## 3.5. Función de probabilidad.

### 1.Definición.

- La función de la probabilidad es la función que relaciona posibles resultados a cada uno de los espacios muestrales pertenecientes a una variable discreta. Supongamos que $P$ es una función cuyo dominio es $\mathcal{L}$ y su conjunto de llegada es el intervalo cerrado de números reales de cero a uno: $P\colon \mathcal{L} \rightarrow [0,1]$

"Digamos que, Y es una variable aleatoria discreta, la Función de Probabilidad es la función $p: R \rightarrow [0,1]$ que asigna probabilidades a cada uno de los espacios muestrales pertenecientes a Y." (Perez, 2010)

"Se la denomina como la probabilidad de que una variable aleatoria X tome un valor individual: $f(x_i) = (X = x)$". (Gasco, 2011)

### 3.5.1. Propiedades de la función de la probabilidad.

Sea $P: \mathcal{L} \rightarrow [0,1]$ una función de probabilidad. Se deben cumplir estas 3 propiedades:

1. $P(\Omega) = 1$
2. $0 \leq P(E) \leq 1 \quad \forall \, E \in \mathcal{L}$
3. $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$ si y solamente si $E_1$ y $E_2$ son mutuamente excluyentes

### 3.5.2. Regla de Laplace.

**1.Definición.**

- Esta regla establece que la probabilidad de cualquier evento $E$ es igual al cociente entre el número de resultados favorables y el número total de posibles resultados del espacio muestral $\Omega$. Esto es: $P(E) = \frac{N(E_i)}{N(\Omega)}$

- ***Ejemplo 1.***

  En un colegio se fue preguntando a 4 parejas de estudiantes que versión, entre, Windows 7 y 8 preferían usar ¿cuáles fueron sus posibles respuestas?

a.) Defina el conjunto omega

$$\Omega = \begin{Bmatrix} \{windows\ 7\ , windows\ 7\}, \\ \{windows\ 7, windows\ \ 8\}, \\ \{windows 8, windows\ 7\}, \\ \{windows\ 8, windows\ 8\} \end{Bmatrix}$$

b.) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 1 pareja solo haya escogido Windows 7?

1. Definición de evento

   $E_{1=}$ Que los 2 estudiantes que conforman la pareja hayan escogido Windows 7

$$E_{1=}\{(Windows\ 7,\ \ Windows\ 7)\}$$

2. Calculo de la probabilidad

$$P(E_1) = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

### 3.7. Ley del complemento.

**1.Definición.**

- Sea $x$ un subconjunto perteneciente al espacio muestral $S$, su complemento está compuesto por los elementos de $S$ que no pertenecen a $x$. El símbolo del complemento se denota por: $\bar{A}$ o por $A^C$.

  Según los axiomas antes mencionados, $P(S) = 1$.
  - En efecto, como $A \cup A^C = S$ entonces $P(A \cup A^C) = P(S)$
  - Así $P(A \cup A^C) = 1$
  - $A$ y $A^C$ son eventos mutuamente exclusivos, entonces $P(A) + P(A^C) = 1$
  - Finalmente $\boldsymbol{P(A^C) = 1 - P(A)}$ la cual se denomina la ley del complemento.

Re

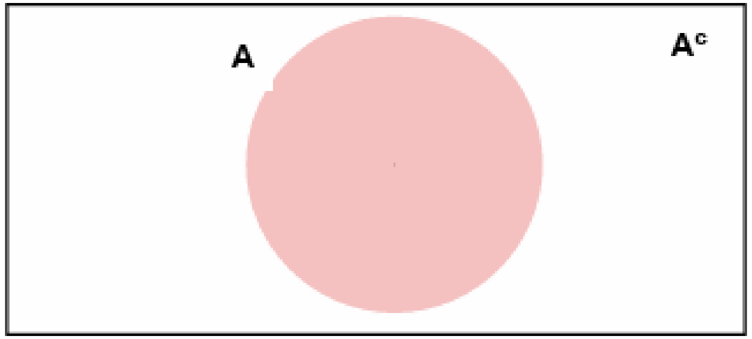



*Ilustración 161: Complemento del conjunto A*

"La probabilidad del complemento de un conjunto cualquiera $D$ se denomina como la probabilidad complementaria: $P(D^C) = 1 - P(D)$." (Luna & Guillermo, 2010)

