

# 目录

摘要 .....	1
一、问题背景与分析.....	3
1.1 问题背景.....	3
1.2 问题重述.....	3
1.3 问题分析.....	3
1.3.1 针对问题 1.....	3
1.3.2 针对问题 2.....	3
1.3.3 针对问题 3.....	4
2.1 模型方案对比.....	4
2.2 基于混合整数非线性规划模型假设.....	4
2.3 模型参数与符号说明.....	5
3.1 数据准备.....	5
3.1.1 基于 TOPSIS 构建意向景点.....	5
3.1.2 景点花销与路程费用.....	7
3.2 问题 1：10 天旅行时间和 3000 元经费条件下旅游规划.....	8
3.2.1 模型建立及求解.....	8
3.2.1 模型求解结果.....	11
3.3 问题 2：3 人 1 万元经费 10 天旅行时间条件下旅游规划.....	11
3.3.1 模型建立及求解.....	11
3.3.2 模型求解结果.....	12
3.4 问题 3：存在视频流量收益下的旅游规划.....	13
3.4.1 模型建立及求解.....	13
3.4.2 模型求解结果.....	15
四、模型评价与改进.....	17
4.1 模型的优点.....	17
4.2 模型的缺点.....	17
4.3 模型的改进.....	17
五、模型的应用与推广.....	17
六、参考文献.....	17
七、附录.....	18

## 一、问题背景与分析

### 1.1 问题背景

毕业季来临，在学业获得大丰收的同时，一段令人难忘的毕业旅行是每个毕业生的向往。然而，在有限的时间安排和经费预算等众多约束下，如何规划出一个体验感最佳、印象最深的旅行路线显得尤为重要，这其中蕴含着数学中的定向<sup>[1]</sup>问题（OP）路径最优的思想。

### 1.2 问题重述

又到一年毕业季，来自武汉理工大学的一位研究生小张同学，平时学习刻苦，成绩优异，也获得心仪公司的 offer，在毕业入职前还有一段时间，准备给自己安排一个毕业旅行。“灵秀湖北、楚楚动人”，小张同学计划在荆楚大地畅游。请你们搜集相关数据，建立数学模型，帮助小张同学规划旅行计划，讨论并解决以下问题：

问题 1：若小张同学只有 10 天的旅行时间和 3000 元的旅行资金，请你们的团队为他规划旅行计划。

问题 2：若小张的两位同学听说小张计划毕业旅行，也想同去。请你们为小张和他的两位同学规划不超过 10 天、三人旅行总费用不超过 1 万元的旅行计划。并讨论旅游计划的总人数和旅游费用之间的关系。

问题 3：小张还是一个兼职新媒体人，某平台粉丝数达 10 万。在旅行中，他想通过某平台更新，在涨粉的同时为旅行经费添砖加瓦。小张的平台收入仅限于创作激励所带来的流量变现（不包括带货打赏等收益），且该收益与当天的具体旅游景点密切相关。为保证收益，假设在其旅行时间内更新频率为日更，更新内容为当天旅行的 1 小时 vlog（vlog 是指视频记录、视频博客、视频网络日志）。若报酬按日结算，结算的费用可以补充为旅行费用，请你们自行查找数据，重新完成 1-2 问。

### 1.3 问题分析

如题，并没有直接提供旅游景点和相关数据，我们根据实际情况筛选出能代表荆楚特色的 13 个旅游景点；考虑到在有限资源下，游完全部景点不太可能，所以需要规划出最优的旅行线路以及相应景点的参观时间。首先，通过 TOPSIS 模型和层次分析法<sup>[2]</sup>综合多维度评价指标，以获取景点推荐度得分，用以衡量旅游体验度。最后构建以最佳体验度为目标函数的数学模型。

#### 1.3.1 针对问题 1

我们首先依据 TOPSIS 模型和层次分析法对挑选出的 13 个景点进行体验度打分。其次，借鉴定向问题模型，设置有限资金、有限时间、受限景点参观时间约束条件，并进一步考虑到景点不可重复参观；参观某个景点之后必须离开以返回或者参观下一个景点；路径规划结果只能有一个环路且没有自环等约束条件。以最大化旅游体验度为目标函数，建立 MINLP 模型。该问题的难点在于如何评价一个景点的好坏；在有限资金约束下如何从 13 个景点中选择需要参观的景点；如何规划选择的景点的路径；如何安排对应景点的参观时间。针对上述难点，我们设计了 TSA 算法求解出了具有最佳旅游体验度的旅游路径和参观时间<sup>[3]</sup>。

#### 1.3.2 针对问题 2

约束改变为 3 人旅行，时间仍为 10 天，经费不超过 1 万元。在问题 1 的基

础上，我们将总费用约束条件修改为人均费用约束条件，通过 TSA 算法得到了三个人在 1 万块钱条件下最优线路、景点参观时间和最佳体验度。进一步我们定量分析了相同资金不同人数以及相同人数不同资金下的景点参观数量、总耗时、总耗资和体验度。

