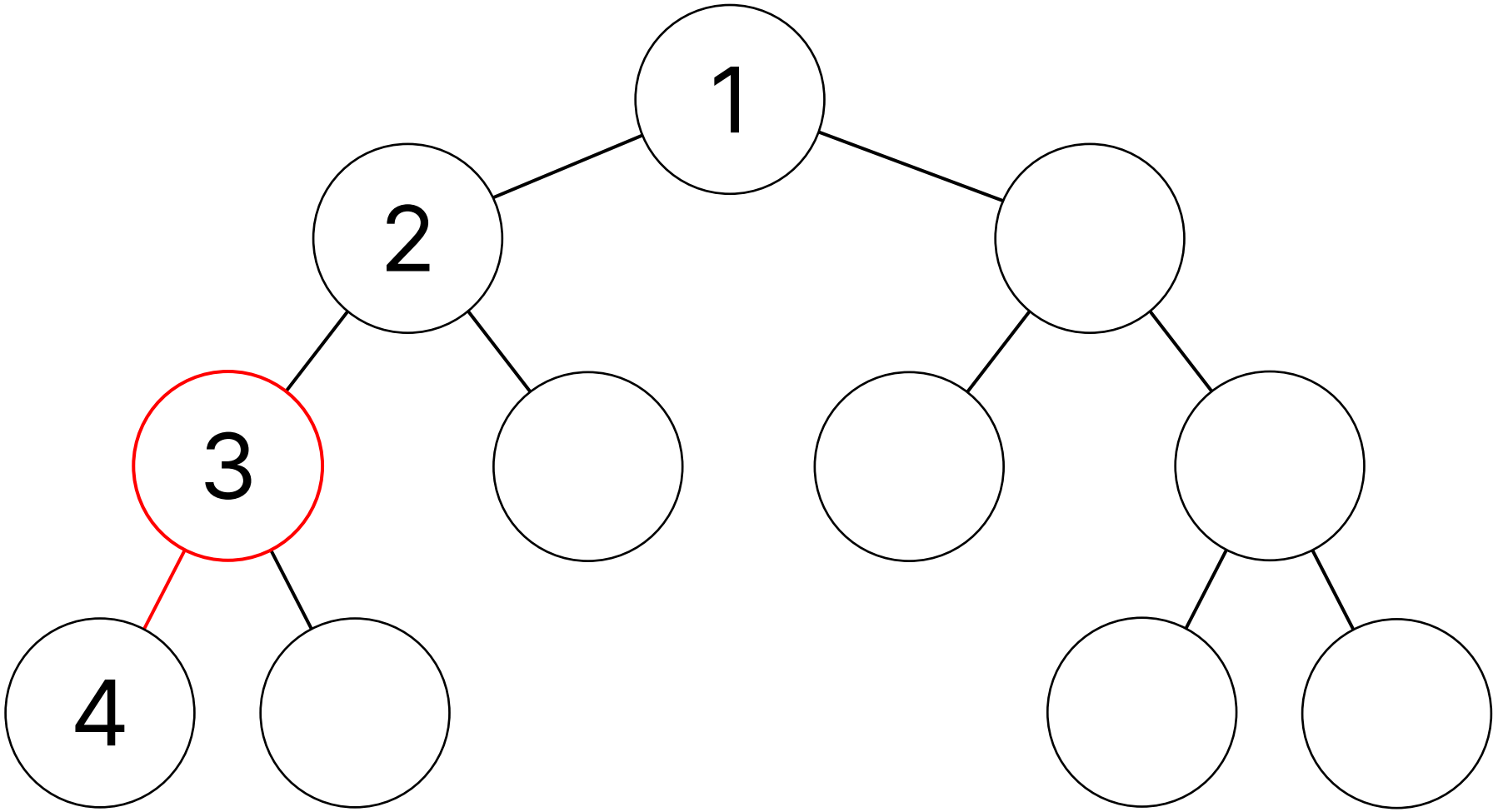
DFS



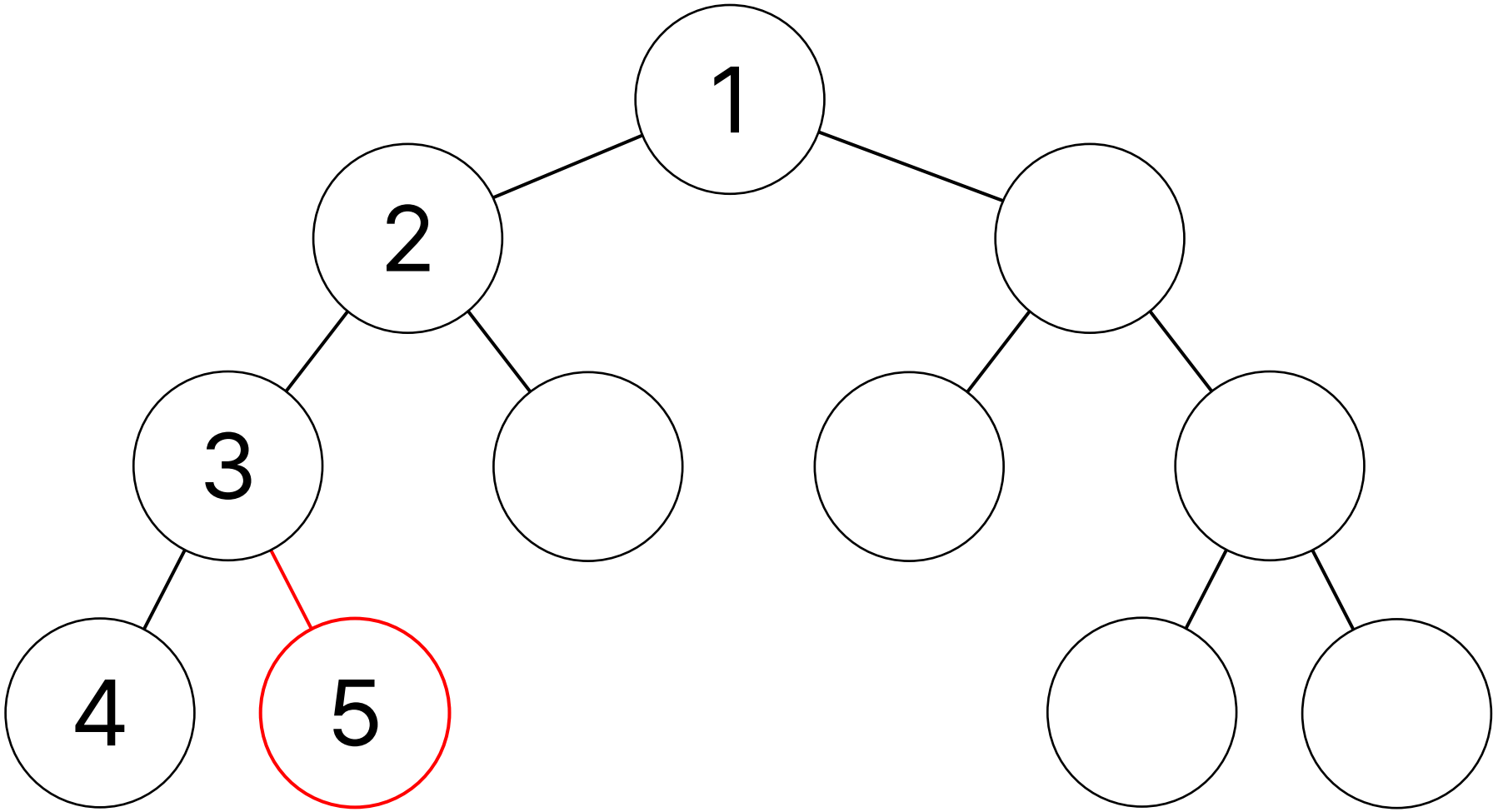
DFS



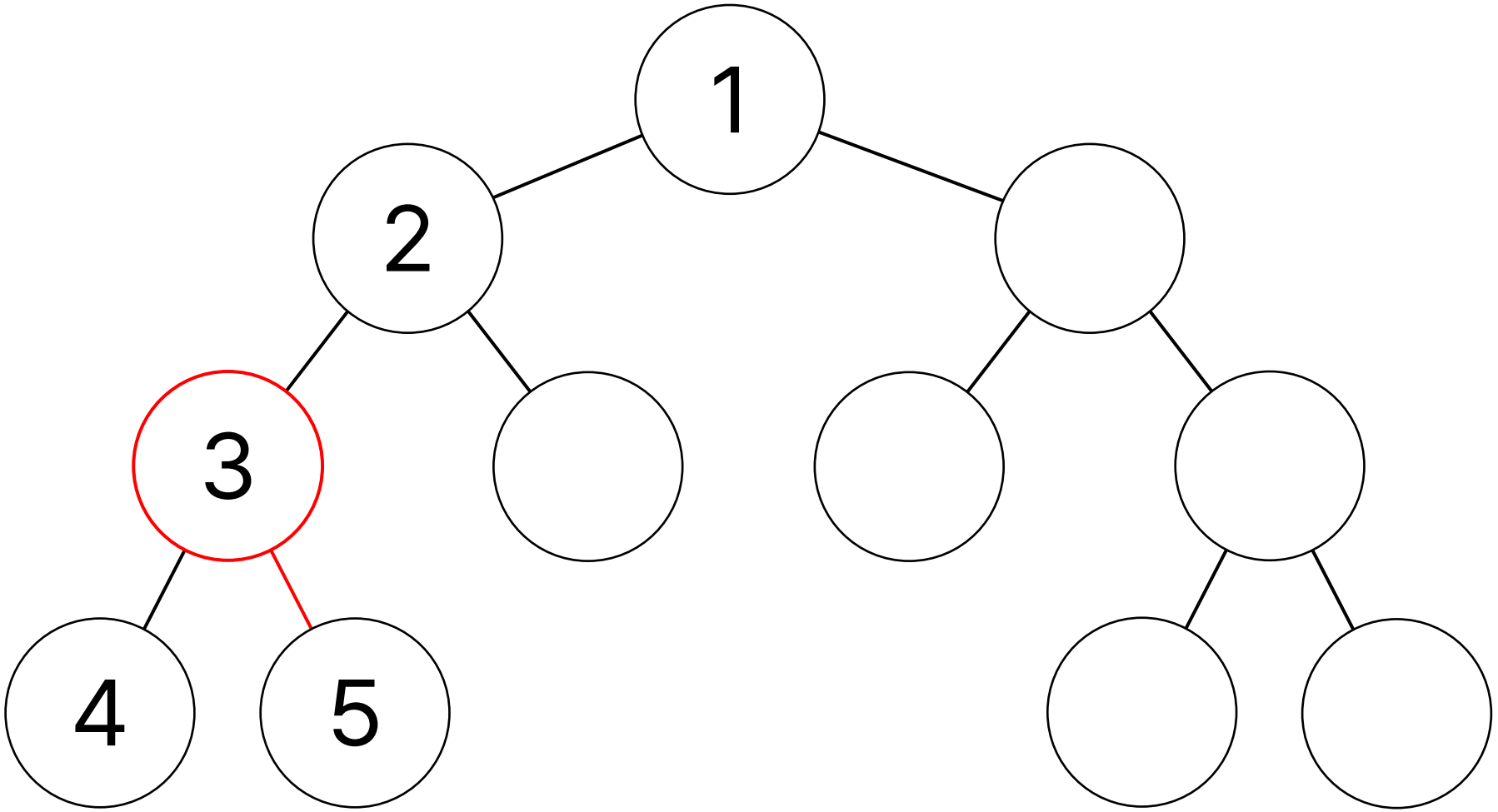
DFS



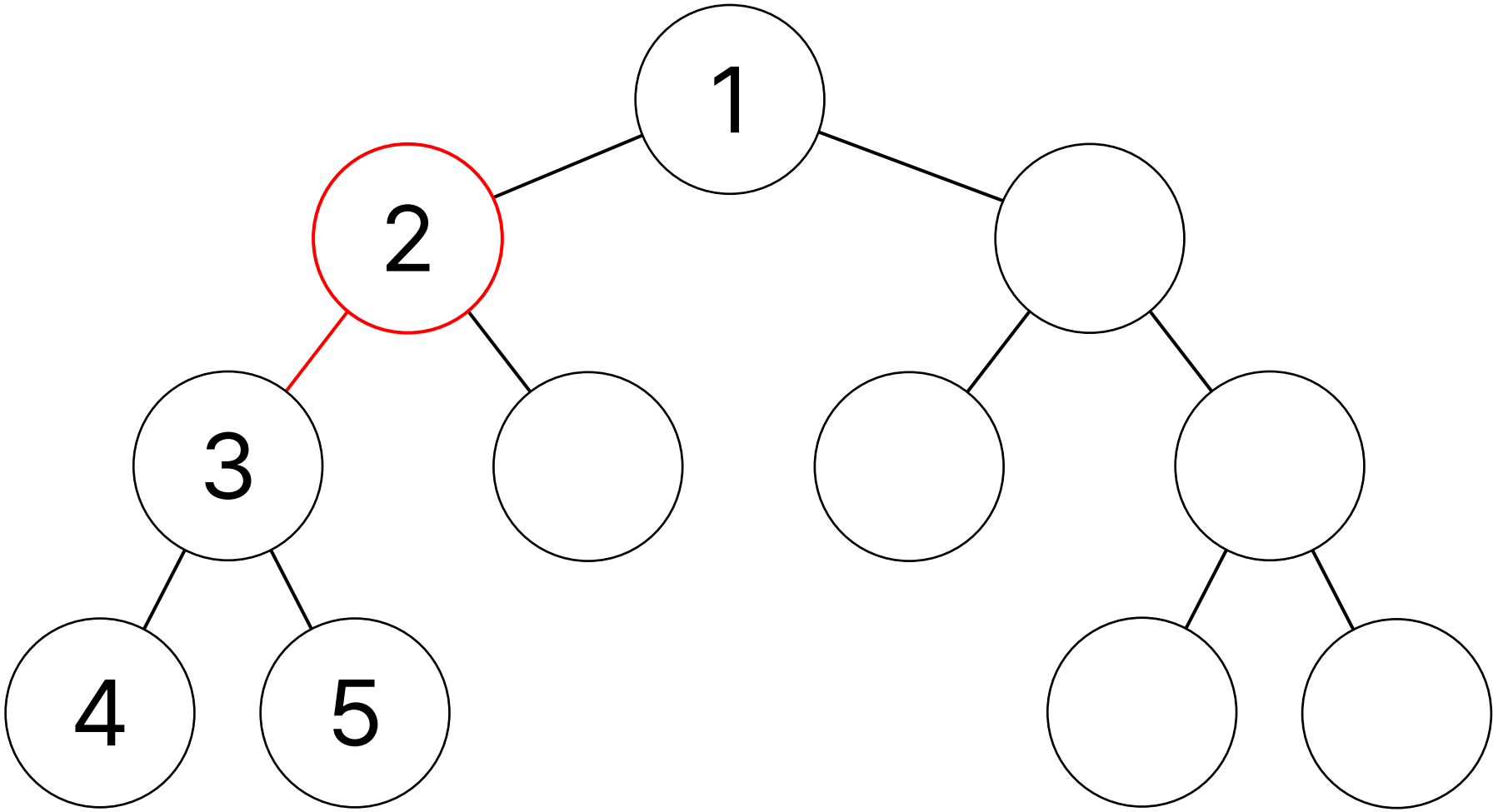
DFS



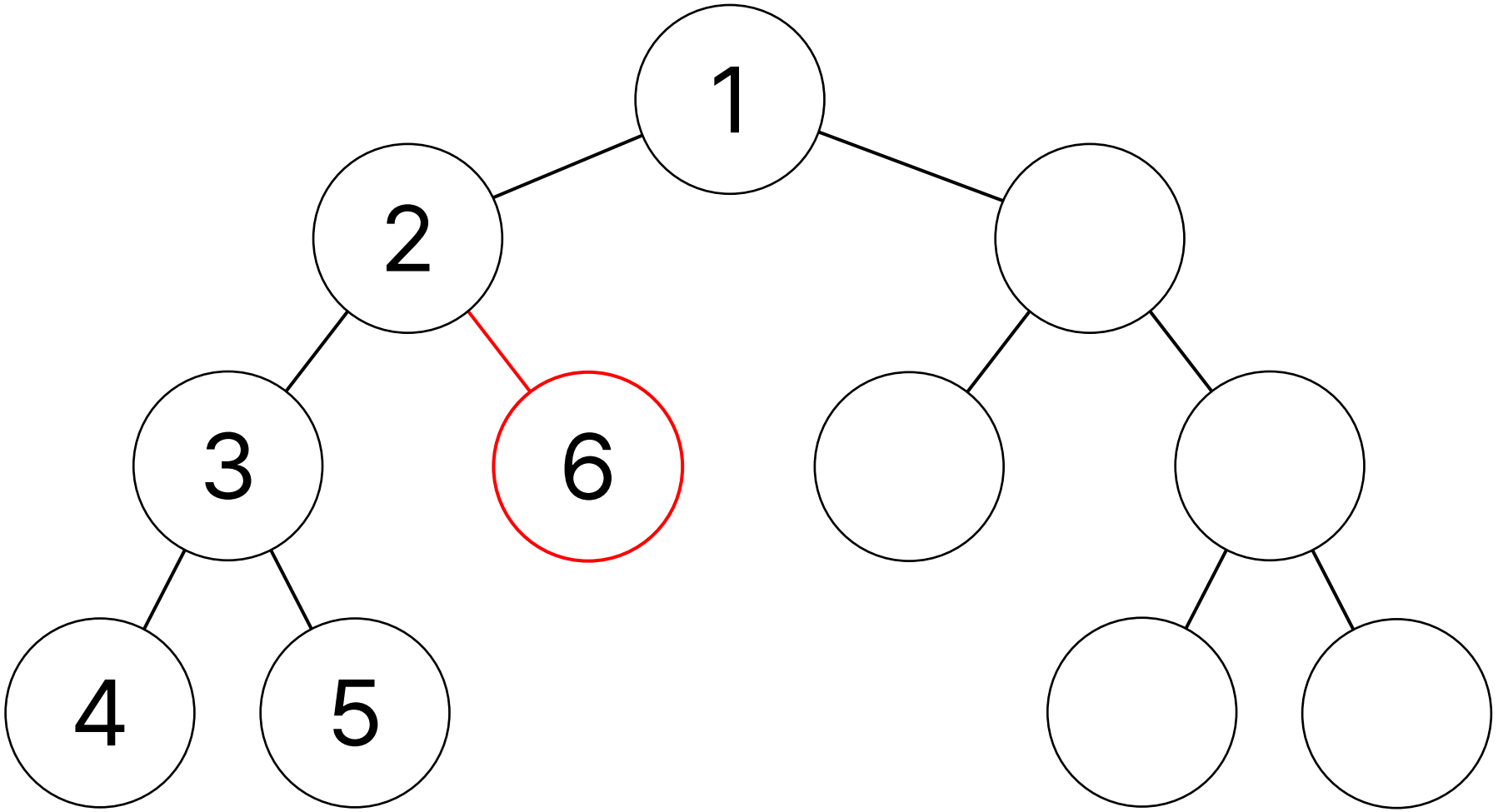
DFS



