Module 5 – Statistique descriptive

Exercices et corrigé

MQT 1001 Mathématiques appliquées à la gestion

Houda Affes



Table des matières

Exercices	
Section 1	1
Section 2	4
Section 3	9
Section 4	13
Corrigé des exercices	18
Section 1	18
Section 2	20
Section 3	25
Section 4	31

Exercices

Section 1

- 1. Dites si les caractères suivants sont quantitatifs ou qualitatifs.
 - a) Le nombre d'actions vendues chaque jour à la Bourse.
 - b) Les températures enregistrées chaque demi-heure dans un centre météorologique.
 - c) Le nombre de livres sur une étagère de bibliothèque.
 - d) Les provinces du Canada.
 - e) Le nombre d'inscriptions à l'Université TÉLUQ pendant un certain nombre d'années.
 - f) Le nombre des membres d'une famille.
 - g) Le statut civil d'un individu.
 - h) Le nombre de pétales d'une fleur.
 - i) La religion pratiquée.
 - i) Les types d'habitation.
 - k) L'échelle d'appréciation d'un produit (de « très apprécié » à « peu apprécié »).
 - I) Le revenu des employés.
 - m) Le revenu des employés divisé en catégories (haut, moyen et bas).
- 2. Pour chacun des caractères de la question précédente, identifiez le type : nominal, ordinal, discret, continu.
- 3. Exercice d'application

On vous demande de produire une étude statistique comparative des ventes annuelles, des profits et du nombre d'employés de 30 entreprises de différentes tailles qui comptent 11 entreprises de produits pharmaceutiques et 19 entreprises d'équipements informatiques. On vous fournit le tableau de données brutes de la page suivante, intitulé 30 entreprises¹:

^{1.} Cet exercice d'application a pour but de vous entraîner à appliquer l'ensemble des concepts de la statistique descriptive à une même série de données. Vous trouverez donc, après chaque section, quelques problèmes à réaliser à partir de ces résultats financiers.

Tableau 5.1 30 entreprises

Entreprise	Taille	Ventes annuelles (\$)	Profits (\$)	Nombre d'employés
Équipements informatiques	Petite	855 100,00	31 000,00	7 523
Produits pharmaceutiques	Grande	5 453 500,00	859 800,00	40 929
Équipements informatiques	Petite	2 153 700,00	153 000,00	8 200
Produits pharmaceutiques	Grande	6 747 000,00	1 102 200,00	50 816
Équipements informatiques	Petite	5 284 000,00	454 000,00	12 068
Produits pharmaceutiques	Grande	9 422 000,00	747 000,00	54 100
Équipements informatiques	Petite	2 876 100,00	333 300,00	9 500
Équipements informatiques	Petite	709 300,00	41 400,00	5 000
Équipements informatiques	Petite	2 952 100,00	80 400,00	18 000
Équipements informatiques	Petite	784 700,00	89 000,00	4 708
Équipements informatiques	Petite	1 324 300,00	119 700,00	13 740
Produits pharmaceutiques	Moyenne	4 175 600,00	939 500,00	28 200
Équipements informatiques	Grande	11 899 000,00	829 000,00	95 000
Équipements informatiques	Petite	873 600,00	79 500,00	8 200
Produits pharmaceutiques	Grande	9 844 000,00	1 082 000,00	83 100
Produits pharmaceutiques	Petite	969 200,00	227 400,00	3 418

Entreprise	Taille	Ventes annuelles (\$)	Profits (\$)	Nombre d'employés
Produits pharmaceutiques	Moyenne	6 698 400,00	1 495 400,00	34 400
Équipements informatiques	Grande	5 956 000,00	412 000,00	56 000
Produits pharmaceutiques	Grande	5 903 700,00	681 100,00	42 100
Équipements informatiques	Moyenne	2 959 300,00	252 800,00	31 404
Produits pharmaceutiques	Petite	1 198 300,00	86 500,00	8 527
Équipements informatiques	Petite	990 500,00	20 900,00	8 578
Produits pharmaceutiques	Moyenne	3 243 000,00	471 300,00	21 300
Équipements informatiques	Petite	1 382 300,00	300,00	2 900
Équipements informatiques	Petite	1 014 000,00	47 700,00	9 100
Équipements informatiques	Petite	1 769 200,00	60 800,00	10 200
Équipements informatiques	Petite	1 643 900,00	118 300,00	9 548
Équipements informatiques	Grande	1 096 900,00	9 300,00	82 300
Produits pharmaceutiques	Moyenne	2 916 300,00	176 000,00	20 100
Équipements informatiques	Moyenne	3 078 400,00	424 300,00	28 334

Déterminez d'abord le type des divers caractères à l'étude : caractère qualitatif (nominal ou ordinal), caractère quantitatif (discret ou continu). Énumérez ensuite les modalités ou les valeurs de chaque caractère.

Section 2

4. Calculez les pourcentages (fréquences relatives) de PIB manquants dans ce tableau.

Tableau 5.2 Calcul du produit intérieur brut (PIB) par les revenus des facteurs

Catégorie	Montant en 2020 (en milliards de \$)	Pourcentage du PIB
Salaires, traitements et autres revenus complémentaires du travail	501,60	57
Intérêts et revenus divers de placements	71,28	
Bénéfices des sociétés avant impôts	41,45	4,71
Revenus nets des agriculteurs imputables à la période	5,19	0,59
Revenus nets des entreprises non agricoles individuelles	49,28	
Impôts indirects moins subventions	103,66	
Dépréciation (amortissement)	103,66	
Écart statistique	3,87	0,44
Produit intérieur brut	880	100

5. Une chaîne d'alimentation connue vous demande d'effectuer une étude sur la consommation des céréales Croustog. Vous soumettez l'assertion suivante à un échantillon de 1 004 personnes qui consomment ces céréales : « Les céréales Croustog sont les meilleures que j'ai mangées depuis longtemps. » 126 personnes répondent qu'elles sont très en accord, 126, qu'elles sont en accord, 294, qu'elles sont en désaccord et 458, qu'elles sont totalement en désaccord. Construisez le tableau statistique et interprétez les résultats. Recommanderiez-vous au marchand de laisser ces céréales sur les tablettes?