### 1.3.3 针对问题 3

我们引入一种视频收益和播放量相关的拟合函数，并以景点作为播放量的影响因子，求出每个景点对应的视频创作收益，包含多个景点的 Vlog 收益为单个景点视频收益之和。将总的视频收益添加到问题 1 的总资金约束和问题 2 的人均资金约束上，利用 TSA 算法重新求解变化后的 MINLP 模型，获得新的体验度最优的旅行路线和对应景点参观时间。

## 二、模型对比与假设

### 2.1 模型方案对比

路径规划问题是现实生活中较为常见的一类问题，比如配送路线设计、旅行商问题、通信路线设计等。定向问题（Orienteering Problem, 简称 OP）是一种特殊的路径优化问题，即在一定的约束条件下求解最优路径，使得路径总效益最大。与一般的 TSP 路径规划问题相比，定向问题不仅考虑边的权重，还考虑顶点的价值，而前者一般只考虑路径权重，实现总费用最少或总时间最短，另外在定向问题，还考虑景点中，路径可以只包含部分目标点，而一般路径优化问题必须包含所有目标点。定向问题的起点可以是不同的，也可以是相同的，本次模型将旅游线路的起点和终点设置为相同。

旅游路线规划的关键在于：在时间、费用、距离等约束下如何在多个景点中选择目标景点以及如何设计景点的访问顺序的参观时间，使得游客的满意度最大化，保证游客旅行体验。传统的 TSP 问题目标单一，一般最优目标为路程最短或成本最低，在求解时通常先求出合理路径再验证是否符合规定时间和成本。而本文模型在规划时已经同时考虑时间和成本约束，并以旅客最大旅游体验度为最优目标。

### 2.2 基于混合整数规划模型假设

1.城市之间交通均采用高铁，且各个景点不在交通枢纽附近，也就是不会出现顺路情况；

2.城市之内景点之间交通均采用公共交通；

3.出游天气均为适合游玩的天气；

4.保障出行期间的充足睡眠，但入睡时间不确定，可自由分配；

5.旅行途中无意外，行程无延误；

6.所有景点门票费用均以普通成年人票为准；

7.不考虑景区开放时间对行程安排的影响；

8.假设旅游在限制条件内旅行起点和重点均为武汉理工大学；

9.假设旅行过程中的住宿费采用当地住宿宾馆数据。

10.本文所涉及到的时间变量均以小时计；

11.假设一天 24 小时之内的游玩时间为 12 小时。

## 2.3 模型参数与符号说明

$a_{j,i}$	各个节点构成的有向图的邻接矩阵 $A$ 的元素，取值 0 或 1，表示是否从节点 $j$ 到节点 $i$ 去，其中下边 $j,i$ 表示第 $j$ 和第 $i$ 个顶点，取 0 时表示起点，此时不是景点
$F_i$	每个景点的旅游体验度， $i = 1, \dots, n$
$D_i$	每个景点的参观时间，连续变量，最小值为 4，最大值为 12
$t_{i,j}$	节点 $i$ 到节点 $j$ 的时间
$c_{i,j}$	节点 $i$ 到节点 $j$ 的路费
$c_i$	节点 $i$ 的参观费用
$c_r$	每人每天用于休息，吃饭等除购买景点门票外的费用，为定值。
$u_i$	用于保证最终只得到一条环路，且不允许自环存在的额外变量
$n$	景点数目
$T_i$	重构后每个景点的参观时间
$\lambda_i$	确定一条参观路径后，最大化各个景点加权参观时间和的权重
$R_i$	每个景点参观 1 小时以上带来的收益
$f_{cost}$	确定一条参观路径后的通勤费用和门票费用
$f_{time}$	确定一条参观路径后的通勤时间
$f_{gain}$	视频收益
$N$	旅游人数

## 三、模型建立与求解

### 3.1 数据准备

#### 3.1.1 基于 TOPSIS 构建意向景点

湖北省人杰地灵，名胜古迹众多，我们综合多个平台网络数据评价，筛选出代表湖北地域文化特色的 13 个景点，如图 1。再分别从景色优美程度，景点费用花销、当地饮食评分、交通便利程度等多个维度对景点进行评分统计，具体数据如表 1 所示。其中表 1 的序号就代表景点的编号，序号 0 代表旅游起点，为武汉理工大学。