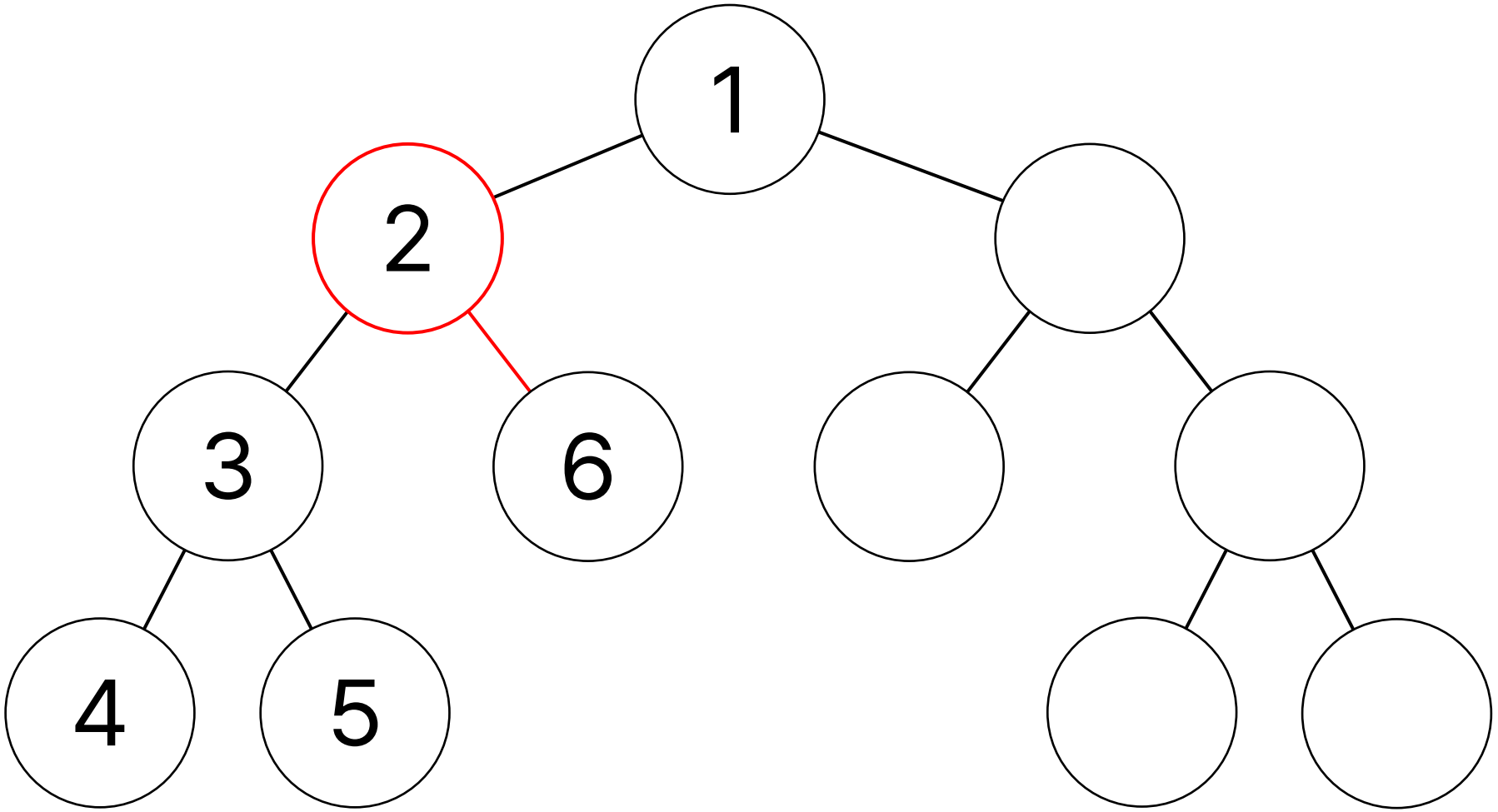
DFS



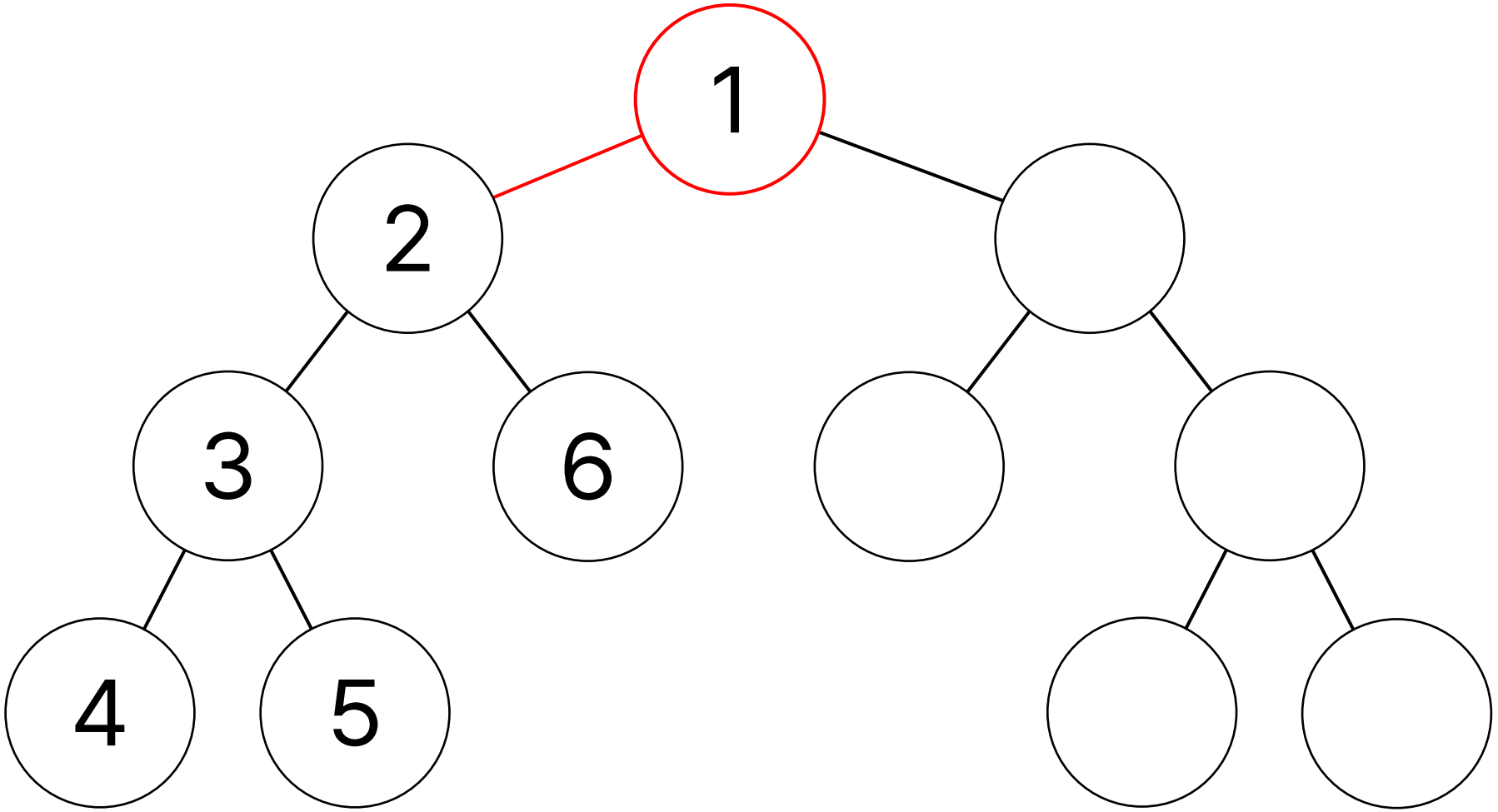
DFS



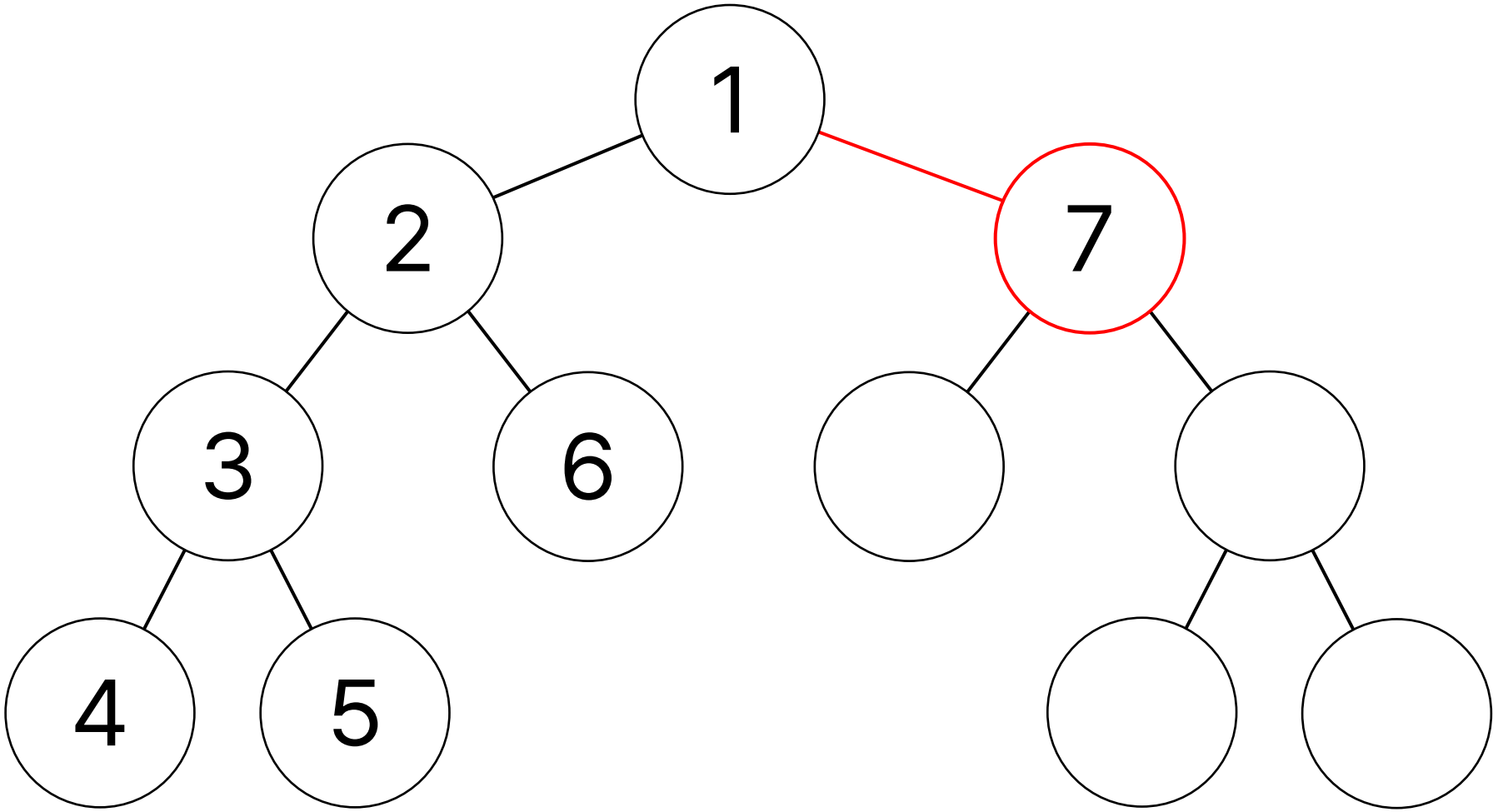
DFS



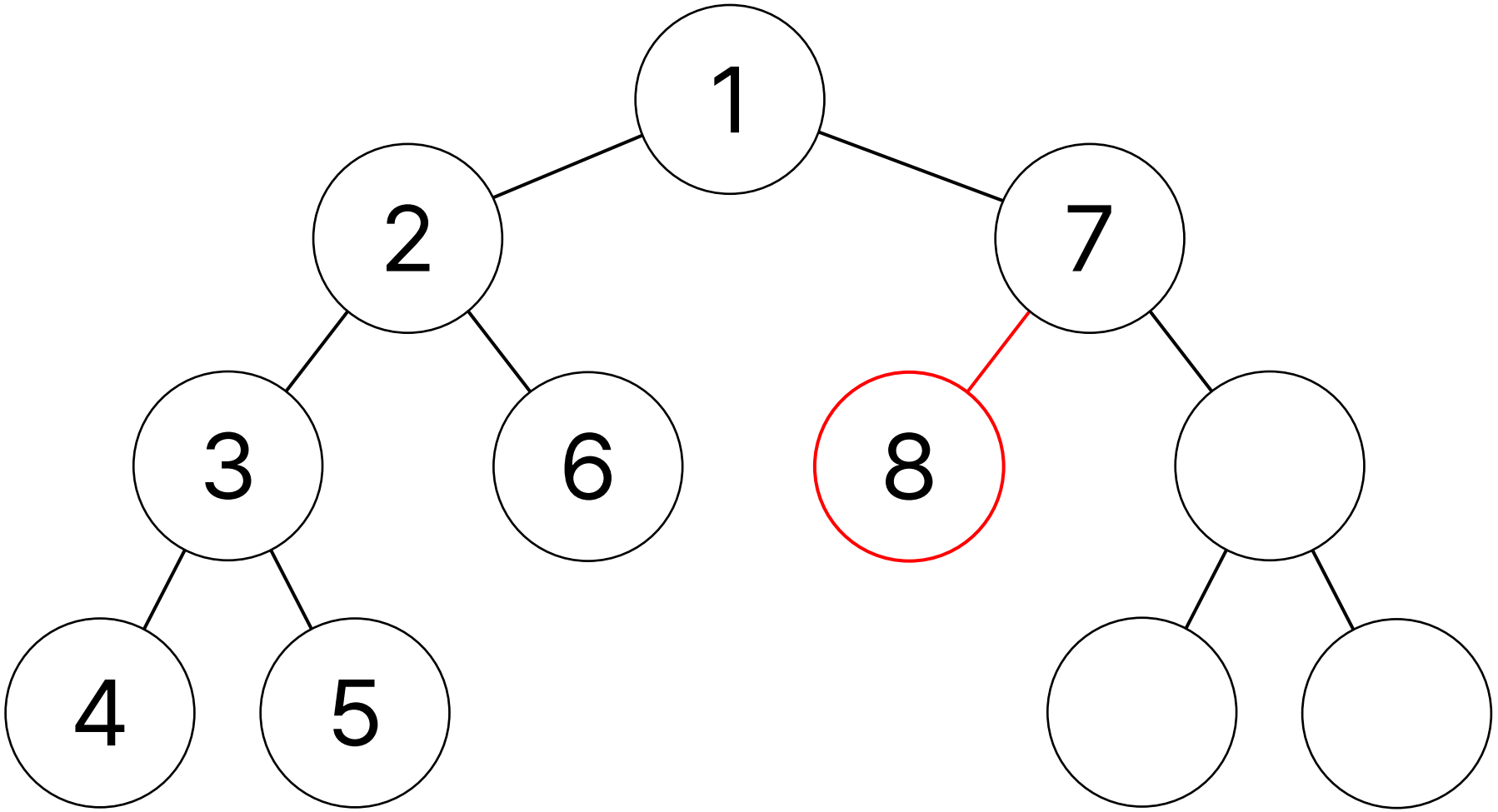
DFS



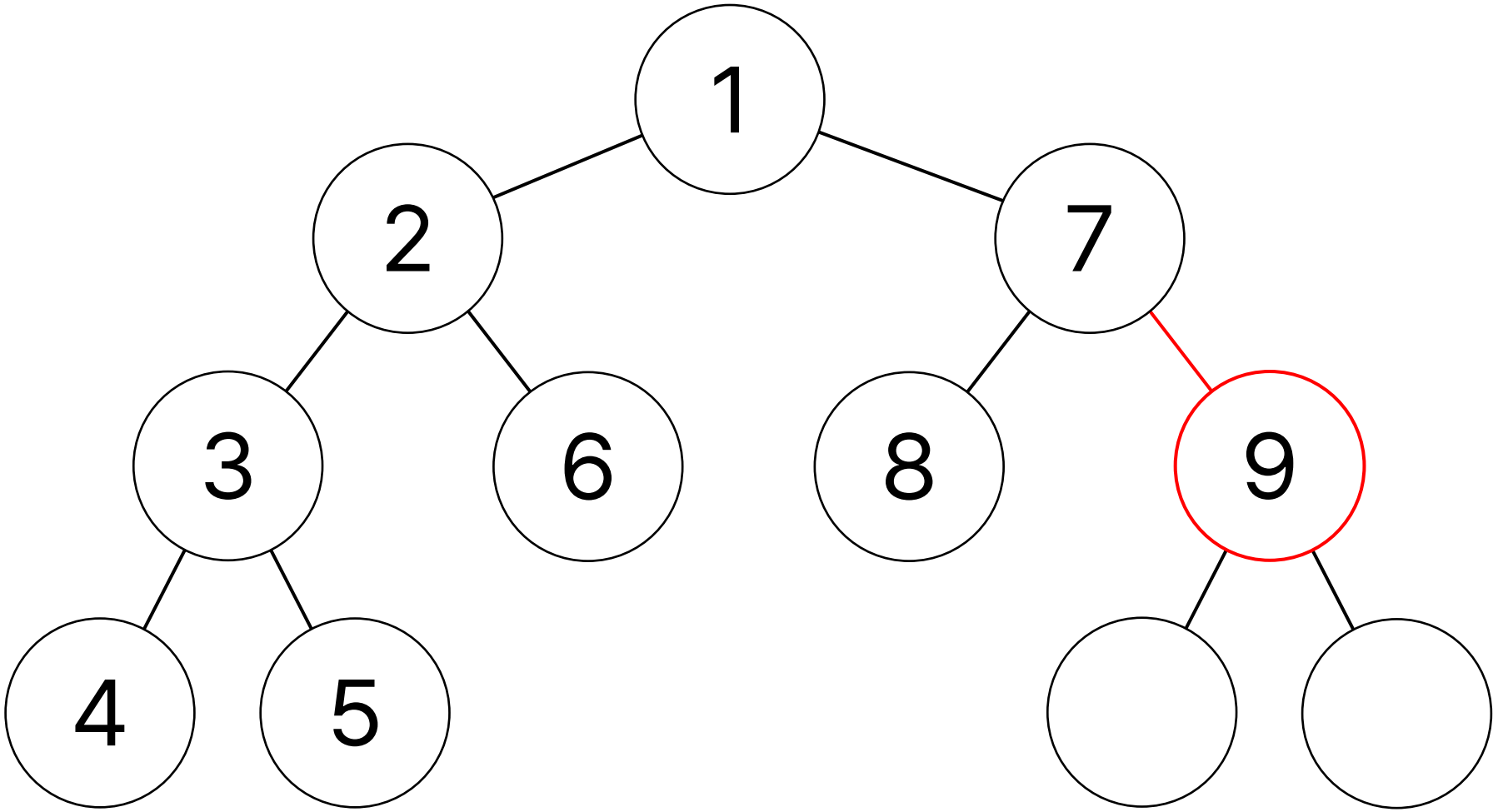
DFS