6. Que pouvez-vous déduire de la lecture du tableau suivant?

Tableau 5.3 Répartition des entreprises de détail selon leur niveau de ventes annuelles

Tranche de ventes annuelles	Nombre d'établissements	Fréquences relatives %	Fréquences relatives cumulées
de 10 000 à 49 999 \$	30 905	18,30	18,30
50 000-99 999	52 385	31,02	49,32
100 000-249 999	40 560	24,02	73,34
250 000-499 999	25 987	15,39	88,73
500 000-999 999	13 687	8,11	96,84
1 000 000 et plus	5 340	3,16	100,00

7. Interprétez le tableau suivant.

Tableau 5.4 Relation entre la langue parlée et l'achat ou non du journal *La Presse* (exemple fictif)

	Langue parlée		n
	Anglophones	Francophones	
Achètent	34	105	139
N'achètent pas	96	28	124
n =	130	133	263

8. Interprétez le tableau de série chronologique suivant.

Tableau 5.5 Lésions professionnelles indemnisées

	2014	2017	2020
Anxiété, stress	112	165	501
Épuisement professionnel	20	35	15
Choc nerveux	468	600	484
Total	600	800	1 000

9. Exercice d'application

À partir de la série de données reproduites au tableau 5.1 intitulé 30 entreprises, reproduit à la page suivante, construisez (avec les fréquences, les fréquences relatives et les fréquences relatives cumulées) et interprétez les tableaux statistiques suivants :

- a) La répartition des entreprises selon leur taille.
- b) La répartition des entreprises selon leurs ventes annuelles.
- c) La répartition des entreprises d'équipements informatiques selon leurs ventes annuelles.
- d) La relation entre les types d'entreprises et leur taille.
- e) La relation entre les profits des entreprises en fonction de leur taille.

Tableau 5.1 30 entreprises

Entreprise	Taille	Ventes annuelles (\$)	Profits (\$)	Nombre d'employés
Équipements informatiques	Petite	855 100,00	31 000,00	7 523
Produits pharmaceutiques	Grande	5 453 500,00	859 800,00	40 929
Équipements informatiques	Petite	2 153 700,00	153 000,00	8 200
Produits pharmaceutiques	Grande	6 747 000,00	1 102 200,00	50 816

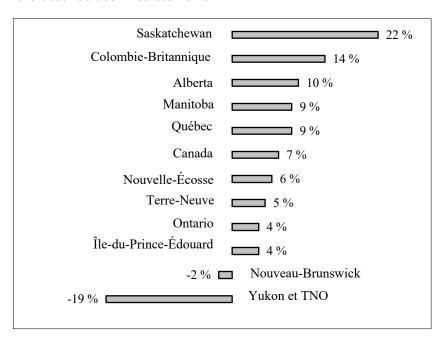
Entreprise	Taille	Ventes annuelles (\$)	Profits (\$)	Nombre d'employés
Équipements informatiques	Petite	5 284 000,00	454 000,00	12 068
Produits pharmaceutiques	Grande	9 422 000,00	747 000,00	54 100
Équipements informatiques	Petite	2 876 100,00	333 300,00	9 500
Équipements informatiques	Petite	709 300,00	41 400,00	5 000
Équipements informatiques	Petite	2 952 100,00	80 400,00	18 000
Équipements informatiques	Petite	784 700,00	89 000,00	4 708
Équipements informatiques	Petite	1 324 300,00	119 700,00	13 740
Produits pharmaceutiques	Moyenne	4 175 600,00	939 500,00	28 200
Équipements informatiques	Grande	11 899 000,00	829 000,00	95 000
Équipements informatiques	Petite	873 600,00	79 500,00	8 200
Produits pharmaceutiques	Grande	9 844 000,00	1 082 000,00	83 100
Produits pharmaceutiques	Petite	969 200,00	227 400,00	3 418
Produits pharmaceutiques	Moyenne	6 698 400,00	1 495 400,00	34 400
Équipements informatiques	Grande	5 956 000,00	412 000,00	56 000
Produits pharmaceutiques	Grande	5 903 700,00	681 100,00	42 100

Entreprise	Taille	Ventes annuelles (\$)	Profits (\$)	Nombre d'employés
Équipements informatiques	Moyenne	2 959 300,00	252 800,00	31 404
Produits pharmaceutiques	Petite	1 198 300,00	86 500,00	8 527
Équipements informatiques	Petite	990 500,00	20 900,00	8 578
Produits pharmaceutiques	Moyenne	3 243 000,00	471 300,00	21 300
Équipements informatiques	Petite	1 382 300,00	300,00	2 900
Équipements informatiques	Petite	1 014 000,00	47 700,00	9 100
Équipements informatiques	Petite	1 769 200,00	60 800,00	10 200
Équipements informatiques	Petite	1 643 900,00	118 300,00	9 548
Équipements informatiques	Grande	1 096 900,00	9 300,00	82 300
Produits pharmaceutiques	Moyenne	2 916 300,00	176 000,00	20 100
Équipements informatiques	Moyenne	3 078 400,00	424 300,00	28 334

Section 3

10. Interprétez le diagramme ci-dessous qui porte sur la croissance canadienne des investissements.

Figure 5.1 La croissance des investissements



Source : Parkin, M. et R. Bade (2005). Introduction à la macroéconomie moderne, 3° édition, Pearson ERPI, p. 212.

11. La figure 5.2 présente le pourcentage du PIB (produit intérieur brut) consacré aux dépenses d'ordre social publiques et totales (publiques plus privées) par les sept plus grands pays industrialisés. Ces dépenses comprennent les sommes affectées aux soins de santé, à l'éducation, aux prestations d'aide sociale, aux régimes de retraite publics et à l'assurance-emploi. Comparez le niveau de dépenses d'ordre social du Canada par rapport aux autres pays.

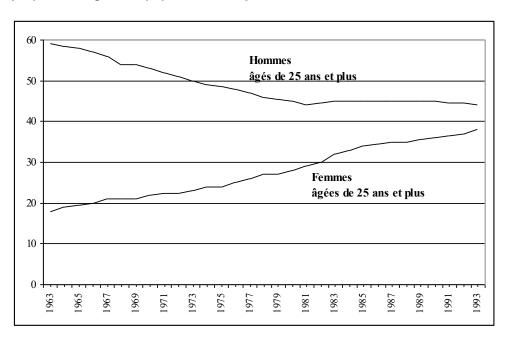
36% 32% 28% 24% 20% 16% 12% 8% 4% 0% États-Unis France Allema gne Japon Moyenne Bretagne ■ Dépenses publiques ■ Dépenses totales

Figure 5.2 Dépenses d'ordre social de sept pays en proportion de leur PIB (produit intérieur brut)

Source: Fonds monétaire international (FMI) (1985). Long-Term Trends in Social Expenditures in the Group of Seven Major Industrialized Countries, Washington, D.C., p. 709.

