강화학습 원리 스터디

4장 - 동적 프로그래밍 강경민

목차

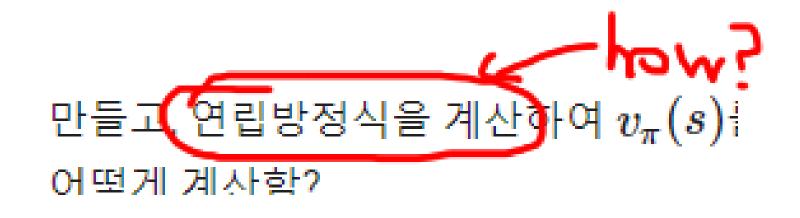
- 동적 프로그래밍과 정책 평가
- 정책 반복법
- 가치 반복법

지금까지...

- 상태 전이 확률 p(s'|s,a)
- 보상 함수 r(s,a,s')
- 정책 π(a|s)

이걸로 벨만 방정식을 만들고, 연립방정식을 계산하여 $v_{\pi}(s)$ 를 얻음

지금까지...



정책 평가

정책 평가 - 정책 π 가 주어졌을 때 그 정책의 가치 함수 $v_\pi(s)$ 또는 $q_\pi(s,a)$ 를 구하는 문제 정책 제어 - 정책을 조정하여 최적 정책을 만들기

벨만 방정식 복습

• 벨만 방정식

$$v_{\pi}(s) = \sum_{a,s'} \pi(a|s) p(s'|s,a) \{r(s,a,s') + \gamma v_{\pi}(s')\}$$

• 어떤 상태에서 수익의 기댓값은,

(s에서 a를 취할 확률) * (s,a가 일어났을 때 s'으로 전이할 확률) * (s,a,s'에서의 보상 + 할인율 * 다음 상태에서 수익의 기댓값) -> 확률에 따른 가중치 * (보상 + 할인율 * 다음 상태의 기댓값)을 모든 s',a에 대해 전부 더한 것

추정치?

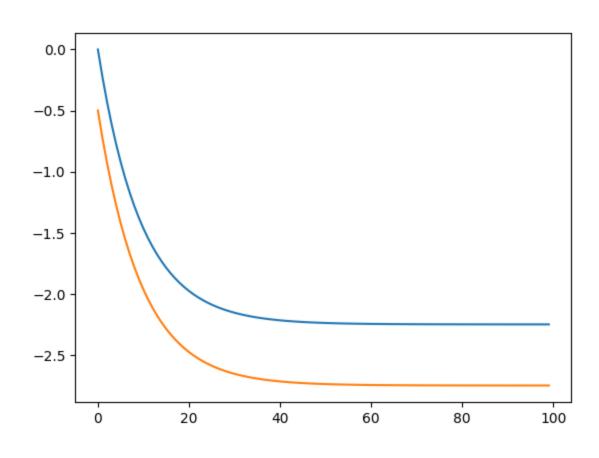
$$v_{\pi}(s) = \Sigma_{a,s'}\pi(a|s)\,p(s'|s,a)\,\{r(s,a,s') + \gamma v_{\pi}(s')\}$$
 벨만 방정식을 갱신식으로 변형하면, $V_{k+1}(s) = \Sigma_{a,s'}\pi(a|s)\,p(s'|s,a)\,\{r(s,a,s') + \gamma V_k(s')\}$