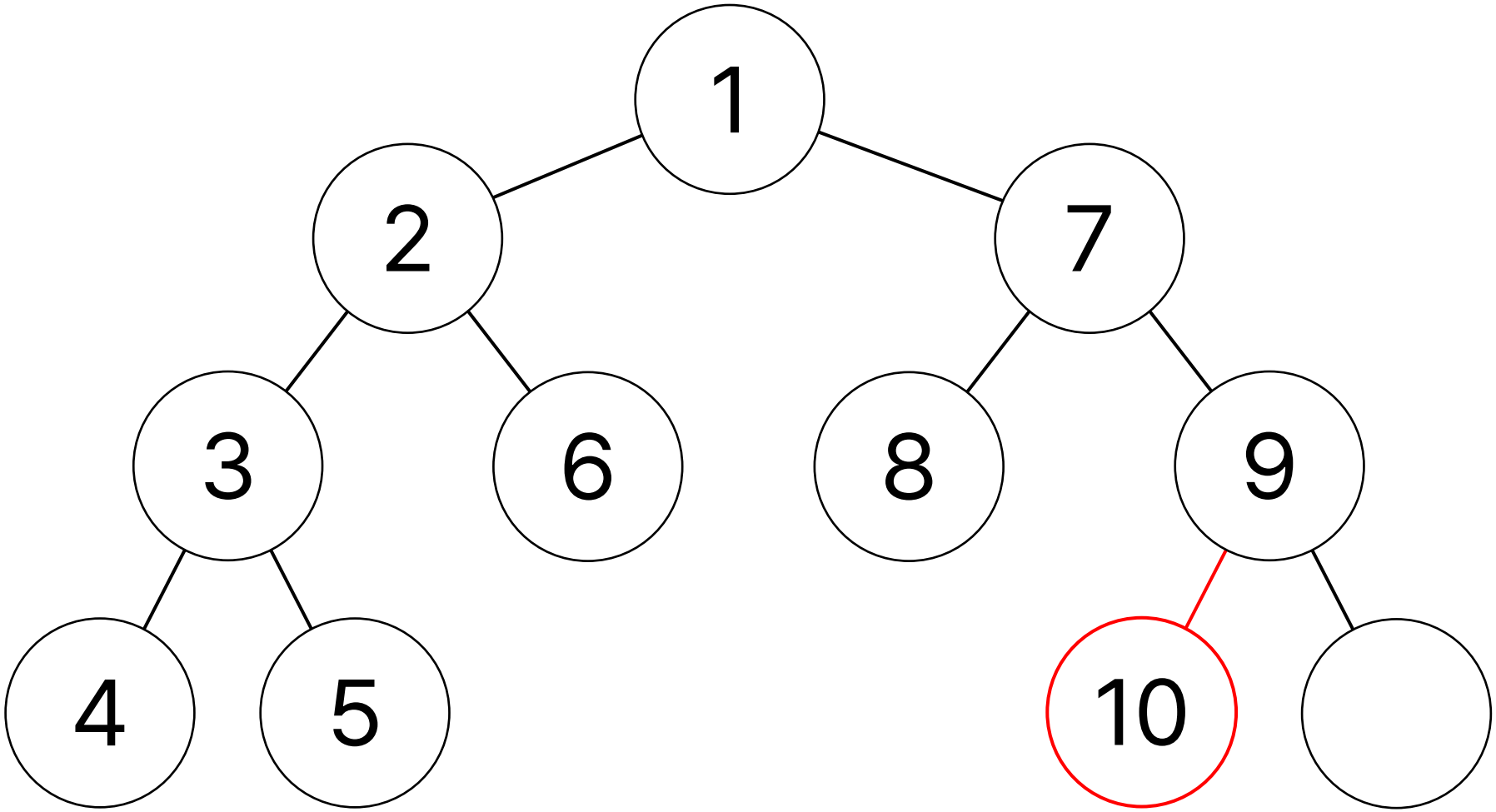
DFS



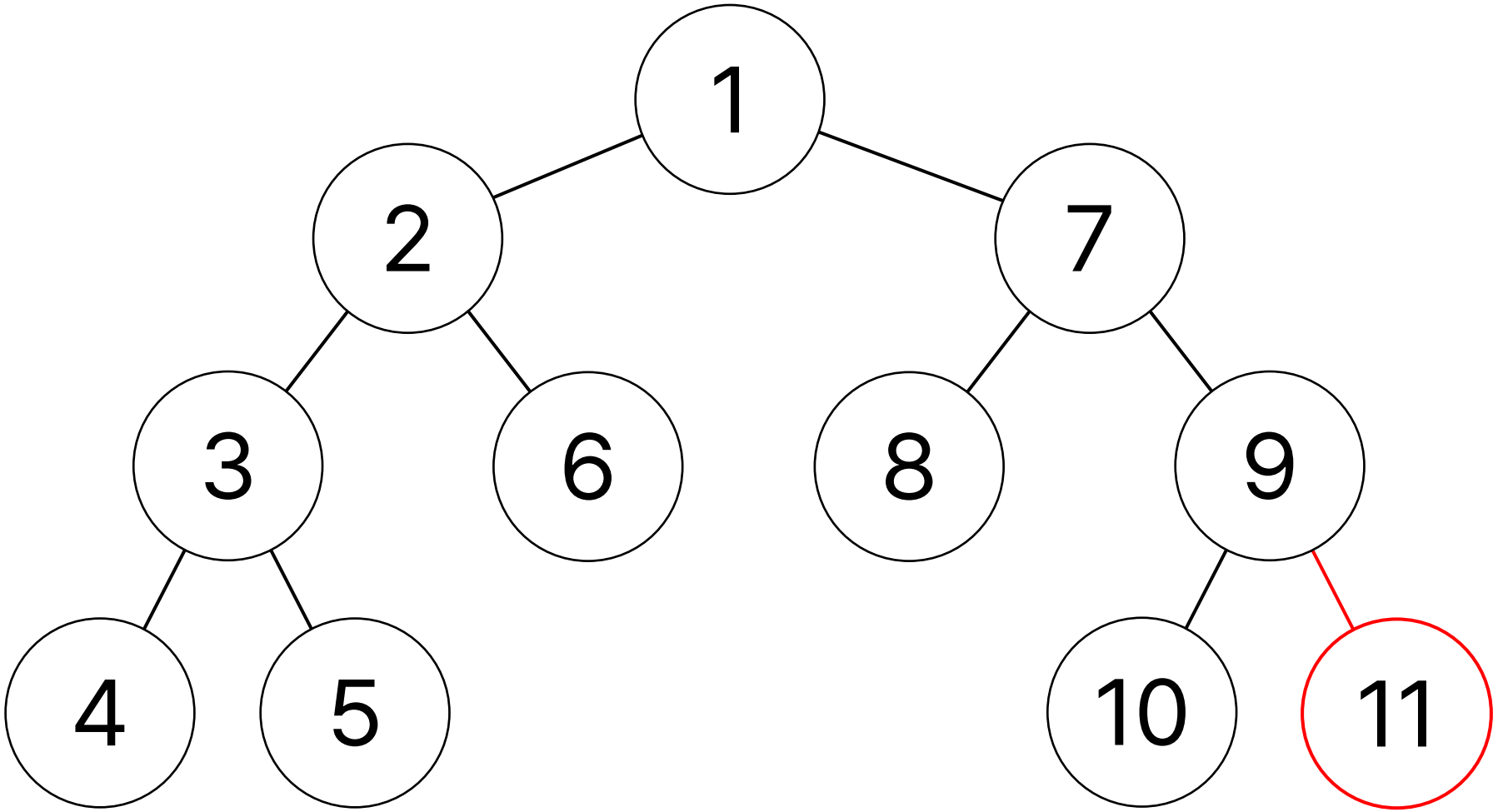
DFS



DFS



DFS



DFS

- 인접 리스트를 이용한다
- 노드를 방문했는지 기억할 배열이 필요하다

  bool 또는 int 배열을 사용한다
- 반복문으로 구현이 가능하지만 재귀적으로 수행되므로 함수로 구현이 가능하다
- 함수로 구현하는 것이 간단해 주로 함수로 구현한다