图 1 旅游景点位置分布图

表 1 旅游景点多维度评价表

序号	景点	景色 优美 程度	景点 费用 花销	当地 饮食 评分	交通 便利 程度
1	武汉黄鹤楼公园	5	150	9	10
2	宜昌三峡大坝旅游区	7	100	7	340
3	十堰丹江口市武当山风景区	7	200	5	446
4	神农架生态旅游区	8	100	5	455
5	宜昌长阳县清江画廊景区	6	100	7	340
6	武汉市东湖景区	6	100	9	10
7	宜昌秭归县屈原故里文化旅游区	5	100	7	340
8	武汉市黄陂木兰文化生态旅游区	7	100	9	10
9	恩施土家族苗族自治州恩施大峡谷景区	8	150	8	537
10	三国古赤壁战场	6	100	6	93
11	武汉欢乐谷	4	150	9	10
12	荆州古城历史文化旅游区	5	100	6	229
13	大洪山风景名胜区	5	150	5	152

为了更好地从多个维度指标中得到符合旅者需求的最佳体验路线,我们使用

层析分析法对旅者的喜好进行评估。

表 2 层次分析确定权重

评价指标	景色	费用	饮食	交通
景色	1.00	0.20	3.00	5.00
费用	5.00	1.00	5.00	7.00
饮食	0.33	0.20	1.00	0.50
交通	0.20	0.14	2.00	1.00

因为是一致矩阵所以不需要一致性检验，计算得到权重如下表：

表 3 评价指标权重表

评价指标	景色	费用	饮食	交通
权重	0.2257	0.6197	0.0719	0.0827

将上述指标和权值带入到 MATLAB 中 TOPSIS 代码进行分析检测，得出每个景点的 $S_i$ 评分，表格如下：

表 4 TOPSIS 得分表

景点	S 值
武汉黄鹤楼公园	0.1115
武汉欢乐谷	0.1067
武汉市黄陂木兰文化生态旅游区	0.104
武汉市东湖景区	0.1019
三国古赤壁战场	0.088
大洪山风景名胜区	0.0858
荆州古城历史文化旅游区	0.0663
十堰丹江口市武当山风景区	0.0649
宜昌三峡大坝旅游区	0.0607
恩施土家族苗族自治州恩施大峡谷景区	0.0562
宜昌长阳县清江画廊景区	0.0548
宜昌秭归县屈原故里文化旅游区	0.0507
神农架生态旅游区	0.0485

### 3.1.2 景点花销与路程费用

为了更真实地考虑在不同景点的花销以及路程费用，我们基于景点门票价格以及高德地图导航景点之间的行车费用，整理出表格 5。

表 5 景区间路程费用

景区间 路程费用	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	0	5	133	185	244	133	15	133	15	185	35	15	94	103
1	5	0	128	180	239	128	10	128	10	180	30	10	89	98



2	133	128	0	208	144	10	128	10	128	156	160	128	50	146
3	185	180	208	0	54	208	180	208	180	378	239	180	160	106
4	244	239	144	54	0	144	239	144	239	104	285	239	170	176
5	133	128	10	208	144	0	128	10	128	156	160	128	50	146
6	15	10	128	180	239	128	0	128	10	180	30	10	89	98
7	133	128	10	208	144	10	128	0	239	104	285	239	170	176
8	15	10	128	180	239	128	10	239	0	180	30	10	89	98
9	185	180	156	378	104	156	180	104	180	0	318	180	203	303
10	35	30	160	239	285	160	30	285	30	318	0	30	122	102
11	15	10	128	180	239	128	10	239	10	180	30	0	89	98
12	94	89	50	160	170	50	89	170	89	203	122	89	0	106
13	103	98	146	106	176	146	98	176	98	303	102	98	106	0

表 6 景区间时间成本

景区间时间成本/h		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	0	0.5	4.5	4.5	7	4.5	1	4.5	2	7	2.5	1	3	3
1	0.5	0	4	4	6.5	4	0.5	4	1.5	6.5	2	0.5	2.5	2.5
2	4.5	4	0	4	4	2	4.5	0.5	4.5	4.5	4	4.5	2	4
3	4.5	4	4	0	4	5	5	5	5	7.5	6	5	4	3.5
4	7	6.5	4	4	0	4.5	6.5	4	7	6	7	6.5	4.5	5
5	4.5	4	2	5	4.5	0	4.5	1.5	4.5	4	4.5	4	2	4
6	1	0.5	4.5	5	6.5	4.5	0	4.5	1.5	7	2	0.5	3	2.5
7	4.5	4	0.5	5	4	1.5	4.5	0	5	4.5	4.5	4.5	2	4
8	2	1.5	4.5	5	7	4.5	1.5	5	0	7.5	2.5	1	3	2.5
9	7	6.5	4.5	7.5	6	4	7	4.5	7.5	0	7.5	7.5	5	7
10	2.5	2	4	6	7	4.5	2	4.5	2.5	7.5	0	2.5	3	3.5
11	1	0.5	4.5	5	6.5	4	0.5	4.5	1	7.5	2.5	0	3	2.5
12	3	2.5	2	4	4.5	2	3	2	3	5	3	3	0	3
13	1	2.5	4	3.5	5	4	2.5	4	2.5	7	3.5	2.5	3	0