12. Interprétez le diagramme suivant.

Figure 5.3 Composition de la main-d'œuvre par groupes démographiques – 1963-1993 (en pourcentage de la population totale)



Source: John R. Schermerhorn (2006). Comportement humain et organisation, 3° édition, Pearson ERPI, p. 117.

13. On considère un montant de 100 \$ investi en 1950, sans frais d'acquisition ou de taxes, dont tous les revenus sont réinvestis. Le tableau suivant représente la valeur de cet investissement pour différentes années.

Tableau 5.6 Évolution de la valeur d'investissement d'un montant de 100 \$ depuis 1975

Années	Valeur de l'investissement
1975	100 \$
1980	320 \$
1985	560 \$
1990	1 000 \$
1995	1 600 \$
2000	1 800 \$
2005	2 500 \$
2010	7 900 \$
2015	11 200 \$
2020	20 000 \$

Construisez un graphique à échelle logarithmique représentant ce tableau.

- 14. Exercice d'application. À partir des données des tableaux 5.15 à 5.19 de la section 2 (corrigé des exercices du module 5), construisez les graphiques suivants :
 - a) Le diagramme circulaire à secteurs de la répartition (en fréquences relatives) des entreprises selon leur taille (tableau 5.15).
 - b) L'histogramme de la répartition (en fréquences) des entreprises selon leurs ventes annuelles (tableau 5.16).
 - c) Le diagramme à ligne brisée de la répartition (en pourcentage) des entreprises d'équipements informatiques selon leurs ventes annuelles (tableau 5.17).
 - d) Le diagramme à bandes (en fréquences) de la relation entre les types d'entreprises et leur taille (tableau 5.18).
 - e) Le diagramme à bandes (en fréquences) de la relation entre les profits des entreprises en fonction de leur taille. Répartissez les profits des entreprises en trois classes : « moins de 250 000 \$ », « de 250 000 \$ à 749 999 \$ » et « plus de 750 000 \$ » (tableau 5.19).
- 15. Exercice d'application. À partir de la série de données reproduites au tableau 5.1 intitulé $30 \, \text{entre}$ prises, construisez et interprétez le graphique de la relation entre les profits des entreprises (y) en fonction des ventes annuelles (x).

Section 4

e) 10

•	•	
16.		e salaire moyen annuel de dix travailleurs est de 15 665 \$ et que deux des travailleurs gagnent acun 20 000 \$ par année, quel est le salaire annuel moyen des huit autres travailleurs?
17.	Si lo	a moyenne de sept chiffres est 5, quelle est la somme des nombres?
18.	La	moyenne de 738, 922, 647, 438, 565 et 464 est :
	a)	606
	b)	629
	C)	644,8
	d)	754,8
	e)	829
19.	Qu	el est le mode de la suite de nombres suivants : 16, 15, 17, 12, 15, 15, 18, 19, 18?
	a)	15
	b)	16
	C)	17
	d)	18
	e)	19
20.		résultats de neuf étudiants à un test sont 72, 78, 81, 64, 85, 92, 95, 60 et 55. Quelle est la gyenne des résultats de ces étudiants?
21.	lun	températures à minuit à Québec dans la semaine du 12 novembre étaient les suivantes di, 5°C; mardi, 10°C; mercredi, – 2°C; jeudi, – 5°C; vendredi, 0°C; samedi, 4°C; dimanche, °C. Quelle était la température moyenne pour la semaine?
22.	La	médiane de la série de nombres 8, 5, 7, 5, 9, 9, 1, 8, 10, 5 et 10 est :
	a)	5
	b)	7
	C)	8
	d)	9

23. Le responsable des finances d'une grande compagnie de cartes de crédit a fait faire un relevé des erreurs de facturation. Chaque semaine, pendant cinq semaines, il a fait effectuer un contrôle visuel quotidien d'un échantillon de factures. Le contrôleur lui fournit un tableau des erreurs de facturation (tableau 5.7) reproduit ci-dessous. Calculez l'étendue, la moyenne, la médiane et le mode de chaque échantillon hebdomadaire. Calculez aussi la moyenne des moyennes et la moyenne des étendues. Interprétez les résultats.

Tableau 5.7
Erreurs de facturation

Échantillon	Semaine 1	Semaine 2	Semaine 3	Semaine 4	Semaine 5
Jour 1	5	6	5	8	7
Jour 2	6	4	4	2	3
Jour 3	5	3	8	5	1
Jour 4	1	2	6	8	3
Jour 5	4	0	2	8	8

24. Calculez l'écart interquartile de la série de nombres suivante :

8, 5, 7, 5, 9, 9, 1, 8, 10, 5, et 10.

25. Voici les résultats obtenus par des étudiants à un test de statistique :

50, 52, 54, 58, 60, 65, 66, 68, 70, 75, 80, 88, 90, 95

Déterminez les 3 quartiles de cette distribution.

26. Le tableau 5.8 montre les moyennes historiques des taux de rendement et des écarts types de quelques placements majeurs (chiffres fictifs). En utilisant l'écart type comme mesure de risque, déterminez les placements les plus risqués et les placements les moins risqués.

Tableau 5.8 Séries de taux de rendement annuels (de 1980 à 2020)

Type de placement	Moyenne arithmétique (%)	Écart type (%)
Bons du Trésor	5,31	3,60
Obligations d'épargne du Canada	8,98	11,04
Actions ordinaires	13,88	17,90
Actions américaines	15,65	18,75
Actions internationales	16,90	15,44

27. À partir du tableau suivant, calculez la covariance entre les rendements des titres X et les rendements du marché. Les titres X et le marché croissent-ils simultanément?