부트스트래핑

 $V_k(s')$ 을 이용하여 V_{k+1} 갱신

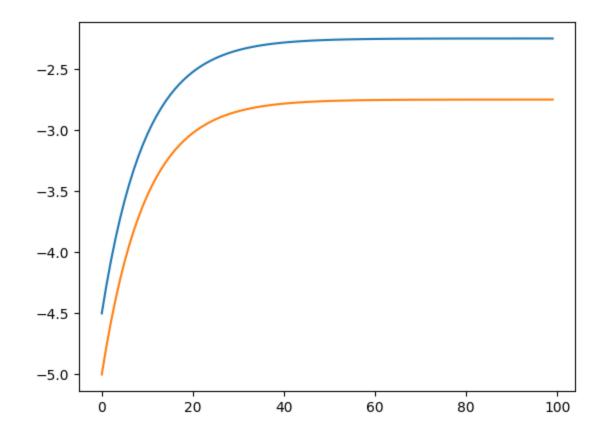
추정치를 사용하여 추정치를 개선하는 과정을 부트스트래핑이라 함

DP 알고리즘 실행

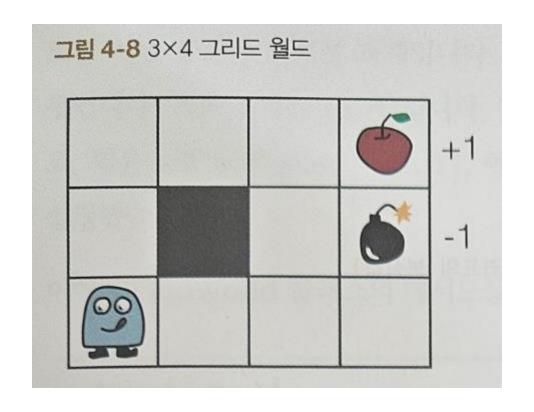


DP 알고리즘 실행

• 초깃값을 다르게 잡았을 때:

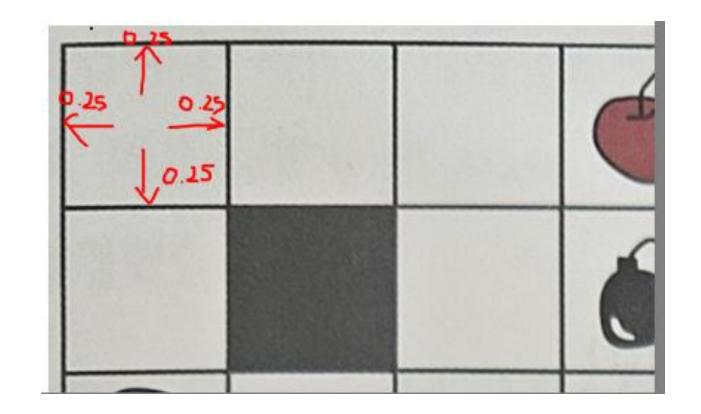


DP 예시 2



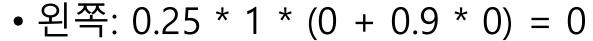
초기 상태

• 랜덤 방향으로 움직인다고 가정했을 때, 각 칸의 가치를 구할 것임

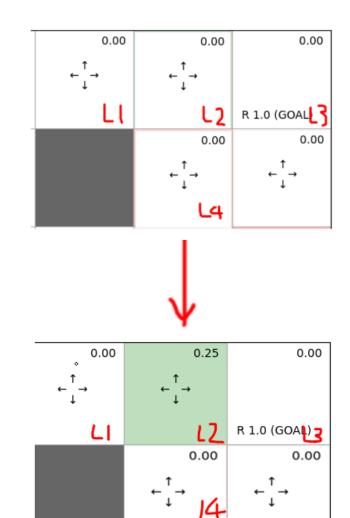


정책 평가의 작동

$$V_{k+1}(s) = \sum_{a,s'} \pi(a|s) p(s'|s,a) \{r(s,a,s') + \gamma V_k(s')\}$$



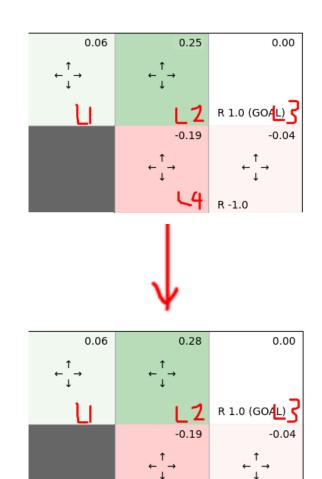
- 오른쪽: 0.25 * 1 * (1 + 0.9 * 0) = 0.25
- 위쪽: 0.25 * 1 * (0 + 0.9 * 0) = 0
- 아래쪽: 0.25 * 1 * (0 + 0.9 * 0) = 0
- -> L2의 가치 추정치 (1번째): 0 + 0.25 + 0 + 0 = 0.25