DFS

```
vector<int> edges[MAX_NODE];
bool visited[MAX_NODE];

void dfs(int cur) {
    visited[cur] = true; // 방문 했다고 기록
    for (auto next : edges[cur])
        if (!visited[next]) // 다음 노드를 방문하지 않은 경우
            dfs(next); // 이동한다
}
```

DFS

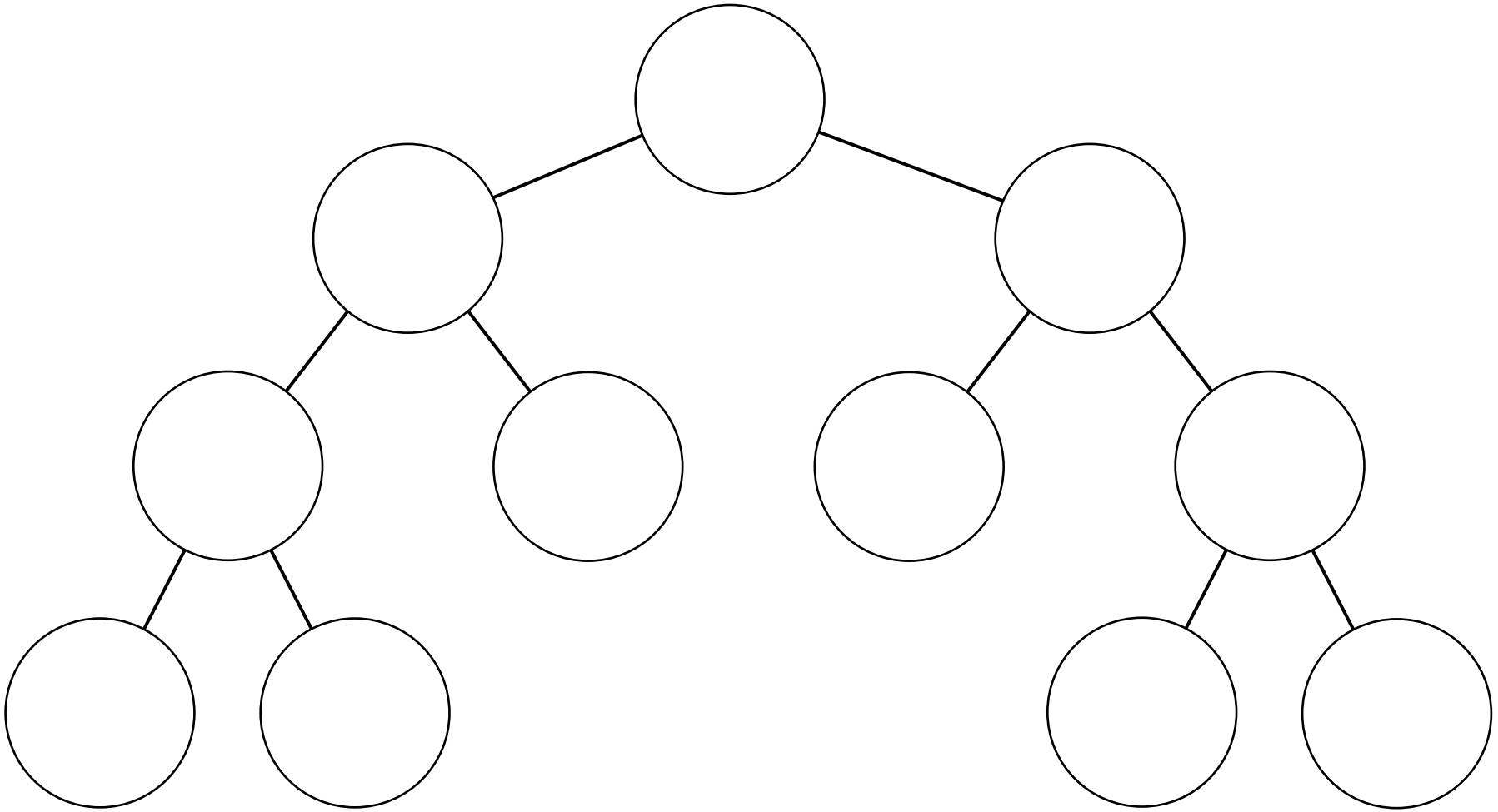
```
vector<int> edges[MAX_NODE];
bool visited[MAX_NODE];

void dfs(int cur) {
    if (visited[cur]) // 이미 방문한 노드인 경우 바로 종료
        return;
    visited[cur] = true; // 방문 했다고 기록
    for (auto next : edges[cur])
        dfs(next);
}
```