Tableau 5.9 Comparaison des rendements des titres X avec les rendements du marché

Rendements des titres X	Rendements du marché
-0,10	- 0,20
- 0,05	- 0,10
0,00	- 0,05
0,08	0,00
0,14	0,10
0,20	0,20
0,25	0,30

- 28. Exercice d'application. À partir de la série de données reproduites au tableau 5.1 intitulé 30 entreprises, calculez la moyenne, la médiane, l'étendue, la variance et l'écart type des profits:
 - a) de l'ensemble des entreprises;
 - b) des entreprises d'équipements informatiques;
 - c) des entreprises de produits pharmaceutiques.

Effectuez la comparaison des différentes mesures de tendance centrale et de dispersion.

- 29. Exercice d'application. Un journaliste financier a émis comme hypothèse qu'il existait une relation évidente entre les profits de ces 30 entreprises et le nombre de leurs employés. Vérifiez cette assertion en calculant le coefficient de corrélation.
- 30. Pour chacun des ensembles de données suivants, déterminez la moyenne, l'écart type et l'étendue.
 - a) 1, 1, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 12, 15
 - b) On a fait un relevé du nombre d'enfants par famille auprès de 200 familles d'un quartier de la ville. Voici les résultats :

Tableau 5.10 Répartition du nombre d'enfants par famille

Nombre d'enfants par famille	Effectifs
0	62
1	48
2	30
3	27
4	17
5	7
6	6
7	2
8	1

c) On a fait un relevé des salaires hebdomadaires des employés d'une compagnie fictive, Mathos inc. Voici les résultats de cette enquête :

Tableau 5.11 Répartition des salaires hebdomadaires chez Mathos inc.

Tranche de salaire	Effectifs
[300, 400[12
[400, 500[28
[500, 600[43
[600, 700[52
[700, 800[58
[800, 900[40
[900, 1000[7

Corrigé des exercices

Section 1

1.

- a) Quantitatif
- b) Quantitatif
- c) Quantitatif
- d) Qualitatif
- e) Quantitatif
- f) Quantitatif
- g) Qualitatif
- h) Quantitatif
- i) Qualitatif
- j) Qualitatif
- k) Qualitatif
- I) Quantitatif
- m) Qualitatif

2.

- a) Discret
- b) Continu
- c) Discret
- d) Nominal
- e) Discret
- f) Discret
- g) Nominal
- h) Discret
- i) Nominal
- j) Nominal

- k) Ordinal
- I) Discret
- m) Ordinal

3.

Tableau 5.12

Caractère	Type de caractère	Modalités ou valeurs
Entreprise	Qualitatif nominal	Équipements informatiques Produits pharmaceutiques
Taille	Qualitatif ordinal	Petite Moyenne Grande
Ventes annuelles	Quantitatif discret (dans l'exercice, il sera toutefois assimilé à un caractère continu)	Les valeurs sont au nombre de 30 et varient de 709 300 \$ à 11 899 000 \$.
Profits	Quantitatif discret (dans l'exercice, il sera toutefois assimilé à un caractère continu)	Les valeurs, au nombre de 30, varient de 300 \$ à 1 495 400 \$.
Nombre d'employés	Quantitatif discret	Les valeurs varient de 2 900 à 95 000 employés

Section 2

4.

Tableau 5.13 Calcul du produit intérieur brut (PIB) par les revenus des facteurs

Catégorie	Montant en 2020 (en milliards de \$)	Pourcentage du PIB
Salaires, traitements et autres revenus complémentaires du travail	501,60	57,0
Intérêts et revenus divers de placements	71,28	8,1
Bénéfices des sociétés avant impôts	41,45	4,71
Revenus nets des agriculteurs imputables à la période	5,19	0,59
Revenus nets des entreprises non agricoles individuelles	49,28	5,6
Impôts indirects moins subventions	103,66	11,78
Dépréciation (amortissement)	103,66	11,78
Écart statistique	3,87	0,44
Produit intérieur brut	880	100,0

5.

Tableau 5.14 « Les céréales Croustog sont les meilleures que j'ai mangées depuis longtemps » (exemple fictif)

Modalité	Fréquences	Fréquences relatives	Fréquences relatives cumulées
Très en accord	126	12,5 %	12,5 %
En accord	126	12,5 %	25,0 %
En désaccord	294	29,3 %	54,3 %
Très en désaccord	458	45,7 %	100,0 %
Total	1 004	100,0 %	

Seulement le quart des répondants (25%) sont « très en accord » ou « en accord » avec l'énoncé. Près de la moitié (45,7%) des personnes interrogées marquent leur très grand désaccord. Il serait sage de recommander au marchand de se départir de ce type de céréales.

- 6. On peut remarquer que près du cinquième (18%) des commerçants affichaient un chiffre d'affaires inférieur à 50 000 \$; que 49 % de ces entreprises avaient des ventes annuelles de moins de 100 000 \$; et que moins de 4 % des détaillants réalisaient des ventes annuelles supérieures à un million de dollars.
- 7. Ce tableau établit la relation entre la langue parlée et l'achat ou non du journal *La Presse*. Chez les anglophones, 34 sur 130 achètent ce journal, 96 sur 130 ne l'achètent pas. Chez les francophones interrogés, 105 sur 133 l'achètent. À l'évidence, une plus grande proportion de francophones que d'anglophones achètent ce journal (34 sur 139 par rapport à 105 sur 139).

NOTE : Un calcul des fréquences relatives par colonnes et par lignes faciliterait l'interprétation des données.

8. De plus en plus de lésions professionnelles indemnisées sont liées à l'anxiété et au stress. Alors qu'elles ne représentaient que 112 cas sur 600 en 2014, les lésions professionnelles liées à l'anxiété et au stress représentent 501 cas sur 1 000 en 2020. Les lésions professionnelles causées par un choc nerveux sont encore les cas les plus fréquents, mais sont en diminution toutefois entre 2014 et 2020.