정책 평가의 작동

$$V_{k+1}(s) = \sum_{a,s'} \pi(a|s) p(s'|s,a) \{r(s,a,s') + \gamma V_k(s')\}$$

- 왼쪽: 0.25 * 1 * (0 + 0.9 * 0.06) = 0.013
- 오른쪽: 0.25 * 1 * (1 + 0.9 * 0) = 0.250
- 위쪽: 0.25 * 1 * (0 + 0.9 * 0.25) = 0.056
- 아래쪽: 0.25 * 1 * (0 + 0.9 * -0.19) = -0.042
- -> L2의 가치 추정치 (2번째) : 0.013 + 0.250 + 0.056 0.042 = 0.28



0.00	0.00	0.25	0.00		0.00	0.06	0.28	0.00
← ↑ →	← [↑] →	$\leftarrow {\displaystyle \mathop{\downarrow}^{\uparrow}} \rightarrow$			← [↑] →	$\leftarrow {\displaystyle \mathop{\uparrow}_{}} \rightarrow$	$\leftarrow \stackrel{\uparrow}{\downarrow} \rightarrow$	
			R 1.0 (GOAL)					R 1.0 (GOAL)
0.00		-0.19	-0.04		0.00		-0.25	-0.13
← [↑] →		$\leftarrow \stackrel{\uparrow}{\downarrow} \rightarrow$	$\leftarrow \stackrel{\uparrow}{\downarrow} \rightarrow$	<u> </u>	← ↓ →		$\leftarrow \stackrel{\uparrow}{\downarrow} \rightarrow$	$\leftarrow \stackrel{\uparrow}{\downarrow} \rightarrow$
0.00	0.00	-0.04	R -1.0 -0.27	, -				R -1.0
					0.00	-0.01	-0.13	-0.43
$\leftarrow {}^{\uparrow}_{\downarrow} \rightarrow$	$\leftarrow \stackrel{\uparrow}{\downarrow} \rightarrow$	$\leftarrow \stackrel{\uparrow}{\downarrow} \rightarrow$	$\leftarrow \downarrow^{\uparrow} \rightarrow$		← [↑] →	←	$\leftarrow \stackrel{\uparrow}{\downarrow} \rightarrow$	← [↑] →
0.03	0.11	0.27	0.00	1 /	0.03	0.10	0.21	0.00
← ↓ →	$\leftarrow \stackrel{\uparrow}{\downarrow} \rightarrow$	$\leftarrow \stackrel{\uparrow}{\downarrow} \rightarrow$			$\leftarrow \stackrel{\uparrow}{\downarrow} \rightarrow$	$\leftarrow \stackrel{\uparrow}{\downarrow} \rightarrow$	$\leftarrow \stackrel{\uparrow}{\downarrow} \rightarrow$	
			R 1.0 (GOAL)					R 1.0 (GOAL)
0.01		-0.35	-0.24		-0.03		-0.50	-0.37
← ↑ ↓		← [↑] →	← ↑ →		← ↑ →		← [↑] →	$\leftarrow \downarrow^{\uparrow} \rightarrow$
			R -1.0					R -1.0
-0.01	-0.06	-0.26	-0.60		-0.10	-0.22	-0.43	-0.78
← ↓ →	$\leftarrow \stackrel{\uparrow}{\downarrow} \rightarrow$	← [↑] →	← [†] →		← ↓ →	$\leftarrow \downarrow^{\uparrow} \rightarrow$	← [↑] →	← [↑] →

정책 반복법

• 평가와 개선을 반복하는 알고리즘

최적 정책

최적 정책 $\mu_*(s)$ $= argmax_aq_*(s,a)$

상태 s가 주어졌을 때 최대 가치를 내는 행동 a만을 하는 정책 [탐욕 정책]