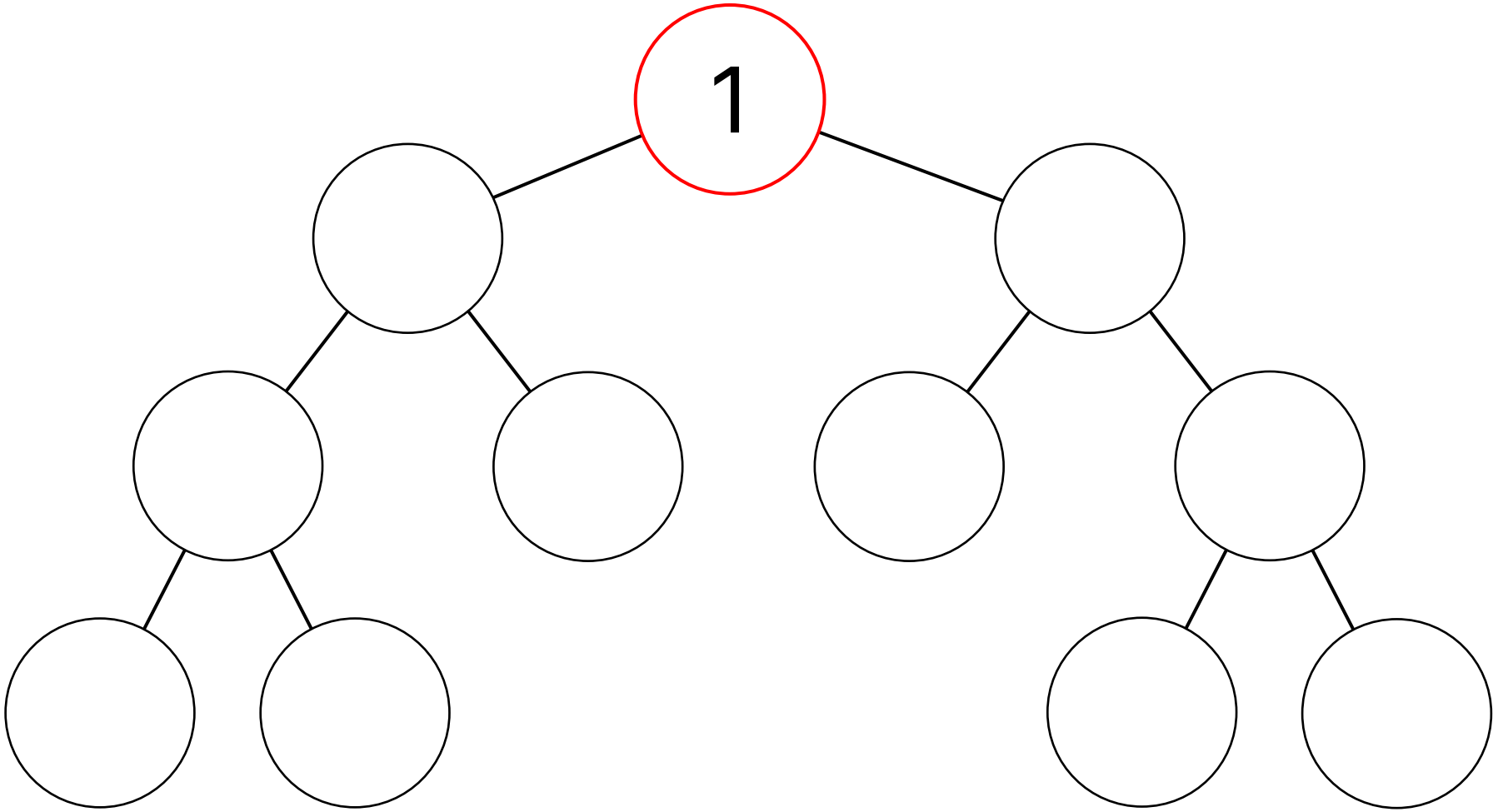
BFS

- 너비 우선 탐색
- 시작 노드로부터 가까운 노드들부터 방문하는 방식
- 가까운 노드부터 탐색하기 때문에 최단거리를 탐색할 때 사용한다

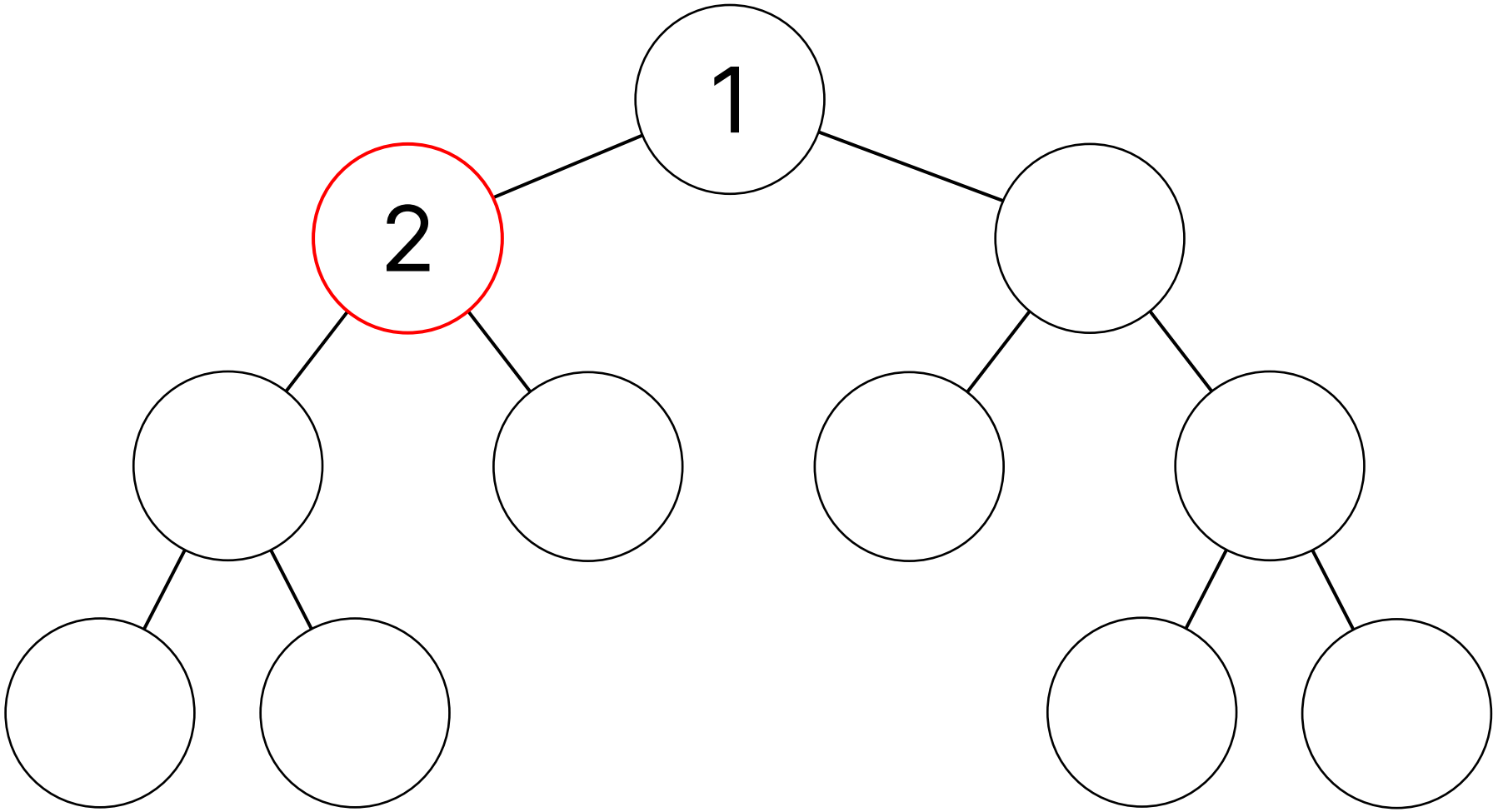
BFS



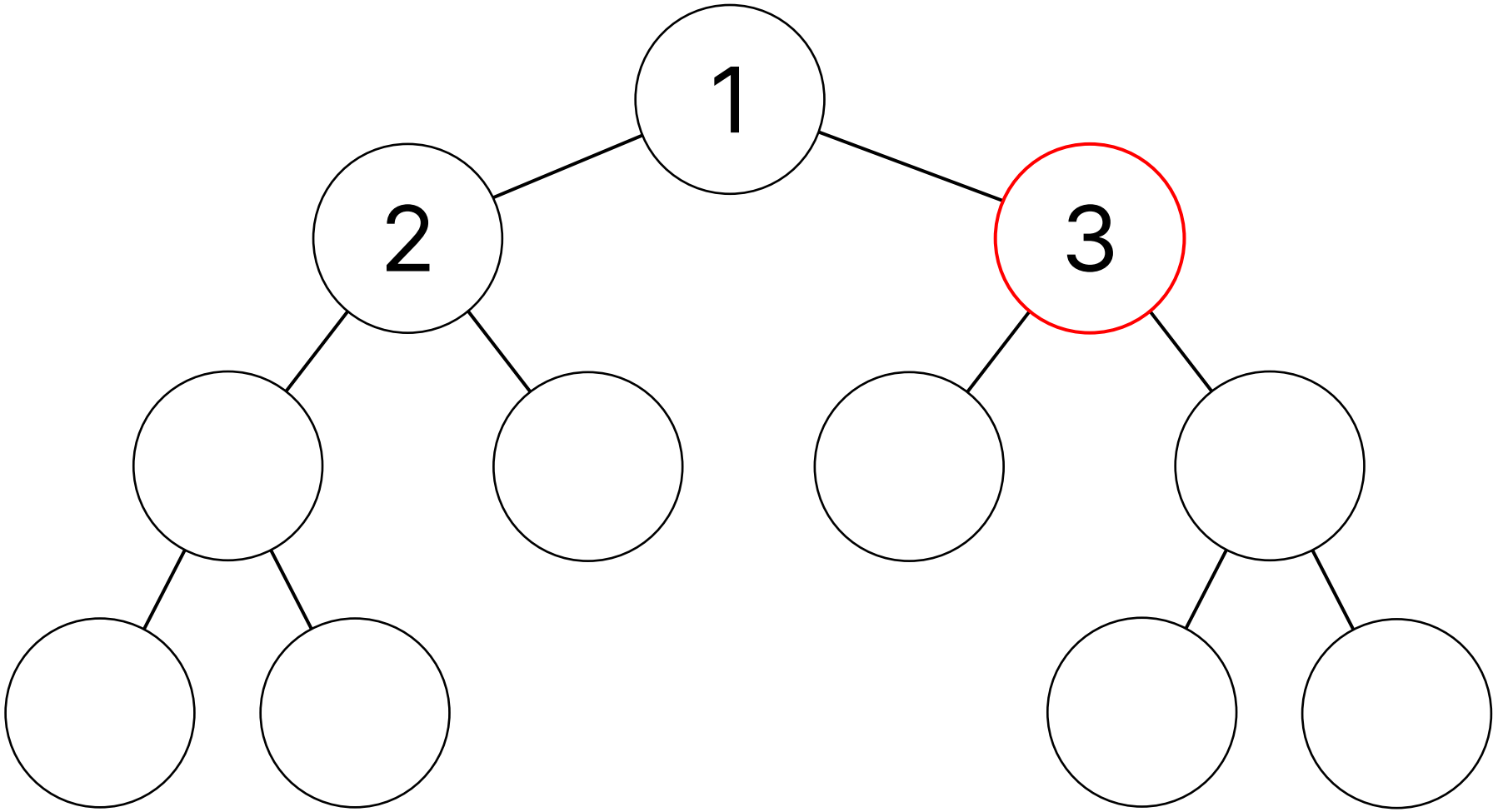
BFS



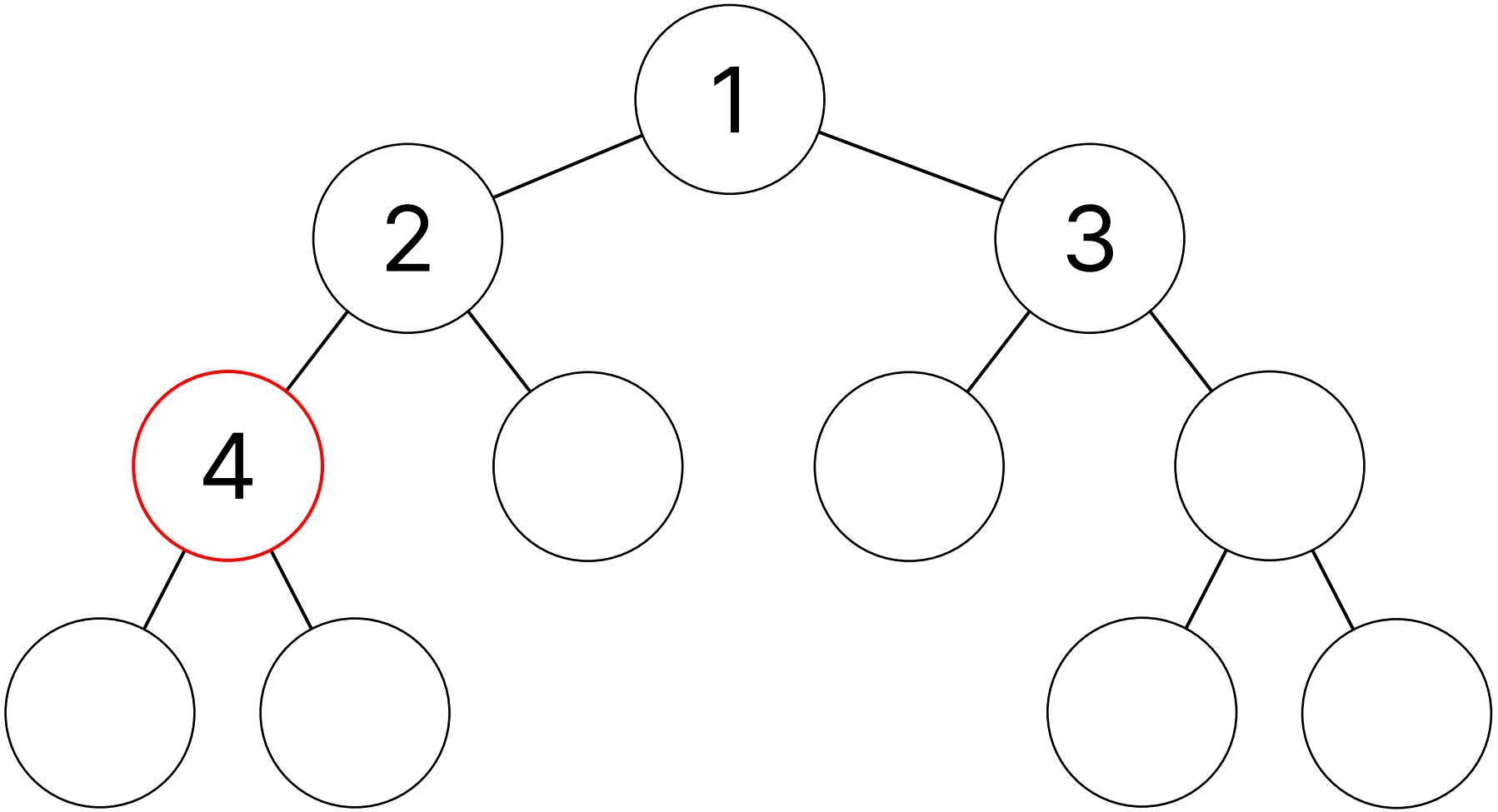
BFS



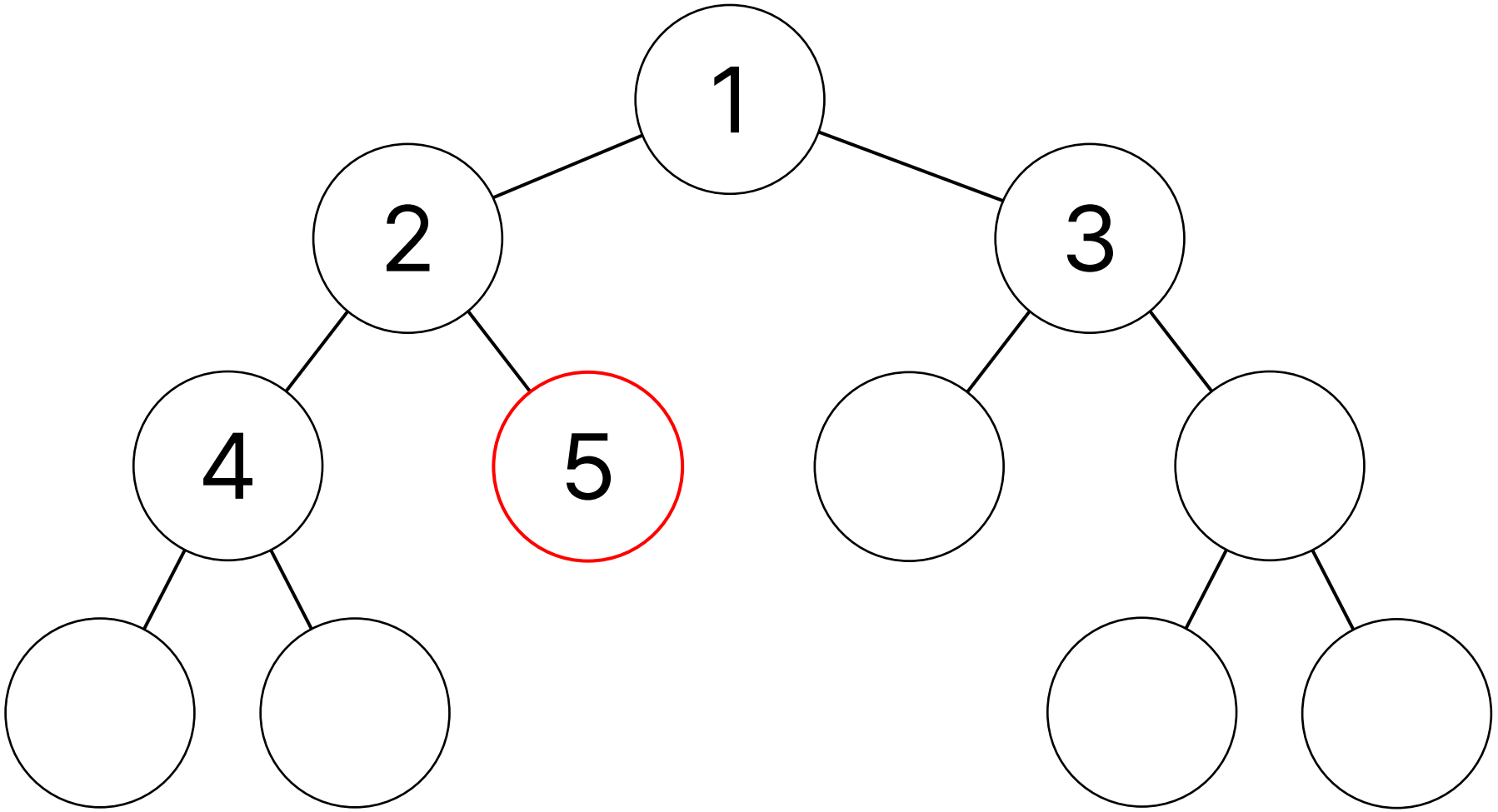
BFS



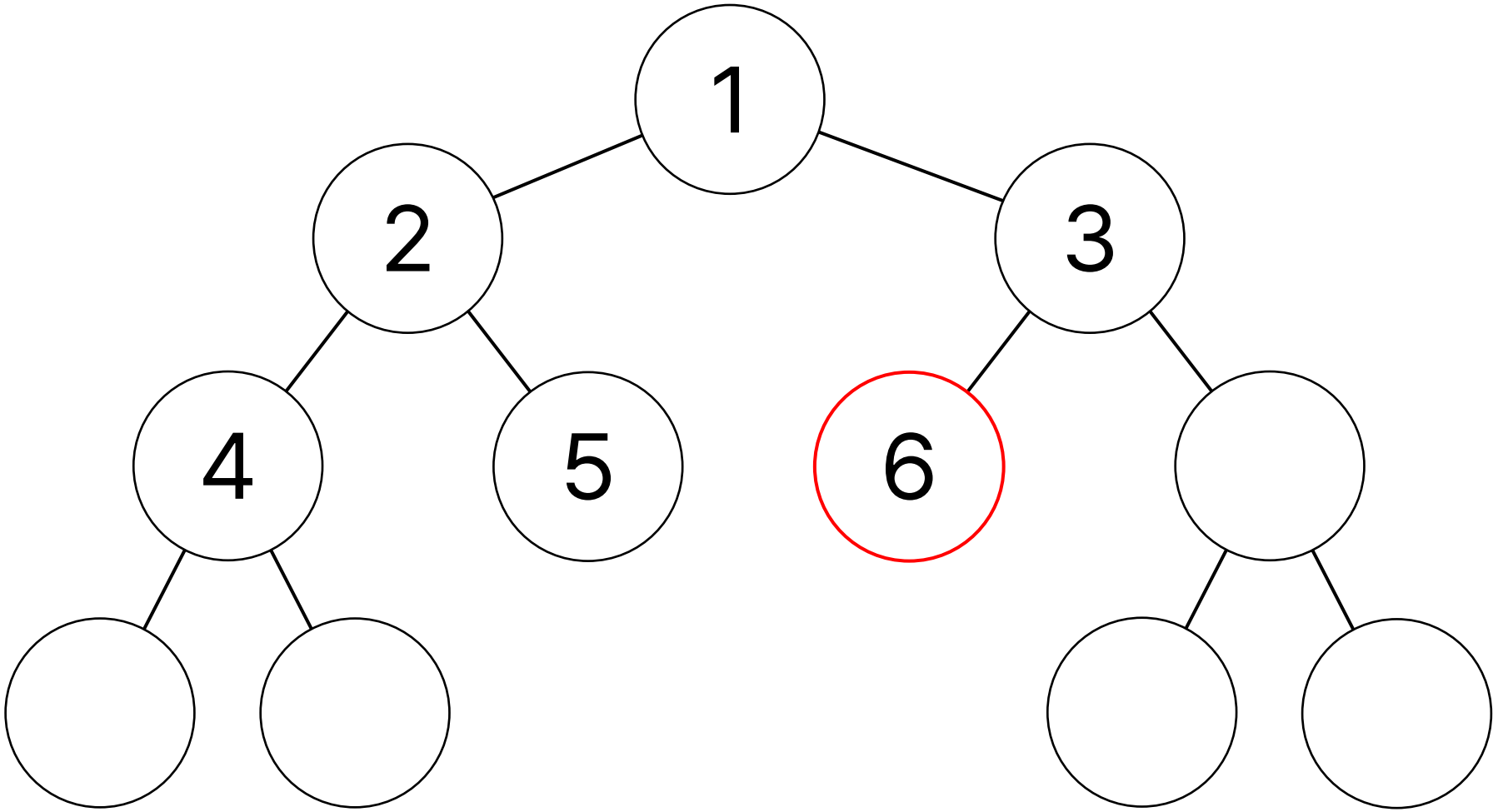
BFS