9. Exercice d'application

a)

Tableau 5.15 La répartition des entreprises selon leur taille

Taille	Fréquences	Fréquences relatives	Fréquences relatives cumulées
Petites entreprises	16	53,3 %	53,3 %
Moyennes entreprises	6	20,0 %	73,3 %
Grandes entreprises	8	26,7 %	100,0 %
Total	30	100,0 %	

Les petites entreprises comptent pour plus de la moitié des entreprises étudiées, les moyennes et grandes entreprises se répartissant de manière à peu près égale.

b)

Tableau 5.16 La répartition des entreprises selon leurs ventes annuelles

Ventes annuelles (\$)	Fréquences	Fréquences relatives	Fréquences relatives cumulées
Moins de 2 500 000	14	46,7 %	46,7 %
2 500 000-4 999 999	7	23,3 %	70,0 %
5 000 000-7 499 999	6	20,0 %	90,0 %
7 500 000-9 999 999	2	6,7 %	96,7 %
10 000 000 et plus	1	3,3 %	100,0 %
Total	30	100,0 %	

Près de la moitié des entreprises (46,7 %) annoncent des ventes annuelles inférieures à 2 500 000 \$. Une entreprise sur dix affiche des ventes supérieures à 7 500 000 \$, alors que 70 % des entreprises ont des ventes annuelles inférieures à 5 000 000 \$.

Tableau 5.17
La répartition des entreprises d'équipements informatiques selon leurs ventes annuelles

Ventes annuelles (\$)	Fréquences	Fréquences relatives	Fréquences relatives cumulées
Moins de 2 500 000	12	63,2 %	63,2 %
2 500 000-4 999 999	4	21,0 %	84,2 %
5 000 000-7 499 999	2	10,5 %	94,7 %
7 500 000-9 999 999	0	0,0 %	94,7 %
10 000 000 et plus	1	5,3 %	100,0 %
Total	19	100,0 %	

Les deux tiers (63.2%) des entreprises d'équipements informatiques annoncent des ventes annuelles inférieures à $2\,500\,000$ \$. Trois entreprises sur 19 ont, par ailleurs, des ventes annuelles supérieures à $5\,000\,000$ \$.

d)

Tableau 5.18 La relation entre les types d'entreprises et leurs tailles

Type d'anhanyina		Total		
Type d'entreprise	Grande	Moyenne	Petite	Iolai
Produits pharmaceutiques	5	4	2	11 (36,7 %)
Fréquences relatives par lignes	45,4 %	36,4 %	18,2 %	
Fréquences relatives par colonnes	62,5 %	66,7 %	12,5 %	
Équipements informatiques	3	2	14	19 (63,3 %)
Fréquences relatives par lignes	15,8 %	10,5 %	73,7 %	
Fréquences relatives par colonnes	37,5 %	33,3 %	87,5 %	
Total	8	6	16	30
	26,7 %	20,0 %	53,3 %	100,0 %

L'analyse des fréquences relatives par lignes montre que les trois quarts (73,7 %) des entreprises d'équipements informatiques sont des petites entreprises, alors que les entreprises de produits pharmaceutiques se répartissent majoritairement en grandes (45,5 %) et moyennes (36,4 %) entreprises. L'analyse des fréquences relatives par colonnes confirme cette analyse. Elle indique notamment que 14 des 16 entreprises d'équipements informatiques sont des petites entreprises.

e) L'analyse des fréquences relatives par lignes du tableau 5.19 montre que les petites entreprises affichent majoritairement des profits de moins de 250 000 \$, alors que les profits des grandes et des moyennes entreprises sont répartis plus uniformément. L'analyse des fréquences relatives par colonnes montre sans surprise que plus les profits sont élevés, plus ils sont le fait des moyennes et grandes entreprises.

NOTE: Nous avons suivi la technique proposée par Giard pour le regroupement des données des profits par classes. Nous retrouvons dans ce tableau un étalement qui conduit à une perte d'information, car il y a très peu de fréquences dans chaque classe. Un regroupement en deux ou trois classes serait ici plus approprié.

Tableau 5.19 La relation entre les profits des entreprises et leurs tailles

Taille	Moins de 250	250-499	500-749	750-999	1 000 et plus	Total	
Grande	1	1	2	2	2	8	
Fr. relat. lignes	12,5 %	12,5 %	25,0 %	25,0 %	25,0 %	(26,7 %)	
Fr. relat. colonnes	6,3 %	16,7 %	100,0 %	66,7 %	66,7 %		
Moyenne	1	3	0	1	1	6	
Fr. relat. lignes	16,7 %	50,0 %	0,0 %	16,7 %	16,7 %	(20,0 %)	
Fr. relat. colonnes	6,3 %	50,0 %	0,0 %	33,3 %	33,3 %		
Petite	14	2	0	0	0	16	
Fr. relat. lignes	87,5 %	12,5 %	0,0 %	0,0 %	0,0 %	(53,3 %)	
Fr. relat. colonnes	87,5 %	33,3 %	0,0 %	0,0 %	0,0 %		
Total	16	6	2	3	3	30	
	53,3 %	20,0 %	6,7 %	10,0 %	10,0 %	(100,0 %)	

Section 3

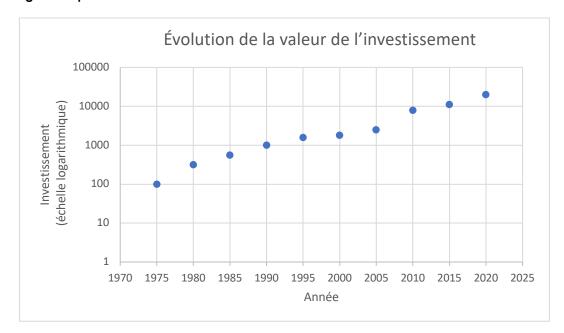
- 10. La croissance des investissements est plus élevée dans les quatre provinces de l'Ouest avec, en tête, la Saskatchewan. Le Québec s'en tire assez bien, mieux que sa voisine ontarienne; elle est la seule autre province qui démontre une croissance supérieure à la croissance canadienne (7 %). Trois des quatre provinces maritimes ont une croissance inférieure à la moyenne canadienne, la quatrième, le Nouveau-Brunswick, affiche un désinvestissement. Quant au Yukon et aux Territoires du Nord-Ouest, ils démontrent un net désinvestissement.
- 11. Si on le compare aux autres pays industrialisés, le Canada est légèrement sous la moyenne quant aux dépenses d'ordre social. « Le Canada consacre une part relativement faible de son produit intérieur brut aux dépenses d'ordre social. [...] Le Canada présente le plus bas niveau de dépenses publiques à l'exception des États-Unis et du Japon; il se classe de plus à l'avant-dernier rang au chapitre des dépenses totales, lesquelles ne sont moindres qu'au Japon » (Manuel de base du cours Introduction à la microéconomie moderne (ECO 1015), Téléuniversité, p. 709).
- 12. En 1963, on comptait moins de 20 % des femmes âgées de 25 ans et plus sur le marché du travail contre près de 60 % des hommes âgés de 25 ans et plus. Trente ans plus tard, les femmes composaient près de 40 % de cette main-d'œuvre; les hommes, moins de 45 %. « On constate, au vu de ces chiffres, une décroissance du nombre d'hommes et une présence accrue des femmes au sein de la population active canadienne » (John R. Schermerhorn, Jr. et al. (2006). Comportement humain et organisation, 3º édition, Pearson ERPI, p. 116). Cette tendance se poursuivra-t-elle?
- 13. Commençons par calculer les logarithmes des valeurs de l'investissement avant d'établir le graphique (vous pouvez dessiner le graphique à la main sur un papier millimétré ou utiliser le tableur Excel en y entrant les données du tableau, puis en utilisant la fonctionnalité « insertion » puis « graphiques » :