임의의 결정적 정책

$$\mu'(s)$$

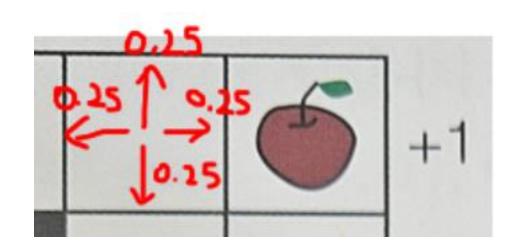
= $argmax_a q_{\mu}(s, a)$

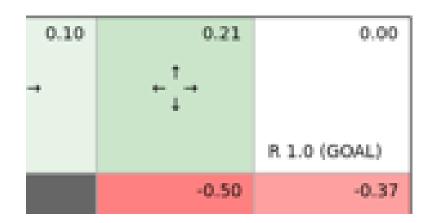
모든 상태 s에서 $\mu'(s)$ 가 갱신되지 않는다면, $\mu(s)$ 는 이미 최적 정책이라는 뜻

정책 반복법의 작동

- 1. π_0 정책에서 시작, π_0 는 확률적일 수 있으므로 $\mu_0(s)$ 가 아닌 $\pi_0(s|a)$ 로 표기함
- 2. π_0 의 가치 함수를 평가하여 V_0 를 얻음 (반복적 정책 평가 알고리즘 이용)
- 3. 가치 함수 V_0 를 이용하여 탐욕화 수행, μ_1 정책을 획득
- 4. 1~3 반복

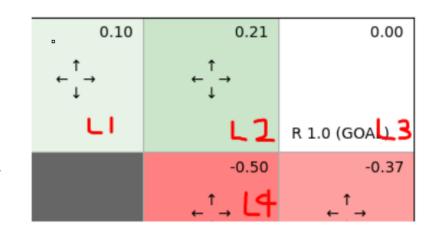
정책 반복법의 작동





정책 반복법의 작동

```
\begin{split} &\mu'(s)\\ &= argmax_aq_{\mu}(s,a)\\ &= argmax_a\Sigma_{s'}p(s'|s,a)\{r(s,a,s')+\gamma v_{\mu}(s')\} \end{split}
```



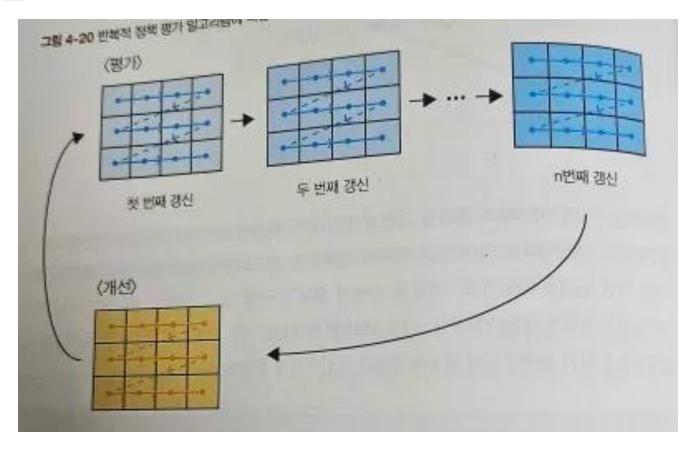
- A = 왼쪽 -> 1 * (0 + 0.9 * 0.10) = 0.09
- A = 오른쪽 -> 1 * (1 + 0.9 * 0) = 1
- A = 위쪽 -> 1 * (0 + 0.9 * 0.21) = 0.189
- A = 아래쪽 -> 1 * (0 + 0.9 * -0.5) = -0.4
- -> L2에서 무조건 **오른쪽**으로 가게 정책 변경