"Sea $A$ un evento, su complemento está definido como un nuevo evento que consta de todos los espacios muestrales que no se encuentran en $A$. Se denota: $A_c$." (Anderson, Sweeney, & Williams, 2010)

- **Ejemplo 3.**
  Se realiza una encuesta a 30 estudiantes de un curso de Ingeniería en teleinformática preguntando si prefieren el lenguaje de programación Python en vez del lenguaje de programación C, 15 seleccionaron "De acuerdo", 5 "Parcialmente de acuerdo", 10 "En total desacuerdo".
  ¿Cuál sería la probabilidad de el evento complementario de que un grupo de estudiantes estén en total desacuerdo con la opción planteada?

1. $E_1$: Estudiantes que estén en total desacuerdo en preferir el lenguaje de programación Python.
$$N(E1) = 15$$
2. Su probabilidad es:
$$P(E_1) = \frac{15}{30} = 0{,}50$$
3. La probabilidad del evento complementario es:
$$P({E_1}^c) = 1 - \frac{15}{30} = 0{,}50$$

*Ilustración 164: Estudiantes- (Ejemplo 3)*

## 3.8. Ley aditiva de probabilidad.

### 1.Definición.

- Sean dos eventos que pueden ocurrir al mismo tiempo, es decir, no excluyentes. Se pueden descomponer en eventos mutuamente excluyentes para aplicar la ley aditiva de probabilidad, sumando las probabilidades de cada uno y restando la probabilidad de ambos. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

"Si dos o más eventos no son mutuamente excluyentes, la probabilidad de que sucedan ambos o solo uno de ellos se deduce sumando sus probabilidades particulares, pero restando la probabilidad de que suceda la común entre ellos: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$." (S. & Fernández., 2010)

"Sean dos eventos cualesquiera $A$ y $B$ la probabilidad de la unión de esos dos eventos es $P(A \cup B)$ entonces la ley aditiva de la probabilidad se la enuncia de la siguiente manera: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$." (Torres, 2010)

### 3.8.1. Ejemplos.

- **Ejemplo 1.**

  En un grupo de estudiantes de la universidad de Guayaquil la probabilidad de que prefieran carreras técnicas es $23/100$; administrativas es de $23/100$; sociales $11/25$; las tres $1/10$; técnicas y administrativas $23/50$; técnicas y sociales $11/50$; administrativas y sociales $17/100$ ¿Cuál es la probabilidad de que prefieran las 3?