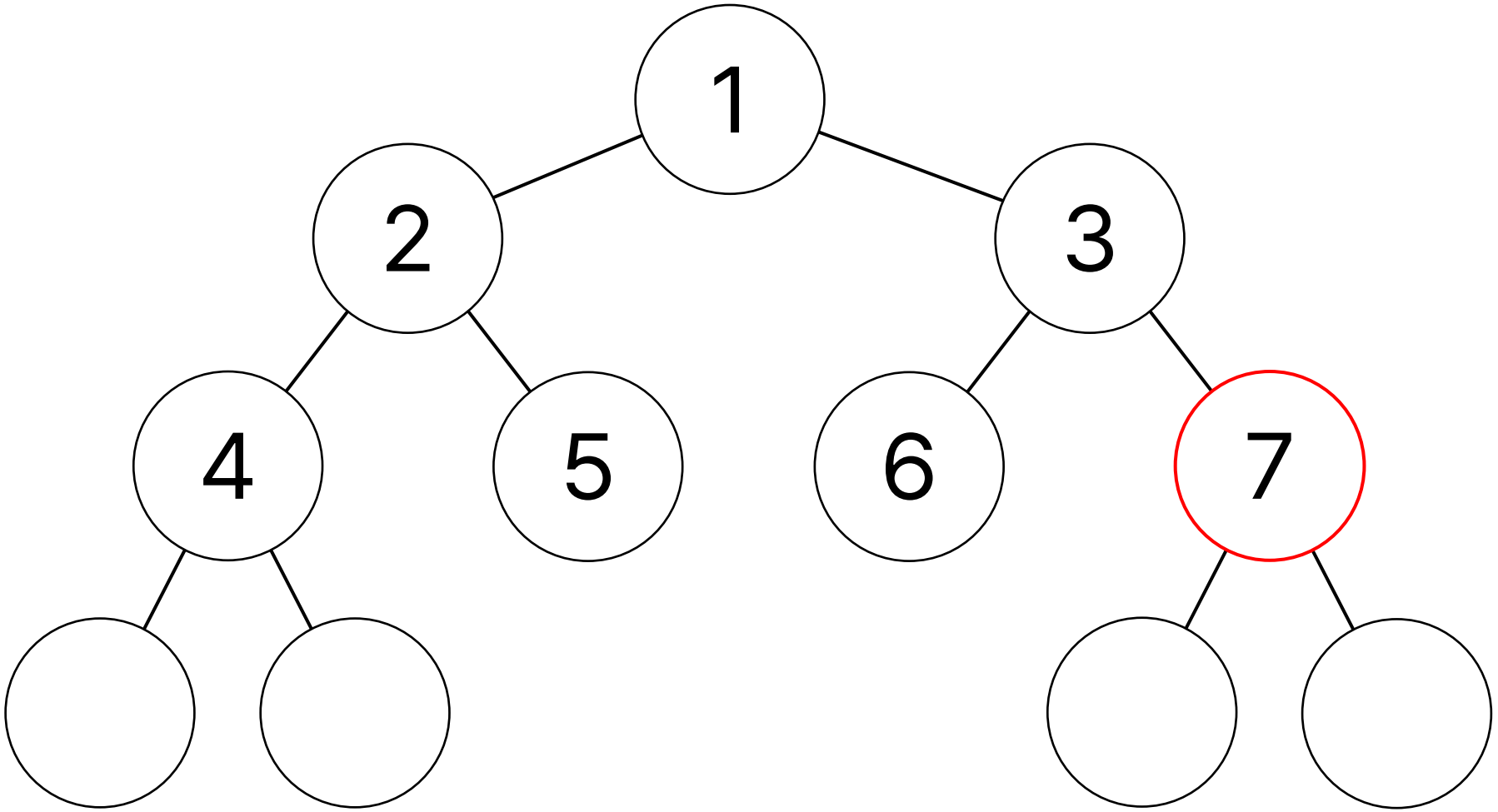
BFS



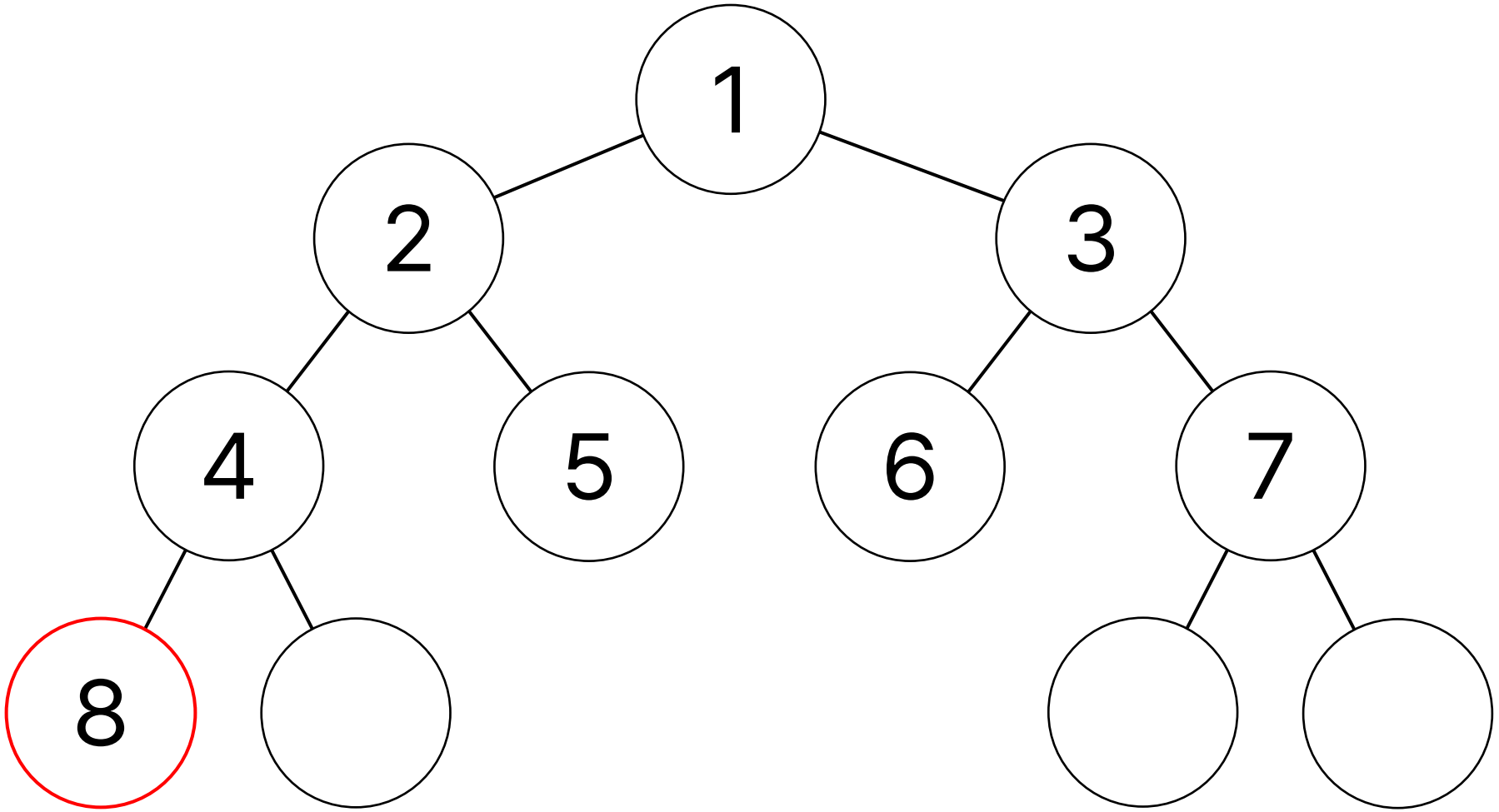
BFS



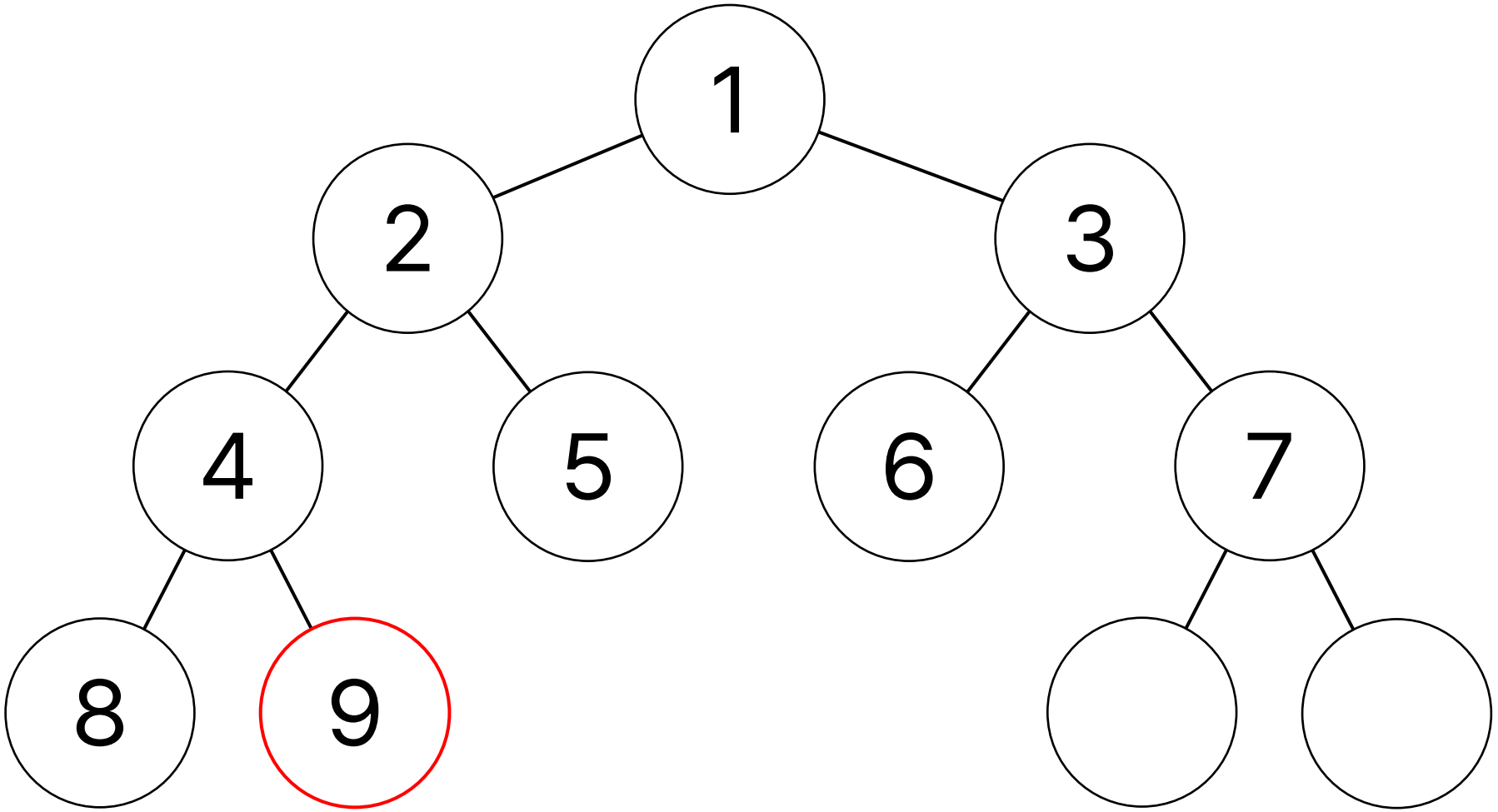
BFS



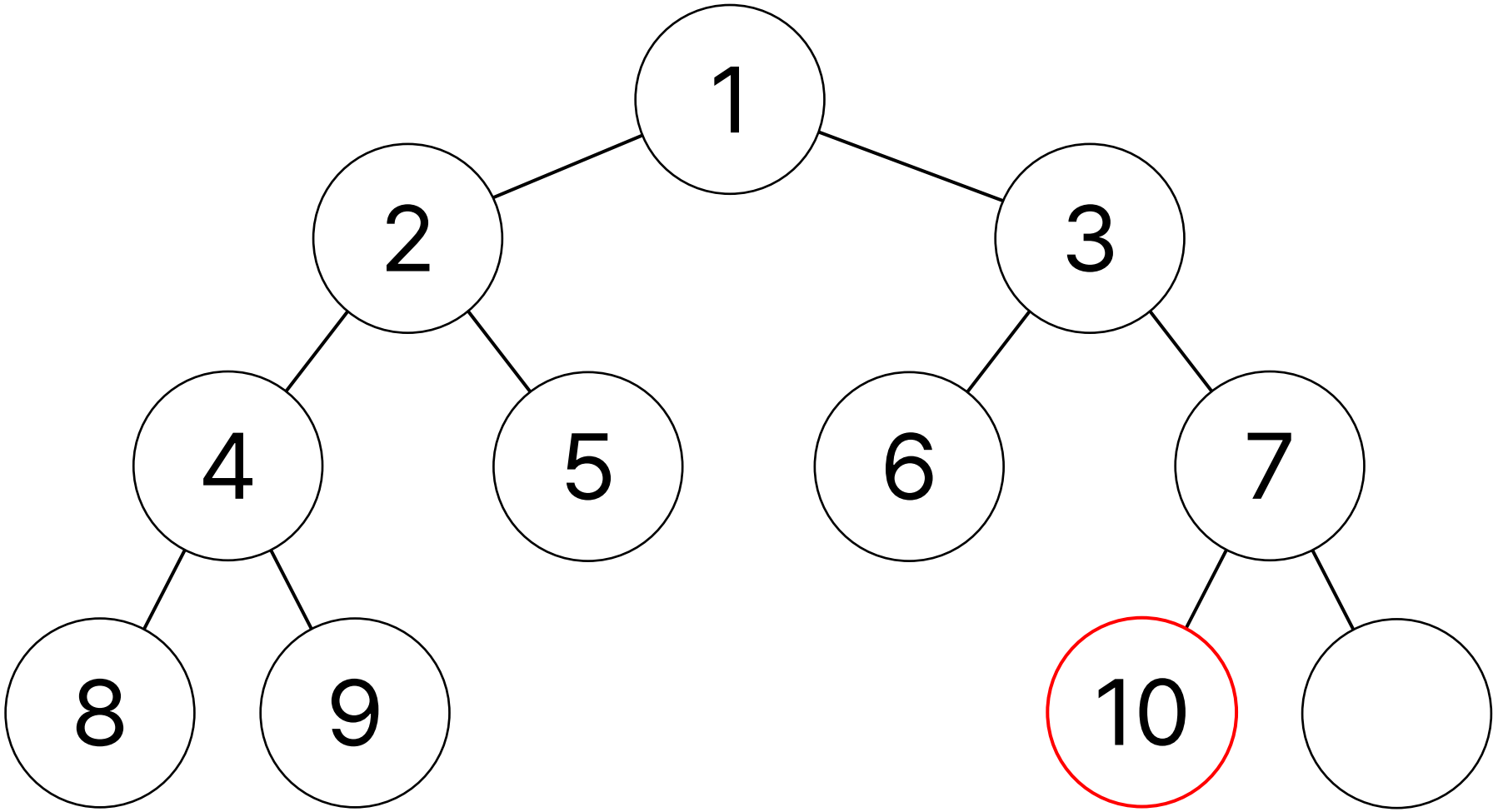
BFS



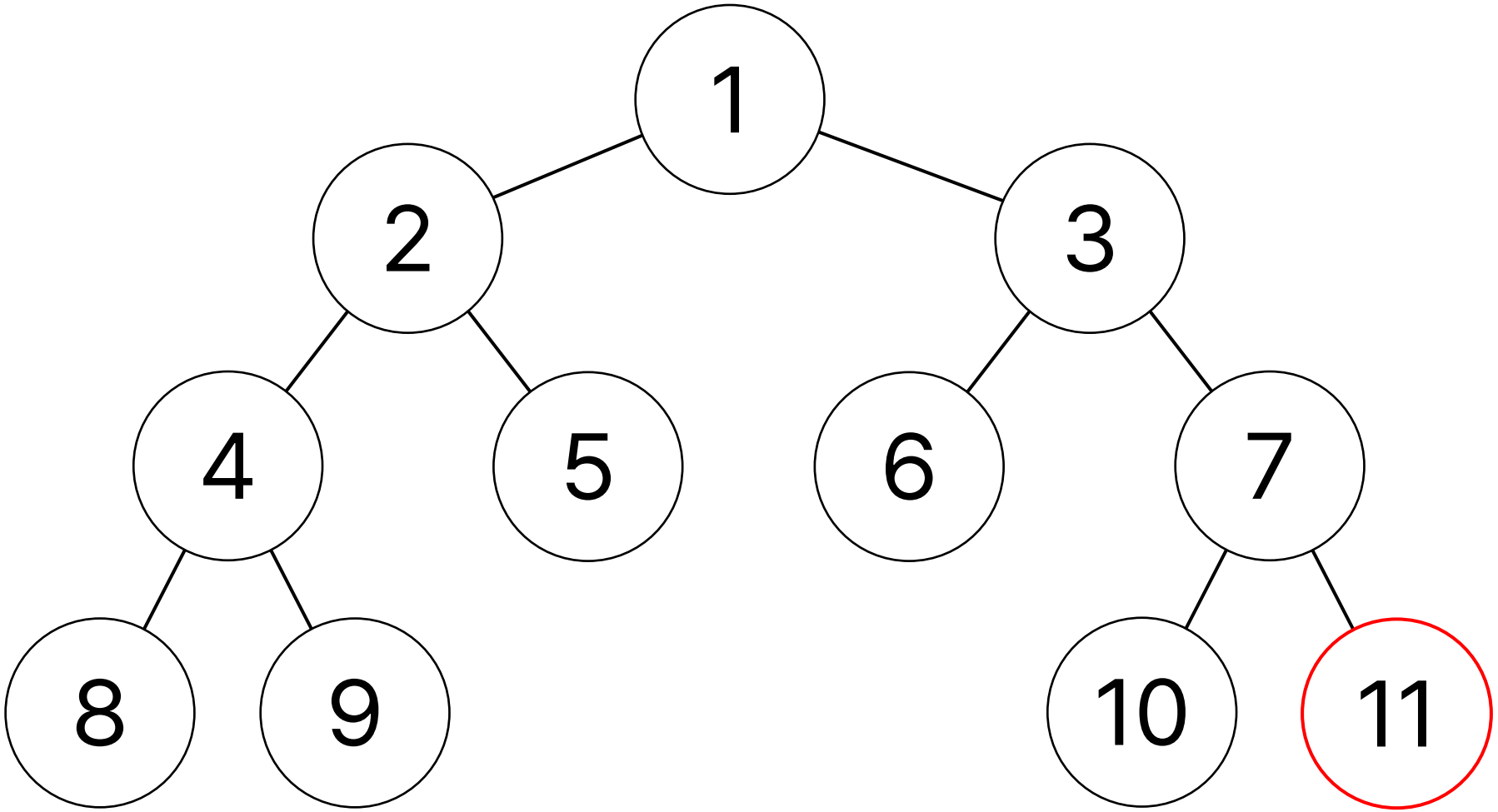
BFS



BFS



BFS



BFS

- 현재 노드와 이어져 있는 노드로 바로 이동할 수 없다
- 따라서 Queue를 이용해 다음에 탐색할 노드를 대기열로 관리한다
- 앞선 예시에서 1번 노드와 제일 가까운 노드는 2와 3이 있다