Tableau 5.20 Évolution de la valeur des investissements selon une échelle logarithmique

Années	Valeur de l'investissement	Log (investissement)
1975	100 \$	2
1980	320 \$	2,50
1985	560 \$	2,75
1990	1 000 \$	3

Années	Valeur de l'investissement	Log (investissement)
1995	1 600 \$	3,2
2000	1 800 \$	3,25
2005	2 500 \$	3,4
2010	7 900 \$	3,90
2015	11 200 \$	4,05
2020	20 000 \$	4,30

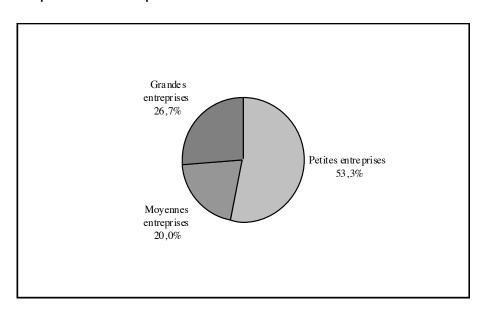
Figure 5.4 Évolution de la valeur d'investissement d'un montant de 100 \$ depuis 1975, selon une échelle logarithmique



14. Exercice d'application

a)

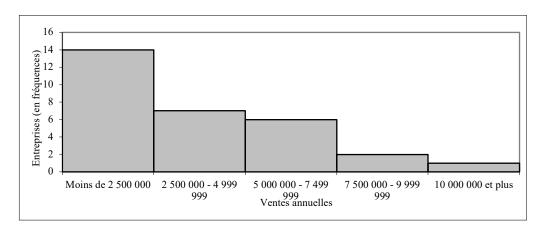
Figure 5.5 La répartition des entreprises selon leur taille



Source: Tableau 5.15.

b)

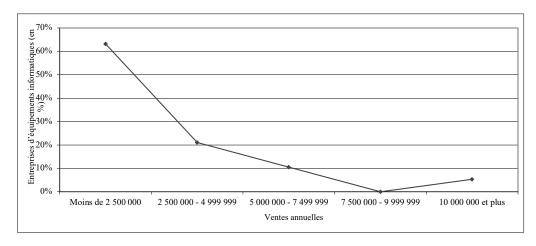
Figure 5.6 La répartition des entreprises selon leurs ventes annuelles



Source: Tableau 5.16.

C)

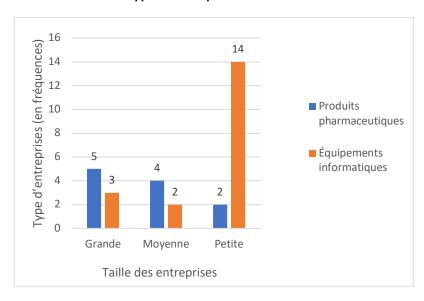
Figure 5.7
La répartition des entreprises d'équipements informatiques selon leurs ventes annuelles



Source: Tableau 5.17.

d)

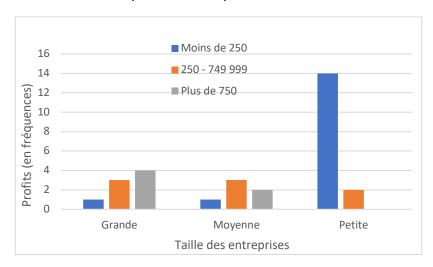
Figure 5.8 La relation entre les types d'entreprises et leur taille



Source: Tableau 5.18.

e)

Figure 5.9 La relation entre les profits des entreprises en fonction de leur taille

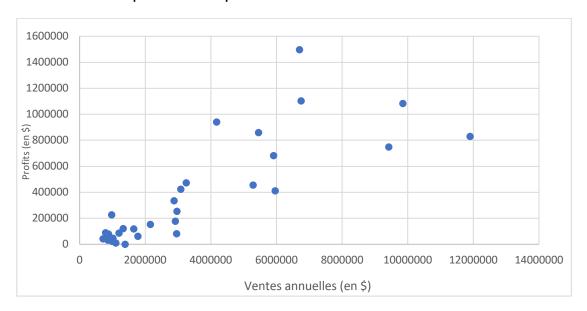


Source: Tableau 5.19.

Veuillez noter que nous avons regroupé les données en trois classes au lieu de cinq, ce qui nous procure un gain d'information. Voyez à ce sujet la note accompagnant le tableau 5.19.

15. Le nuage des profits en fonction des ventes annuelles est le suivant :

Figure 5.10 La relation entre les profits des entreprises en fonction des ventes annuelles



Source: Tableau 5.1.

Les données de la figure 5.10 montrent qu'il existe une dépendance entre les deux variables : le nuage a en effet la forme d'une ellipse. En général, la relation entre les ventes annuelles et les profits est positive. En moyenne, plus les ventes annuelles sont fortes et plus les profits sont élevés. Inversement, plus les ventes annuelles sont faibles, moins élevés sont les profits.