上述表格为 13 个景点和起点(编号 0)之间路程费用和时间成本, 基于表格数据构建景点之间的关系矩阵, 为后续计算景点之间的时间和路程成本提供数据基础。

### 3.2 问题 1: 10 天旅行时间和 3000 元经费条件下旅游规划

#### 3.2.1 模型建立及求解

首先, 基于上述符号说明, 将参观旅游景点  $i$  行为定义为数学变量  $\sum_{j=0}^n a_{j,i}$ ,

若为 1 则参观, 为 0 则不参观。因此, 参观景点的总数可以归结为  $\sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^n a_{j,i}$ 。其

中，下标  $j,i$  表示由节点  $j$  到节点  $i$  的路径，取值范围为  $0,1,2,\dots,n$ ，序号“0”表示起点和终点。

本题目限制为，在限定 10 天内和 3000 元成本约束条件下，同时兼顾到体验“灵秀湖北，楚楚动人”的最佳体验，我们在模型中定义了最佳旅行体验度  $V$  的概念，并规定  $V$  越大，旅行体验越好。

为获得最佳旅行体验，我们将每个目标景点价值评价进行求和，在本模型中，定义规定时间和成本内的最大旅游体验度  $V$  为目标函数：

$$V = \max_{a_{i,j}, D_i} \sum_{i=1}^n F_i \sum_{j=0}^n a_{j,i} \quad (1)$$

约束条件 1：由于规定 10 在十天内完成旅行，我们将景点游玩耗时、路程耗时进行累计求和，规定耗时在 120 小时内（十个白天），限制每个景点游玩时间在 4-12 小时内，其余 120 小时用于必要的休息和视频制作时间，以获得最佳舒适度。

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{i,j} t_{i,j} + \sum_{i=1}^n (D_i \sum_{j=0}^n a_{j,i}) \leq 120 \quad (2)$$

$$4 \leq D_i \leq 12$$

约束条件 2：由于限制了旅行成本为 3000 元，在为获得最大旅行体验的的条件下，将所有景点门票花销、路程花销、食宿花销累计求和应小于 3000 元。

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{i,j} c_{i,j} + \sum_{i=1}^n (c_i \sum_{j=0}^n a_{j,i}) \leq 3000 - c_r \{ \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{i,j} t_{i,j} + \sum_{i=1}^n (D_i \sum_{j=0}^n a_{j,i}) \} / 12 \quad (3)$$

约束条件 3，旅行中不存在重复参观的景点，且访问后要离开该景点，且只有一条环路，不允许自环，起点和终点相同，故有：

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^n a_{k,j} &= \sum_{i=0}^n a_{i,k} \leq 1, \forall k = 1, 2, \dots, n \\ u_i - u_j + n a_{i,j} &\leq n - 1; 1 \leq i, j \leq n \\ u_i &\geq 0, \forall i \end{aligned} \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n a_{0,i} = 1$$

$$\sum_{i=1}^n a_{i,0} = 1$$

因此，结合上述目标函数和约束条件，选择旅游路径和景点参观时间做优化变量，建立原始的 MINLP 模型如下：



$$\begin{aligned}
V = \max_{a_{i,j}, D_i} & \sum_{i=1}^n F_i \sum_{j=0}^n a_{j,i} \\
s.t. & \left\{ \begin{aligned}
& \sum_{j=0}^n a_{k,j} = \sum_{i=0}^n a_{i,k} \leq 1, \forall k = 1, 2, \dots, n \\
& \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{i,j} c_{i,j} + \sum_{i=1}^n (c_i \sum_{j=0}^n a_{j,i}) \leq 3000 - c_r \{ \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{i,j} t_{i,j} + \sum_{i=1}^n (D_i \sum_{j=0}^n a_{j,i}) \} / 12 \\
& \sum_{j=0}^n a_{k,j} = \sum_{i=0}^n a_{i,k} \leq 1, \forall k = 1, 2, \dots, n \\
& u_i - u_j + n a_{i,j} \leq n - 1; 1 \leq i, j \leq n \\
& u_i \geq 0, \forall i \\
& \sum_{i=1}^n a_{0,i} = 1 \\
& \sum_{i=1}^n a_{i,0} = 1
\end{aligned} \right. \quad (5)
\end{aligned}$$

直接求解上述问题复杂度较高，且可能出现无穷多个最优解的情况。为此，我们提出了 TSA 算法。算法分为两步执行，第一步求解最小景点参观时间约束下的最佳轨迹吗，第二步重构第一步得出的景点的参观时间，原理如下：

第一步：将每个景点的约束条件由 4 到 12 个小时修改为固定的 4 小时，此时所有的  $D_i$  都取 4，其余约束条件不变，然后问题变为混合整数线性规划问题，且存在最优解。最后使用 Lingo 软件求解第一步问题。