  2와 연결된 노드로 바로 이동하는 경우, 더 가까운 3번 노드를 건너뛰고 다음 노드를 탐색하기 때문에 순서가 잘못되었다
- 따라서 큐를 이용해 탐색한다

BFS

- 마찬가지로 방문했는지 확인할 배열이 필요하다
- 대기열을 사용해야하므로 큐가 필요하다

BFS

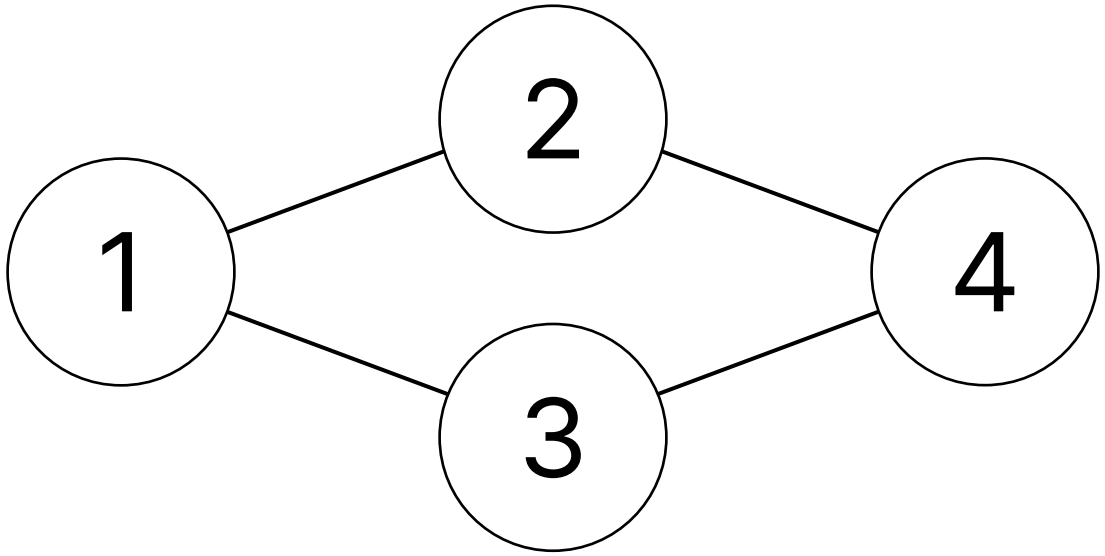
```
vector<int> edges[MAX_NODE];
queue<int> bfs_queue;
bool visited[MAX_NODE];

void bfs(int start) {
    bfs_queue.push(start);
    visited[start] = true;

    while (!bfs_queue.empty()) {
        int cur = bfs_queue.front();
        bfs_queue.pop();
            for (auto next : edges[cur]) {
                if (!visited[next])
                    bfs_queue.push(next);
        }
    }
}
```

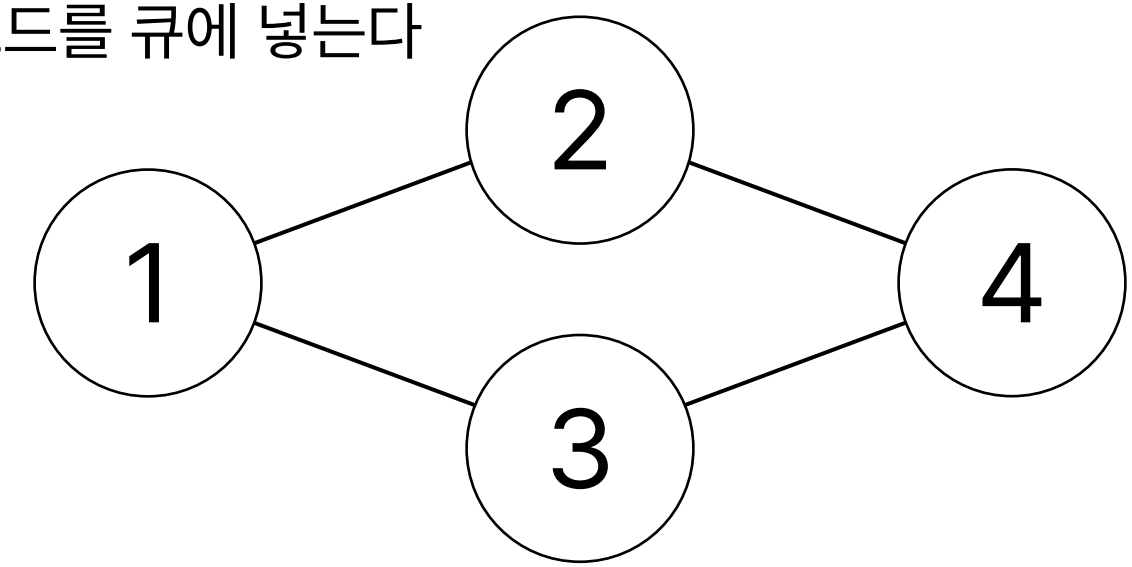
BFS

- DFS와 다르게 BFS에서는 큐에 넣을 때 방문 체크를 해야한다
- 다음 그래프를 살펴보자



BFS

- 1번 노드는 2번과 3번 노드를 큐에 넣는다
- 2번 노드는 4번 노드를 큐에 넣는다
- 3번 노드도 4번 노드를 큐에 넣는다



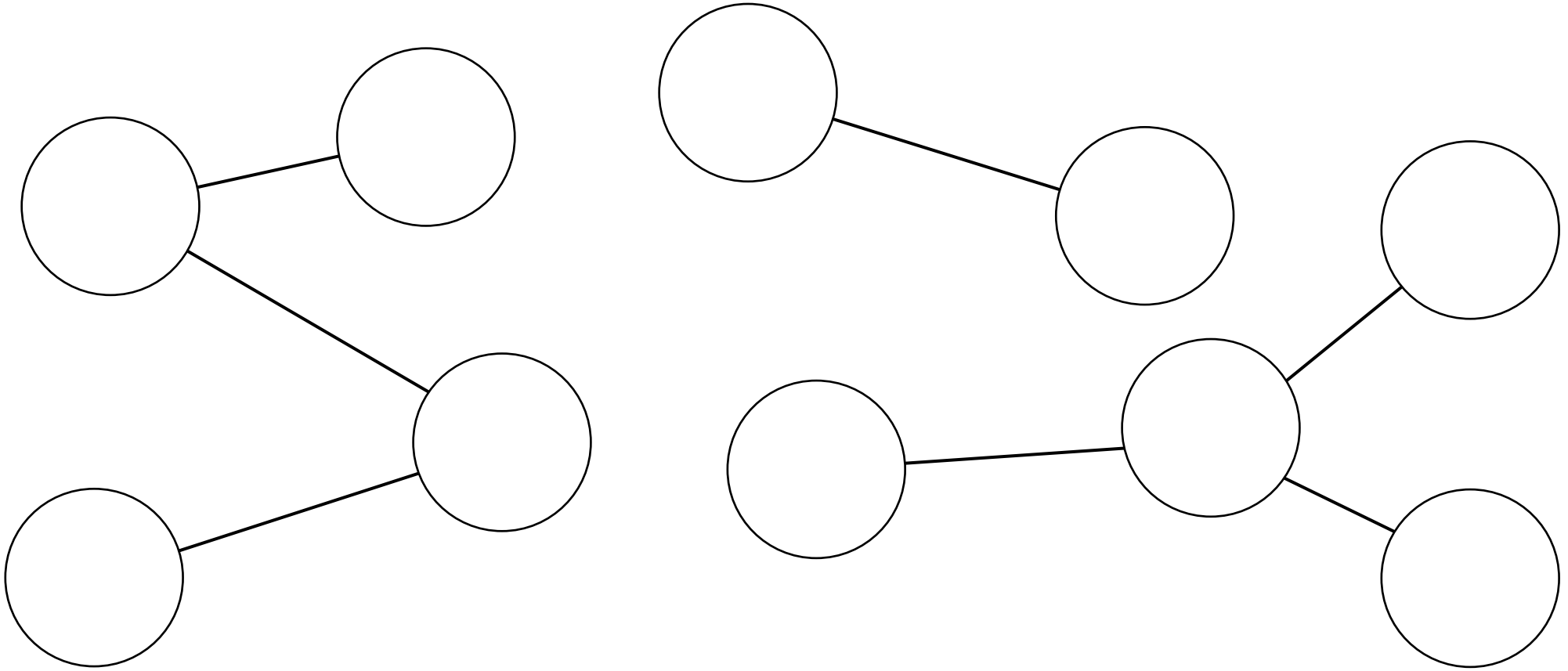
BFS

- 큐에 들어간 노드들은 탐색이 확정이 되었다
- 탐색하기전 해당 노드를 다시 큐에 넣는다면 중복된 노드가 큐에 들어간다
- 하나의 노드를 여러번 탐색하게 된다

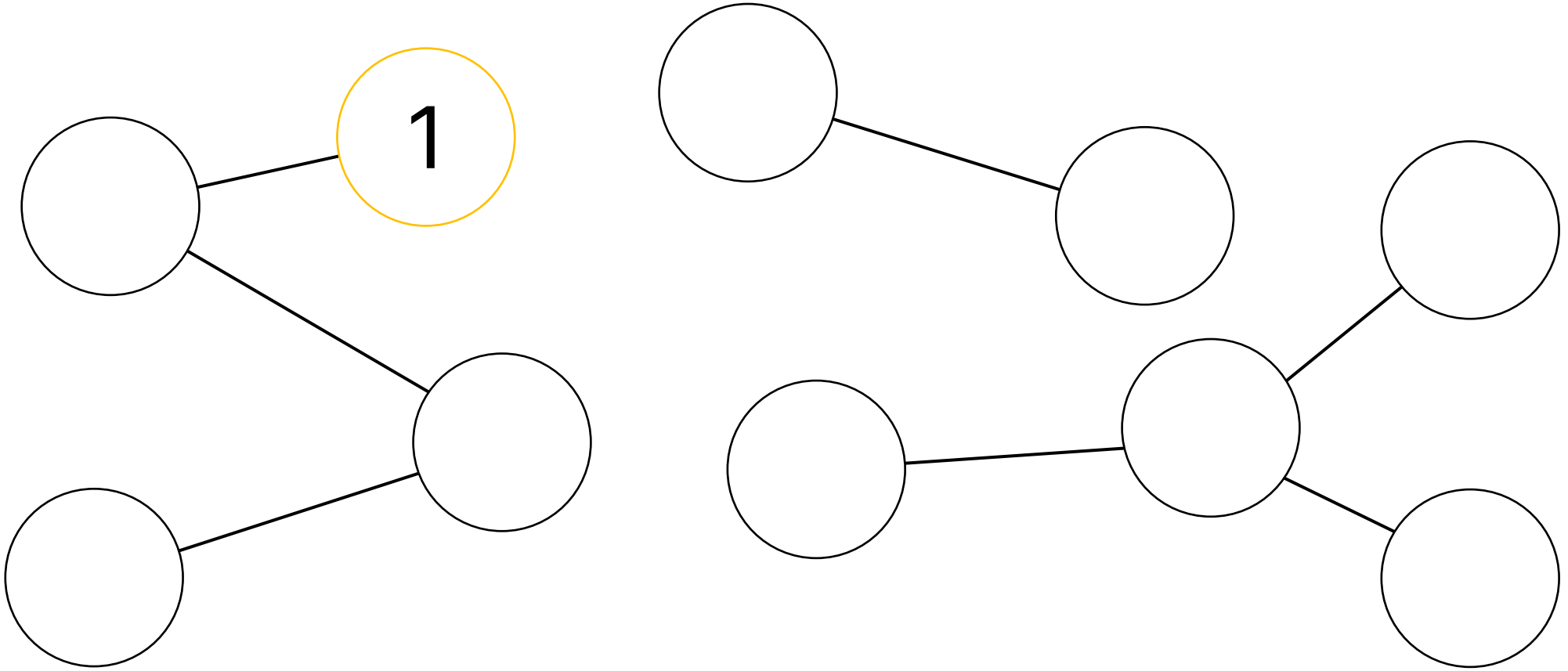
Traversal

- 연결된 모든 정점을 탐색하는 것
- 즉, 한 번의 순회로 하나의 연결 요소를 모두 탐색한다
- 전체 그래프에서 연결 요소의 개수를 세는 방법은 순회를 몇 번 하는 가로 셀 수 있다