Section 4

16. Il y a dix valeurs.

Le salaire total des dix travailleurs est dix fois la moyenne des salaires. Donc, $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$, et si on reporte les valeurs connues, $15\,665\,\$ = \frac{\sum x}{10}$, alors $\sum x = 15\,665\,\$ \times 10 = 156\,650\,\$$

Deux travailleurs gagnent ensemble 40 000 \$, aussi les huit autres ont-ils un revenu total de : 156 650 \$ - 40 000 \$ = 116 650 \$.

Alors, pour ces huit travailleurs, $\overline{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{116650\$}{8} = 14581,25\$$.

Le salaire moyen des huit autres travailleurs est 14 581,25 \$.

17. If y a sept valeurs (sept chiffres).

$$\overline{x} = \frac{\sum x}{n}$$
, et si on reporte les valeurs connues, $5 = \frac{\sum x}{7}$, alors $\sum x = 7 \times 5 = 35$.

18. Il y a six valeurs.

$$\overline{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{738 + 922 + 647 + 438 + 565 + 464}{6} = \frac{3774}{6} = 629$$
. La réponse est b).

- 19. Le nombre qui apparaît le plus fréquemment (3 fois) est 15. La réponse est a).
- 20. Il y a neuf valeurs.

$$\overline{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{72 + 78 + 81 + 64 + 85 + 92 + 60 + 55}{9} = \frac{682}{9} = 75,78$$

La moyenne est 75,78.

21. Il y a sept valeurs.

$$\overline{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{5+10+(-2)+(-5)+0+4+(-1)}{7} = \frac{11}{7} = 1,57 \text{ °C}$$

La température moyenne de la semaine est 1,57° C.

22. Réponse : c) 8

Ordonnez les valeurs: 1, 5, 5, 5, 7, 8, 8, 9, 9, 10, 10.

Identifiez la position de chaque valeur:

1, 5, 5, 5, 7, 8, 8, 9, 9, 10, 10

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

position de la md = $\frac{1+11}{2}$ = 6 \Rightarrow md = 8; la médiane est la valeur centrale 8.

23. Tableau 5.21

Échantillon	Semaine 1	Semaine 2	Semaine 3	Semaine 4	Semaine 5
Jour 1	5	6	5	8	7
Jour 2	6	4	4	2	3
Jour 3	5	3	8	5	1
Jour 4	1	2	6	8	3
Jour 5	4	0	2	8	8
Étendue	5	6	6	6	7
Moyenne	4,2	3	5	6,2	4,4
Médiane	5	3	5	8	3
Mode	5	Aucun	Aucun	8	3

Moyenne des moyennes :

$$\overline{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{4,2+3+4+6,2+4,4}{5} = \frac{22,8}{5} = 4,56$$

Moyenne des étendues :

$$\overline{E} = \frac{\sum E}{n} = \frac{5+6+6+6+7}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

Interprétation: La moyenne des erreurs de facturation pour les cinq semaines est de 4,56. Les erreurs de facturation au cours de la semaine 4 sont largement au-dessus de la moyenne. Par ailleurs, l'étalement moyen des erreurs de facturation se chiffre à 6. Cet étalement est à peu près similaire d'une semaine à l'autre. Il faudrait peut-être que le responsable des finances

analyse en profondeur ce qui a pu causer le nombre plus élevé d'erreurs de facturation à la semaine 4. Peut-être devrait-il aussi s'attarder au nombre d'erreurs selon les jours : la moyenne des erreurs de facturation pour le jour 1 est, en effet, particulièrement élevée.

24. Ordonnez les valeurs: 1, 5, 5, 5, 7, 8, 8, 9, 9, 10, 10.

Identifiez la position de chaque valeur:

1, 5, 5, 5, 7, 8, 8, 9, 9, 10, 10

 \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

position de $Q_2 = \frac{1+11}{2} = 6 \Rightarrow Q_2 = 8$; la médiane est la valeur centrale 8.

position de $Q_1 = \frac{1+6}{2} = 3,5 \Rightarrow Q_1 = 5$

position de $Q_3 = \frac{6+11}{2} = 8,5 \Rightarrow Q_3 = 9$

 $Q_3 - Q_1 = 9 - 5 = 4$

L'écart interquartile est 4.

25. Les données sont ordonnées. Associons chaque donnée à sa position.

données	50	52	54	58	60	65	66	68	70	75	80	88	90	95
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	↑
rang	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

Position de la médiane Q_2 : $\frac{1+14}{2} = \frac{15}{2} = 7,5$. Le quartile sera la moyenne de la $7^{\rm e}$ et de la $8^{\rm e}$ donnée : $Q_2 = \frac{66+68}{2} = \frac{134}{2} = 67$

Position de $Q_1 = \frac{1+7.5}{2} = \frac{8.5}{2} = 4.25$. Le quartile sera entre la 4° et la 5° donnée au ¼ de la distance entre la 5° et la 4° donnée.

$$Q_1 = 58 + \frac{60 - 58}{4} = 58 + \frac{2}{4} = 58,5$$

Position de Q_3 : $\frac{14+7.5}{2} = \frac{21.5}{2} = 10.75$. Le quartile sera entre la 10° et la 11° donnée aux ¾ de la différence entre la 11° et la 19° donnée.

$$Q_3 = 75 + \frac{3(80 - 75)}{4} = 75 + \frac{15}{4} = 78,75$$

Les trois quartiles sont : $Q_1 = 58.5$, $Q_2 = 67$ et $Q_3 = 78.75$

- 26. En utilisant l'écart type comme mesure de risque, on voit que les actions sont les placements les plus risqués, particulièrement les actions américaines et ordinaires. Les obligations d'épargne du Canada sont un peu moins risquées. Les bons du Trésor sont les placements les moins risqués. On remarque aussi que les moyennes de taux de rendement de ces placements sont proportionnelles au taux de risque : plus la moyenne du taux de rendement est élevée, plus le risque est élevé. Le coefficient de corrélation prouverait cette assertion.
- 27. Calculez d'abord les moyennes des rendements :

Moyenne des rendements des titres X = 0.07428

Moyenne des rendements du marché = 0,03571

Puis calculez la covariance à partir de la formule $COV_{xy} = \frac{\sum (x - \overline{x})(y - \overline{y})}{n - 1}$:

$$\begin{aligned} & \left(-0,10-0,07\right)\left(-0,20-0,04\right) + \left(-0,05-0,07\right)\left(-0,10-0,04\right) + \left(0,00-0,07\right)\left(-0,05-0,04\right) \\ & \sum + \left(0,08-0,07\right)\left(0,00-0,04\right) + \left(0,14-0,07\right)\left(0,10-0,04\right) + \left(0,20-0,07\right)\left(0,20-0,04\right) \\ & COV_{AB} = \frac{ + \left(0,25-0,07\right)\left(0,30-0,04\right) }{7-1} \\ & = 0,022 \end{aligned}$$

Note: Cette valeur est obtenue sans arrondir les moyennes des rendements. L'arrondissement à 0,07 et 0,04 dans la formule ci-haut est effectué pour simplifier l'écriture seulement. Gardez vos chiffres originaux pour obtenir un calcul exact).