第二步：第一步得到了在固定景点参观时间下的最佳景点选取和参观路径。这时的经费和时间都可能出现富裕。若有富裕，则重新安排第一步选取的景点的参观时间，目的是在高体验度景点要游玩较长的时间。最终达到的目的是充分利用资金，获得最佳的旅游体验度。

首先，将第一步选取的景点的体验度做归一化处理  $\lambda_i = \frac{F_i}{\sum_i^u F_i}$ ，其中  $u$

代表第一步选取的要参观的景点。定义： $f_{cost}, f_{time}$  为第一步得出的单人的通勤花费，参观花费，通勤时间，在第二步求解中都为定值。

其中：

$$\begin{aligned}
f_{cost} &= \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{i,j} c_{i,j} + \sum_{i=1}^n (c_i \sum_{j=0}^n a_{j,i}) \\
f_{time} &= \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{i,j} t_{i,j}
\end{aligned} \quad (6)$$

则此问题可以表述为：

$$\begin{aligned}
 & \max_T \sum_{i=1}^u \lambda_i T_i \\
 & s.t. f_{time} + \sum_{i=1}^u T_i \leq 120 \\
 & f_{cost} + c_r (f_{time} + \sum_{i=1}^u T_i) / 12 \leq 3000 \\
 & 4 \leq T_i \leq 12, \forall i = 1, \dots, u
 \end{aligned} \tag{7}$$

此问题为标准线性规划问题，我们使用了 Matlab 的 CVX 优化工具箱来求解。另外，由于我们在第一步中已经限制了最小参观时间为 4 小时，因此不会出现某个景点参观时间小于 1 小时而无法制作 Vlog 的情况。

### 3.2.1 模型求解结果

在本模型中，需要在旅行成本和时间限制下使得出旅游体验值  $V$  最高。将上述约束条件代入到得到最佳路径，并整理出相应的旅途时间和花销成本，最终得到最佳体验度。整理表格如下

旅游路径为：

0->1->10->6->8->12->13->3->7->2->5->11->0

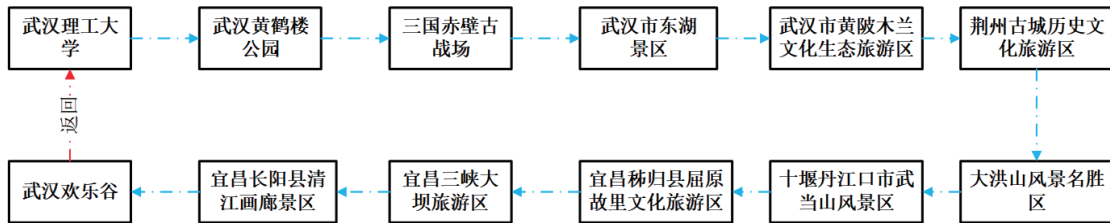


图 2 问题 1 旅行路线图

此时所剩资金不多，虽然时间较多但没有必要执行时间重构，上述各个景点除了起点外，各自游玩 4 个小时即可。

由结果可得，此时的资金不足以支撑游完全部的景点，而我们的方案可以选择具有最佳体验度的景点来参观，并未如何参观这些景点规划了合理的路径。由表 7 也可得到，本次经费也得到了充分利用。

最终该旅行路线结果如下：最终该旅行路线结果如下：

表 7 旅行路线评价表

评价表	
旅游景点数量	11
旅游总花销	2997
旅游时间	72.0h
旅游体验度	0.8953

### 3.3 问题 2：3 人 1 万元经费条件下旅游规划

#### 3.3.1 模型建立及求解

在本题目中，采用与问题 1 同样的解题思路，将在将旅行资金约束从 3000 改为 10000 的同时，定义  $N$  为参观人数。然后定量分析给定资金下对  $N$  的影响，设定路程的花费和人数成正比，及成本是由三人平分，即总成本约束变为人均资金约束  $10000/N$ ，带入到问题 1 中得到新的成本约束条件：

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{i,j} c_{i,j} + \sum_{i=1}^n (c_i \sum_{j=0}^n a_{j,i}) \leq 10000 / N - c_r \{ \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{i,j} t_{i,j} + \sum_{i=1}^n (D_i \sum_{j=0}^n a_{j,i}) \} / 12 \quad (8)$$