1. Definir eventos.

   $E_1$: *Los estudiante prefieren carreras técnicas.*

   $E_2$: *Los estudiante prefieren carreras administrativas.*

   $E_3$: *Los estudiante prefieren carreras sociales.*

2. Definición matemática de los eventos.

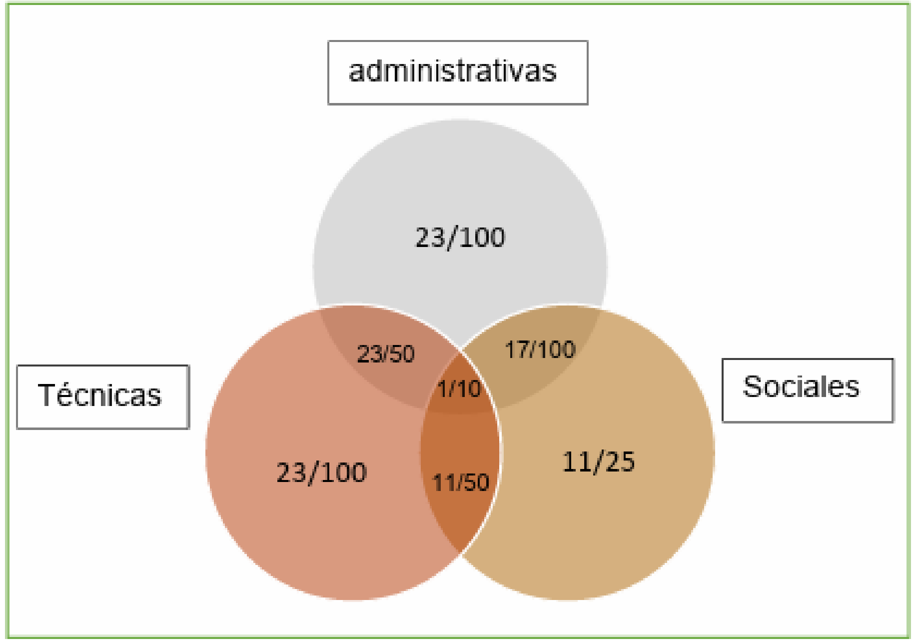
$$P\ (E_1) = 23/100$$

$$P\ (E_2) = 23/100$$

$$P\ (E_3) = 11/25$$

3. Gráfico.

Re




4. Desarrollo del problema.

$$P\ (E_1 U\ E_2 U\ E_3) = \frac{23}{100} + \frac{23}{100} + \frac{11}{25} - \frac{23}{50} - \frac{17}{100} - \frac{11}{50} + \frac{1}{10} = 0{,}15$$

- **Ejemplo 3.**

  En la universidad de Guayaquil existen dos carreras en la facultad de CISC ingeniería en sistemas e ingeniería en networking. El 50% de los estudiantes de ingeniería en sistemas saben programar en C y el 30% del de ingeniería en networking saben programar en Python. Un 20% de sus estudiantes saben programar en ambos.

  Si se elige un estudiante de la facultad al azar. Calcular la probabilidad de que ese estudiante:

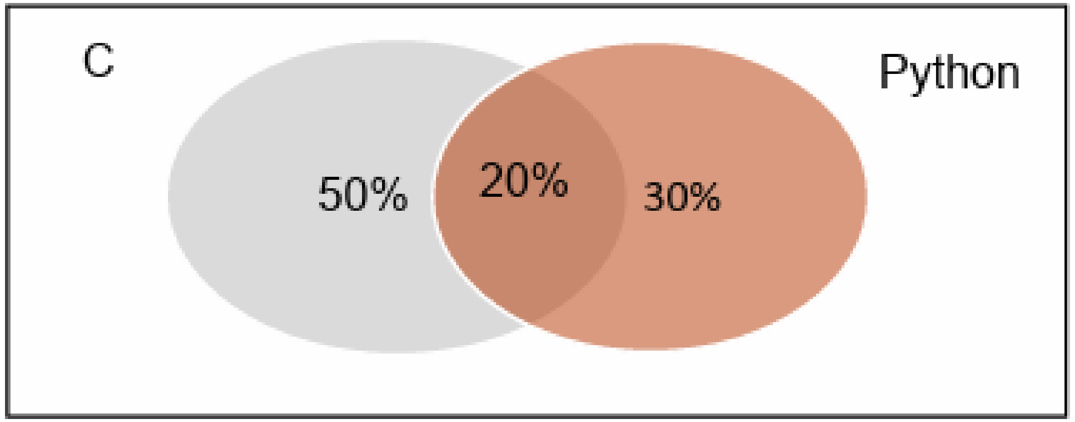
a) Sepa programar en algún lenguaje de programación.