La covariance est positive : dans l'ensemble, les rendements des titres X et les rendements du marché croissent simultanément.

28. Exercice d'application

Tableau 5.22 Mesures de tendance centrale et de dispersion

Mesures	Ensemble	Équipements informatiques	Produits pharmaceutiques
Moyenne	380 830,00 \$	187 194,74 \$	715 290,91 \$
Médiane	201 700,00 \$	89 000,00 \$	747 000,00 \$
Minimum	300,00 \$	300,00 \$	86 500,00 \$
Maximum	1 495 400,00 \$	829 000,00 \$	1 495 400,00 \$
Variance	162 989 531 827,59 \$	46 330 020 526,32 \$	194 985 326 909,09 \$
Écart type	403 719,62 \$	215 244,10 \$	441 571,43 \$

Les entreprises de produits pharmaceutiques ont des profits moyens nettement plus élevés que les entreprises d'équipements informatiques. L'écart est encore plus remarquable en regard de la médiane. L'écart type montre toutefois que les profits des entreprises de produits pharmaceutiques sont plus dispersés que ceux des entreprises d'équipements informatiques.

NOTE: L'utilisation de la moyenne peut se révéler trompeuse lorsque l'échantillon comporte des valeurs extrêmes, comme c'est le cas dans l'exemple précédent. Dans ce cas, on lui préférera la médiane et les quartiles.

20 Exercice d'application

Le coefficient de corrélation r est extrêmement faible (proche de 0). Il s'agit d'une quasi absence de corrélation entre les profits et le nombre d'employés. Calcul :

$$r = \frac{n\sum xy - \sum x \times \sum y}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2} \times \sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}} = \frac{30(4,82648 \times 10^{11}) - (11424900)(807293)}{\sqrt{30(9,07764 \times 10^{12}) - (11424900)^2} \sqrt{30(4,08532 \times 10^{10}) - (807293)^2}}$$

$$\sqrt{5,25621} \times \frac{10^{12} / 8,5068 \times 10^{25}}{\sqrt{30(4,08532 \times 10^{10}) - (807293)^2}} = \frac{10^{12} / 8,5068 \times 10^{25}}{\sqrt{30(4,08532 \times 10^{10}) - (807293)^2}}$$

Le coefficient de corrélation est 6,178 x10⁻¹⁴.

30.

a) La moyenne:

$$\mu = \frac{\sum x}{n} = \frac{a)}{12} = \frac{1+1+1+2+3+5+6+7+9+10+12+15}{12} = \frac{72}{12} = 6$$

L'écart type :

D'abord la variance :

$$s^{2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_{i} - \overline{X})^{2}}{n-1} = \frac{5^{2} + 5^{2} + 5^{2} + 4^{2} + 3^{2} + 1^{2} + 0^{2} + 1^{2} + 3^{2} + 4^{2} + 6^{2} + 9^{2}}{11} = \frac{244}{11} = 22,18$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{22,18} = 4,7$$

L'étendue : 15 - 1 = 14

b) La moyenne:

$$\mu = \frac{\sum xf}{n} = \frac{0 \times 62 + 1 \times 48 + 2 \times 30 + 3 \times 27 + 4 \times 17 + 5 \times 7 + 6 \times 6 + 7 \times 2 + 8 \times 1}{62 + 48 + 30 + 27 + 17 + 7 + 6 + 2 + 1} = \frac{350}{200} = 1,75$$

Le nombre moyen d'enfants par famille est de 1,75.

La variance :
$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n f(X_i - \overline{X})^2}{n-1} =$$

$$\frac{0 \times (-1,75)^2 + 48 \times (-0,75)^2 + 30 \times (0,25)^2 + 27 \times (1,25)^2 + 17 \times (2,25)^2 + 7 \times (3,25)^2 + 6 \times (4,25)^2 + 2 \times (5,25)^2 + 1 \times (6,25)^2}{199}$$

$$=\frac{623}{199}=3{,}133$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{3,133} = 1,77$$

L'étendue:

$$E = 8 - 0 = 8$$
 enfants

c) D'abord les milieux des classes : 350,450, 550, 650, 750, 850 et 950.

La moyenne :

$$\frac{\left(350\right)(12) + (450)(28) + (550)(43) + (650)(52) + 750(58) + 850(40) + 950(7)}{12 + 28 + 43 + 52 + 58 + 40 + 7} =$$

$$\frac{15\,8400}{240}$$
 = 660 \$.

Le salaire moyen dans cette entreprise est de 660 \$ par semaine.

La variance :
$$s^2 = \frac{\sum\limits_{i=1}^n f(X_i - \overline{X})^2}{n-1} =$$

$$\frac{\left(-310\right)^2(12) + (-210)^2(28) + (-110)^2(43) + (-10)^2(52) + 90^2(58) + 190^2(40) + 290^2(7)}{239} = \frac{\left(-310\right)^2(12) + (-210)^2(28) + (-110)^2(43) + (-10)^2(52) + 90^2(58) + 190^2(40) + 290^2(7)}{239} = \frac{\left(-310\right)^2(12) + (-210)^2(28) + (-110)^2(43) + (-10)^2(52) + 90^2(58) + 190^2(40) + 290^2(7)}{239} = \frac{\left(-310\right)^2(12) + (-10)^2(28) + (-10)^2(43) + (-10)^2(52) + 90^2(58) + 190^2(40) + 290^2(7)}{239} = \frac{\left(-310\right)^2(12) + (-10)$$

$$\frac{5\ 416\ 000}{239} = 22661,09$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{22661,09} = 150,53$$

L'étendue :

$$E = 1000 - 300 = 700$$
\$