最终联立方程组得到

$$V = \max_{a_{i,j}, D_i} \sum_{i=1}^n F_i \sum_{j=0}^n a_{j,i}$$

$$s.t. \left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=0}^n a_{k,j} = \sum_{i=0}^n a_{i,k} \leq 1, \forall k = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{i,j} c_{i,j} + \sum_{i=1}^n (c_i \sum_{j=0}^n a_{j,i}) \leq 10000 / N - c_r \{ \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{i,j} t_{i,j} + \sum_{i=1}^n (D_i \sum_{j=0}^n a_{j,i}) \} / 12 \\ \sum_{j=0}^n a_{k,j} = \sum_{i=0}^n a_{i,k} \leq 1, \forall k = 1, 2, \dots, n \\ u_i - u_j + n a_{i,j} \leq n - 1; 1 \leq i, j \leq n \\ u_i \geq 0, \forall i \\ \sum_{i=1}^n a_{0,i} = 1 \\ \sum_{i=1}^n a_{i,0} = 1 \end{array} \right. \quad (9)$$

### 3.3.2 模型求解

问题 2 的模型与问题 1 的模型基本相似，可以直接使用 TSA 算法求解。

首先假定三人旅行，重复问题 1 的解题思路，得到最优路线如下：

0->1->8->10->6->11->13->3->12->5->2->7->9->0

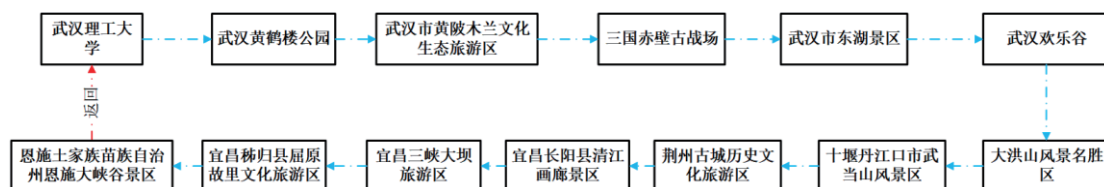


图 3 问题 2 旅行规划图

重构后每个景点的时间安排如下：

景点 1：5.0267 小时，其余景点各自参观 4 小时。

规整一下景点 1 参观 5 小时。

最终该旅行路线评价表如下：

重构前每个景点都参观 4 小时，总时间为 81，总花费为 9961.5

规整前，总花销为一万元，总时间为 82.0267

规整后，总花销为 9999 元，总时间为 82

最终该旅行路线评价表如下：

表 8 旅行路线评价表

评价表	
旅游景点数量	12

旅游总花销	10000
旅游时间	82.0267h
旅游体验度	0.9515

为探讨旅游计划的总人数和旅游费用之间的关系，我们分别固定资金 10000 元旅行人数 N 从 2-6 人和固定 3 人，资金从 3000-30000 情况下旅游结果图，如下表所示：

表 9 总人数和旅游费用之间的关系

人数	旅游花销	旅游景点数量	旅游时间	旅游体验度
2	10000	13	120	1.0000
3	10000	12	82.03	0.9515
4	10000	10	66.16	0.8304
5	10000	8	51.36	0.6939
6	10000	7	43.17	0.6059
资金	旅游花销	旅游景点数量	旅游时间	旅游体验度
3000	3000	4	36.00	0.4214
5000	5000	7	46.50	0.6059
7000	7000	9	65.39	0.7797
9000	9000	11	73.39	0.8953
11000	11000	13	94.77	1
30000	13155	13	120	1

因此，可以得出，资金一定，人数越多，旅游景点数量越少，旅游时间越短；人数一定资金越多，旅游景点越多，旅游时间越长，体验度越高。第二，我们当旅游体验度最大后，还可以通过增加资金花费来进一步延长旅游时间，因此本算法可以充分利用资金。最后，当人家资金超过 4385 之后，就可以游玩全部景点并且保证充足的旅游时间。

### 3.4 问题 3：存在视频流量收益下的旅游规划

#### 3.4.1 模型建立

在该问中，首先要计算在不同景点影响下的视频额外收益。根据题意，小张的平台收入仅限于创作激励所带来的流量变现（不包括带货打赏等收益），由于小张粉丝数达到 10 万，满足 B 站创作者激励计划的条件，根据网络信息，1000 播放量一般平台补贴 3 元，10 万粉丝单个视频播放量一般在 3 万以上，综合考虑旅游景点热度对视频播放量呈指数影响的关系，拟合公式**视频收入** $=3 * (1000 * 2^{x_i} + 30000) / 1000$ ，其中 $x_i$ 为**景点影响因子**，根据表 10 求出每个景点下的固定收益。（表 10 中选择市场主流旅行 APP 对各景点的评分，再考虑各 APP 的使用人数及影响力对评分进行加权取加权评分，最后定义影响因子 $x_i$ 。）