1. Definimos eventos.

$E_1$: El estudiante escogido programe en C

$E_1$: El estudiante escogido programe en Python

2. Grafico




3. Definición matemática

$$E_1 \cap E_2 = 5$$
$$P\ (E_1) = \frac{50}{100}$$
$$P\ (E_2) = \frac{30}{100}$$
$$P\ (E_1 \cap E_2) = \frac{20}{100}$$

4. Desarrollo del problema

$$P\ (E_1 \cup E_2) = \frac{50}{100} + \frac{30}{100} - \frac{20}{100}$$

$$P\ (E_1 \cup E_2) = \frac{3}{5} = 0{,}6$$

## 4.1. Probabilidad condicional.

**Definición.**

- Se conoce como probabilidad condicional a la probabilidad de que se dé un suceso A, conociendo, que también se da un suceso B. La probabilidad condicional se define formalmente como: $P\left(\frac{A}{B}\right)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$ ; $P(B) > 0$ , leyéndose "probabilidad de A dado B".

"Sean $(\Omega, \rho, P)$ un espacio probabilístico, sean dos eventos $A, B \in \rho$ y sus probabilidades sean $P(A)$ y $P(B)$ respectivamente. La probabilidad de que suceda el evento B condicionado por el evento A, representado por $P(B/A)$, es igual a la división entre las probabilidades $P(A \cap B)$ y $P(A)$." (Miguel, 2011)

"La probabilidad condicional $P(A/B)$ de un acontecimiento $A$ dado otro acontecimiento $B$ es simplemente la probabilidad de que suceda $A$ sabiendo que $B$ se ha realizado. Su definición formal es la siguiente:

$P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P A\cap B}{P(B)}$, siempre y cuando $P(B) > 0$." (Epsilon, 2010)

- ***Ejemplo 2.***

  Se han dado dos eventos aleatorios cualesquiera, D y E, $P(D) = 1/5$ $P(E) = 1/6$ y $p(D \cap E) = 1/7$. Determinar: $P(D|E)$

Solución:

1. Definición matemática.

$p(D) = 1/5$

$p(E) = 1/6$

$p(D \cap E) = 1/7$

$$P(D|E) = \frac{p(D \cap E)}{p(E)}$$

Ilustración 168: Ejemplo #2

2. Desarrollo del problema.

$$P(D|E) = \frac{p\left(D \cap E\right)}{p(E)}$$

$$P(D|E) = \frac{\frac{1}{7}}{\frac{1}{6}} = \frac{6}{7} = 0{,}86$$

## 4.2. Independencia de eventos.

**Definición.**

- Se conoce como independencia de eventos, sean $A$ y $B$ dos sucesos cualesquiera, cuando la probabilidad de que ocurra el evento $A$ no está influida por que el evento $B$ suceda o no. La independencia de eventos se define formalmente como: $P(A \cap$

"Sean dos eventos A y B, se dice que el evento A es independiente de B si $P(A \cap B) = P(A)\,P(B)$. " (Calvo & Chamorro, 2008)

"En la mayor parte de los casos la independencia de eventos se deduce matemáticamente del criterio del producto: A y B son independientes si y sólo sí $P(A \cap B) = P(A)P(B)$." (Miguel, 2011)

- ***Ejemplo 3.***

¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante de ingeniería en sistemas pueda aprender varios lenguajes de programación y sepa programar en C es de 0,40, de que una persona sepa programar en Python 0,58 y de que una persona sepa programar en C# es de 0,10?

1. Definir eventos.

$$E1 = \{estudiante\ que\ sabe\ programar\ en\ c\};$$
$$E2 = \{estudiante\ que\ sabe\ programar\ en\ Python\}$$
$$E3 = \{estudiante\ que\ sabe\ programar\ en\ c\#\}$$

2. Definición matemática.

$$P(E1) = 40\%$$
$$P(E2) = 58\%$$
$$P(E3) = 10\%$$

3. Solución matemática.

$$P(E1 \cap E2 \cap E3) = P(E1)P(E2)P(E3)$$
$$P(E1 \cap E2 \cap E3) = 0{,}40 * 0{,}58 * 0{,}10 = 0{,}0232$$

Ilustración 172:Ejemplo 3