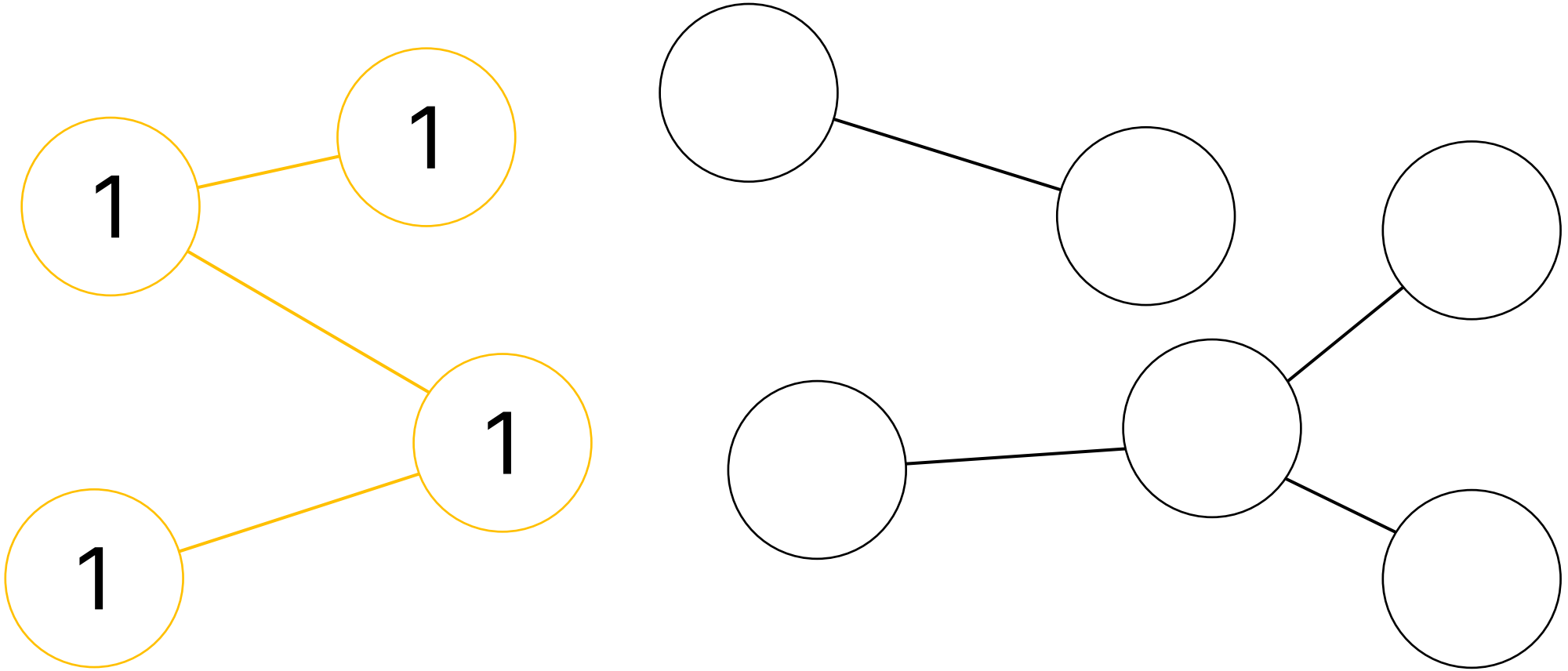
Connected Component



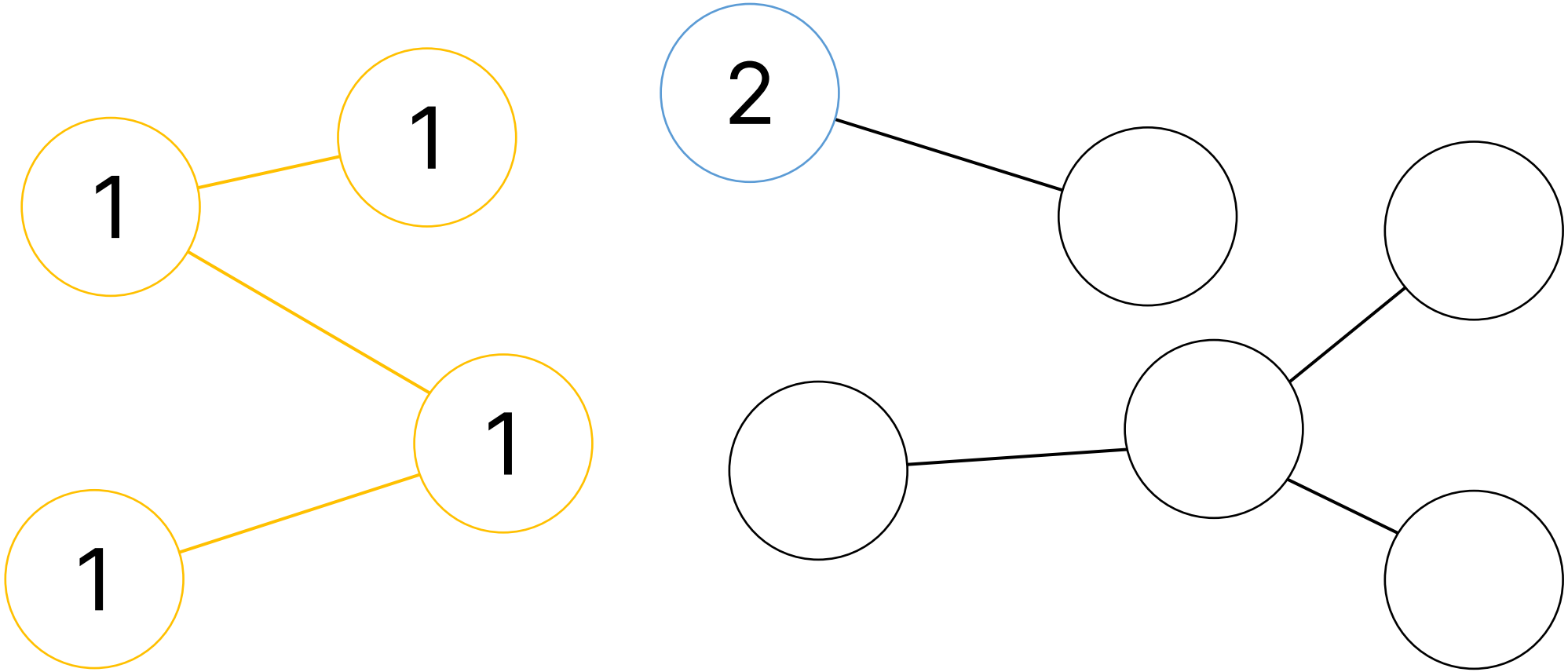
Connected Component



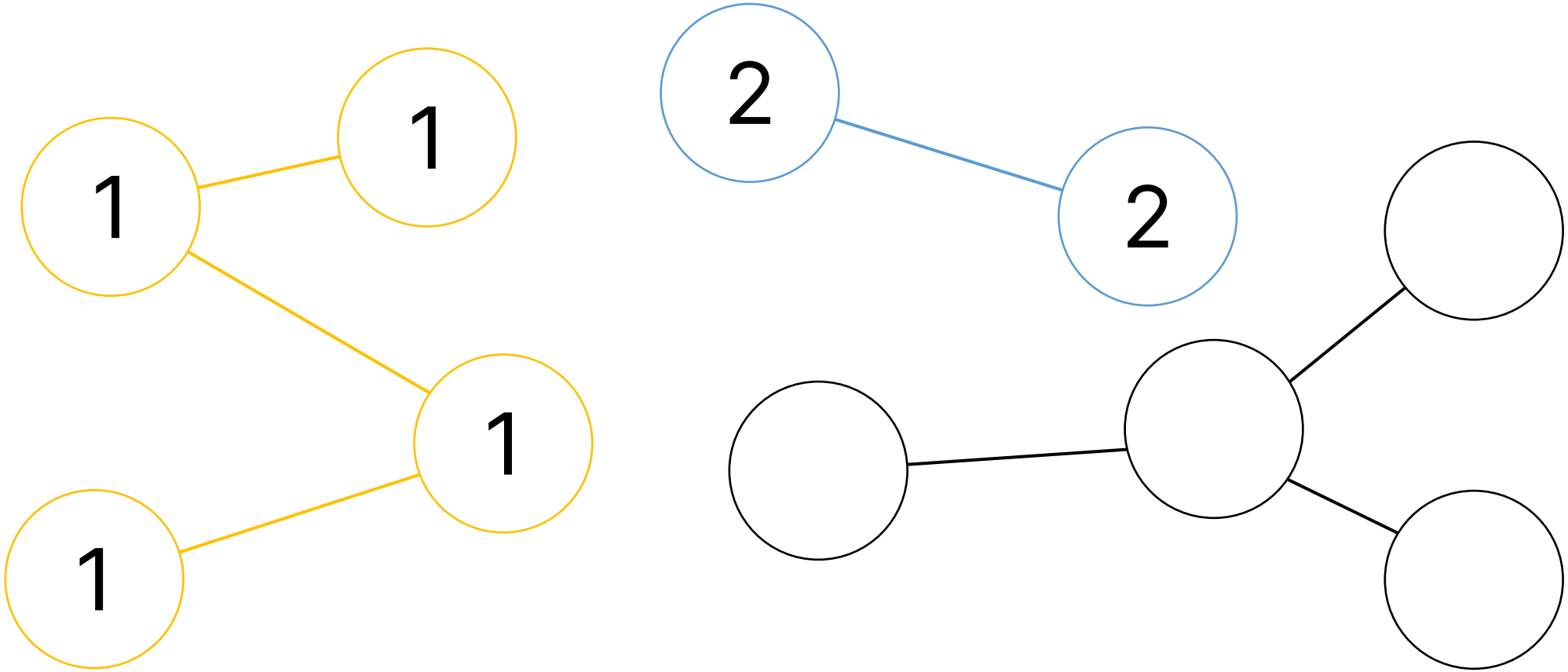
Connected Component



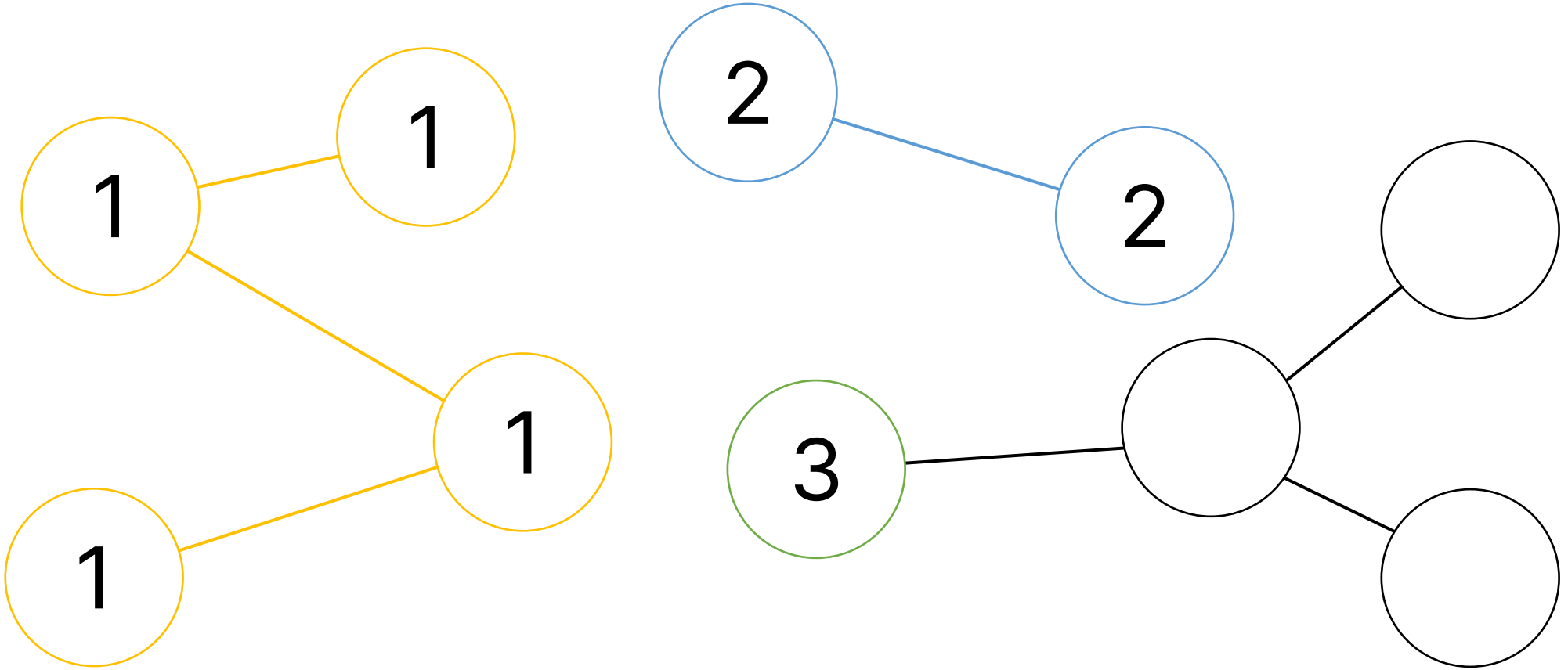
Connected Component



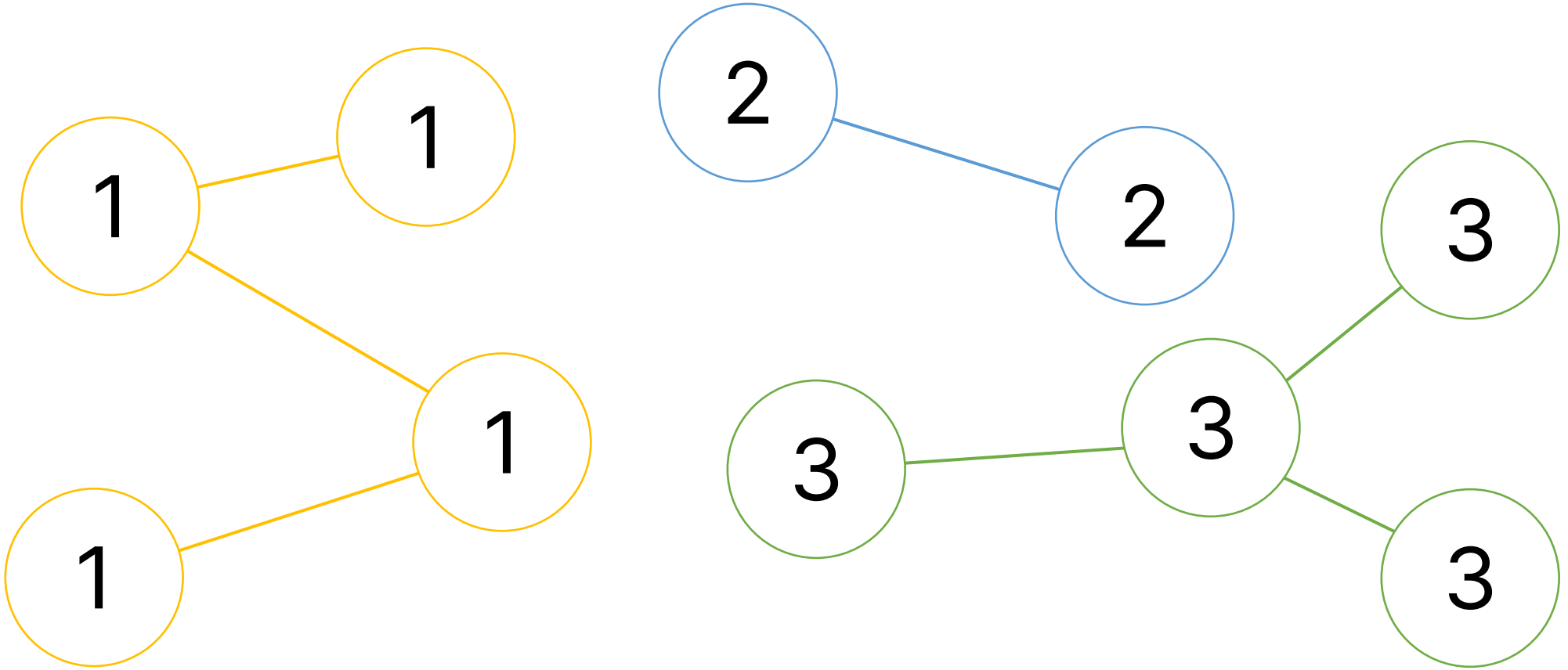
Connected Component



Connected Component



Connected Component



Connected Component

- 탐색을 총 3번 실행해 모든 노드를 방문했으므로 연결 요소는 3개이다

문제

- DFS와 BFS BOJ 1260
- 죽음의 게임 BOJ 17204
- 거리가 k이하인 트리 노드에서 사과 수확하기 BOJ 25516
- 섬의 개수 BOJ 4963
- 안전 영역 BOJ 2468