表 10 不同景点下的视频收益

编号	景点	旅行 APP（总分 5 分）\ 权重				加权评分	$x_i$ ( $i \in 1 \sim 13$ ) $x_i = \frac{\text{加权评分}}{10}$	视频收益 (元)
		携程 3	美团 3	飞猪 2	去哪儿旅行 2			
1	武汉黄鹤楼公园	4.6	4	4.6	4.8	44.6	4.46	156.02
2	宜昌三峡大坝旅游区	4.5	4.5	4.5	4.8	45.6	4.56	160.76
3	十堰丹江口市武当山风景区	4.5	4.1	4.5	4.8	44.4	4.44	155.11
4	神农架生态旅游区	4.7	4.6	4.7	4.6	46.5	4.65	165.32
5	宜昌长阳县清江画廊景区	4.5	4.2	4.6	4.5	44.3	4.43	154.66
6	武汉市东湖景区	4.6	4.4	4.7	4.9	46.2	4.62	163.77
7	宜昌秭归县屈原故里文化旅游区	4.5	4.3	4.1	4.6	43.8	4.38	152.46
8	武汉市黄陂木兰文化生态旅游区	4.6	4	4.4	5	44.6	4.46	156.02
9	恩施土家族苗族自治州恩施大峡谷景区	4.5	4	4.6	4.8	44.3	4.43	154.66
10	三国赤壁古战场	4	3.9	4.2	4.7	41.5	4.15	143.25
11	武汉欢乐谷	4.7	4.8	4.6	4.8	47.3	4.73	169.61
12	荆州古城历史文化旅游区	4.5	4	4.7	4.5	43.9	4.39	152.89
13	大洪山风景名胜區	4.4	3.9	4.4	4.6	42.9	4.29	148.68

考虑视频收益之和旅游时间大于 1 小时的景点数有关，旅游经典数越多，收益越高，旅游多个景点带来的收益为多个景点各自收益的累加和。

针对问题 1，需要将问题 1 的旅行资金约束条件按照每天引入一个视频收入的增量，约束条件如下：

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{i,j} c_{i,j} + \sum_{i=1}^n (c_i \sum_{j=0}^n a_{j,i}) \leq 3000 + \sum_{i=1}^n R_i \sum_{j=0}^n a_{j,i} - c_r \{ \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{i,j} t_{i,j} + \sum_{i=1}^n (D_i \sum_{j=0}^n a_{j,i}) \} / 12 \quad (10)$$

针对问题 2，同样的需要将资金约束条件引入视频增量，约束条件如下：

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{i,j} c_{i,j} + \sum_{i=1}^n (c_i \sum_{j=0}^n a_{j,i}) \leq (10000 + \sum_{i=1}^n R_i \sum_{j=0}^n a_{j,i}) / N - c_r \{ \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{i,j} t_{i,j} + \sum_{i=1}^n (D_i \sum_{j=0}^n a_{j,i}) \} / 12 \quad (11)$$

定义  $f_{gain}$  为第一步选取的旅游景点所带来的视频收益，当第一步执行完之后为定值，修改问题 1 和问题 2 算法第二部分分别为：

$$\begin{aligned} & \max_T \sum_{i=1}^u \lambda_i T_i \\ & s.t. f_{time} + \sum_{i=1}^u T_i \leq 120 \\ & f_{cost} + c_r (f_{time} + \sum_{i=1}^u T_i) / 12 \leq 3000 + f_{gain} \\ & 4 \leq T_i \leq 12, \forall i = 1, \dots, u \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & \max_T \sum_{i=1}^u \lambda_i T_i \\ & s.t. f_{time} + \sum_{i=1}^u T_i \leq 120 \\ & f_{cost} + c_r (f_{time} + \sum_{i=1}^u T_i) / 12 \leq (10000 + f_{gain}) / N \\ & 4 \leq T_i \leq 12, \forall i = 1, \dots, u \end{aligned} \quad (13)$$

其中， $u$  为第一步选取的相关景点。

### 3.4.2 模型求解

针对问题 1 单人旅行，重复问题 1 的解题思路，得到最优路线如下：

0->11->1->10->13->12->6->8->2->5->7->3->4->9->0

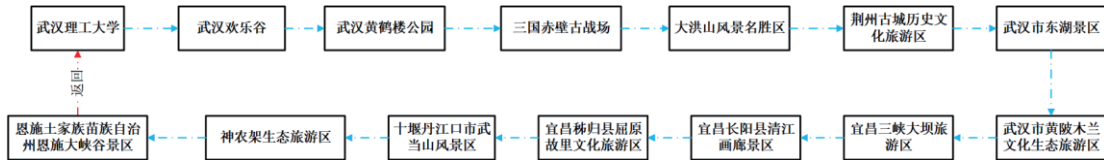


图 4 基于额外视频收益下的单人旅行路线规划图

重构前每个景点参观四小时，重构后各个景点的参观时间为：

景点 1，5.14 个小时；其余景点各四个小时。

最终该旅行路线评价表如下：

表 11 旅行路线评价表	
评价表	
旅游景点数量	13
旅游总花销	3881.5
旅游时间	97.64h
旅游体验度	1

针对问题 2 多人旅行，为探讨旅游计划的总人数和旅游费用之间的关系，我们分别将旅行人数  $N$  从 3-6 人的各项旅游评价值。

特别地。三人，一万元时，

路线：0->1->12->6->10->5->2->7->9->4->3->13->11->8->0





图 5 基于额外视频收益下的多人旅行路线规划图

时间分配：景点 1 和景点 11 各 12 个小时，景点 6 要 4.5 个小时，其余景点 4 小时。

表 12 三人一万元旅行路线评价表

评价表	
旅游景点数量	13
旅游总花销	10881.5
旅游时间	91.45h
旅游体验度	1

表 12 总人数和旅游费用之间的关系

人数	旅游花销	旅游景点数量	旅游时间	旅游体验度
2	10000	13	120	1
3	10000	13	91.45	1
4	10000	10	62.73	0.8405
5	10000	9	58.57	0.7446
6	10000	7	46.33	0.6391
资金	旅游花销	旅游景点数	旅游时间	旅游体验度
3000	3340.6	5	33.08	0.5121
5000	5473.3	7	47.31	0.6642
7000	7676.5	10	72.47	0.8304
9000	9814.7	12	82.45	0.9493
11000	11881.5	13	94.2	1
30000	13155	13	120	1

因此,可以得出和问题 2 相同的结论,特别地,视频收益的引入使得旅游经费变多,相同情况下可以选择的旅游景点或者旅游时间都会变大,相应的旅游体验度也会上升。

## 四、模型评价与改进

### 4.1 模型的优点

(1) 该算法可以避免直接求解原始 MINLP 问题中高复杂性以及可能存在无穷多个最优解情况。

(2) 该模型同时考虑了景点选取、路径规划以及参观时间多个维度的优化变量。且可以在资源不足时自动选取参观的景点，参观路径和对应的参观时间。该算法还可以最大限度地利用资金资源，延长旅游时间。

(3) 该算法具有较快的执行速度，且可以获得全局最优解。

### 4.2 模型的缺点

(1) 当景点数过多时，该算法适应性降低，后续可以考虑智能化算法改进；

(2) 层次分析法和 TOPSIS 具有一定的主观性，后续可以综合考虑更多的指标。

(3) 只考虑了总时间约束，并未考虑具体地每一天的行程安排，后续会考虑每一天的优化模型，并做到连续两天之间的路径连续性。

### 4.3 模型的改进

模型求解算法方面可以进一步的采用智能化算法或者动态规划思想来应对大规模景点的规划问题，模型精确性方面还可以进一步提高，比如考虑每天的行程安排，不能太晚通勤，另外还可以将旅游体验度和景点参观时间进一步关联，得到更精确的参观时间安排。

## 五、模型的应用与推广

旅游线路规划问题一直以来都是困扰广大旅行爱好者的难题，本文建立的旅游线路决策模型对于解决多约束条件下获得最大化旅游体验度的线路规划问题具有一定的参考价值和实用性，对个人或团队毕业旅行策划具有较大的意义。

## 六、参考文献

[1]马瑾. 基于定向问题的多目标旅游路线规划与实现[D].中南财经政法大学,2020.DOI:10.27660/d.cnki.gzczu.2020.001400.

[2]冉中鑫. 顾及用户偏好与景区环境承载力的旅游线路规划[D].成都理工大学,2019.DOI:10.26986/d.cnki.gcdlc.2019.000853.

[3]朱亚琪,王雅婷,史战红.基于层次分析法的大学生节假日外出旅游地选择研究[J].甘肃科技,2018,34(24):101-103.

# 七、附录

## 1、相关代码 readme

```
### 1. 说明
1. Lingo用来求解算法的第一部分，主要解决混合整数非线性规划问题。
2. Matlab求解算法的第二部分，主要解决线性规划问题，以及得到各种需要输出的结果






### 2. 运行环境及依赖
1. Lingo版本：18.0x64
2. Matlab版本：R2019b
3. CVX版本：CVX2.2
4. CVX解释器：Sedumi

### 3. 运行方式
1. 先运行Lingo，再运行Matlab
2. 参数的改变方式已在程序注释中说明
3. Lingo文件的输出路径要正确加载到Matlab中，请自行调整
4. <b>Be Careful</b>：当要改变参数时，Lingo中的total_cost和Matlab中的max_cost要一致，Lingo中的per_num要和Matlab中的per_num一致

###4. 层次分析：直接调用

###5. TOPSIS：直接调用
```

## 2、相关代码分类

 TOPSIS	2022/4/27 7:55	文件夹	
 层次分析	2022/4/27 2:01	文件夹	
 Lingo2.lg4	2022/4/27 1:44	LG4 文件	16 KB
 ReadMe.md	2022/4/27 2:05	MD 文件	1 KB
 test.m	2022/4/27 1:46	M 文件	6 KB