0.03	0.10	0.21	0.00		0.81	0.90	1.00	
$\leftarrow {\uparrow} \rightarrow$	$\leftarrow \downarrow^{\uparrow} \rightarrow$	$\leftarrow \stackrel{\uparrow}{\downarrow} \rightarrow$			→	→	→	
			R 1.0 (GOAL)					R 1.0 (GO
-0.03		-0.50	-0.37		0.73		0.90	
$\leftarrow {\displaystyle \mathop{\uparrow}_{}} \rightarrow$		← ¦→	← ¦ →		1		Ť	1
			R -1.0	>				R -1.0
-0.10	-0.22				0.66	0.59	0.53	
$\leftarrow \downarrow^{\uparrow} \rightarrow$	$\leftarrow \stackrel{\uparrow}{\downarrow} \rightarrow$	$\leftarrow \stackrel{\uparrow}{\downarrow} \rightarrow$	$\leftarrow \stackrel{\uparrow}{\downarrow} \rightarrow$		1	←	←	←
		•						
0.81	0.90	1.00	0.00		0.81	0.90	1.00	0.
0.81	0.90	1.00	0.00		0.81	0.90	1.00	0.
0.81	0.90	1.00			0.81	0.90	1.00	0.
-	0.90	-	R 1.0 (GOAL)		0.81 →	0.90	1.00 →	R 1.0 (GOAL
0.81 → 0.73	0.90	1.00 → 0.90			→	0.90	→	R 1.0 (GOAL
→ 0.73	0.90	0.90	R 1.0 (GOAL) 1.00 †	\(\)	→ 0.73	0.90	→	R 1.0 (GOAL 1
→ 0.73	0.90 →	0.90	R 1.0 (GOAL)		→ 0.73	0.90 →	→	R 1.0 (GOAL 1 ↑ R -1.0
→ 0.73 ↑	→	→ 0.90 ↑	R 1.0 (GOAL) 1.00 ↑ R -1.0		→ 0.73 ↑	-	→ 0.90 ↑	R 1.0 (GOAL 1.

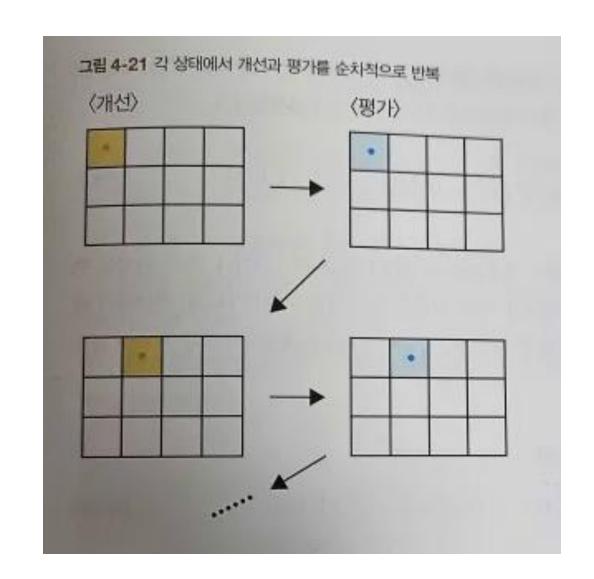
정책 반복법: 평가와 개선을 할 때, 모든 state와 action에 대해 가치 함수와 정책을 업데이트함. 이때 가치 함수는 앞선 DP 알고리즘에 의해 여러 번 갱신됨

가치 반복법: 하나의 상태만 1번 갱신하고 바로 개선

• 정책 반복법



• 가치 반복법



개선 단계
$$\mu(s)=argmax_a\Sigma_{s'}p(s'|s,a)\{r(s,a,s')+\gamma V(s')\}$$
평가 단계 $_{^{2} ext{5} ext{7} e$

개선 단계
$$\mu(s) = argmax_a \Sigma_{s'} p(s'|s,a) \{r(s,a,s') + \gamma V(s')\}$$
 평가 단계 $_{\begin{subarray}{c}2\end{subarray}}$ 전 $V'(s) = \Sigma_{s'} \; p(s'|s,a) \; \{r(s,a,s') + \gamma V(s')\}$

이때, p(s'|s,a) $\{r(s,a,s')+\gamma V(s')\}$ 부분이 중복됨, 그러므로 다음과 같이 줄일 수 있음: $V'(s)=max_a\Sigma_{s'}\ p(s'|s,a)\ \{r(s,a,s')+\gamma V(s')\}$

$$V'(s) = max_a \Sigma_{s'} p(s'|s, a) \{r(s, a, s') + \gamma V(s')\}$$

• 어떤 상태의 가치:

그 상태에서 할 수 있는 모든 행동 중 최대 수익을 뽑아내는 것의 가치

	0.00	0.00	1.00	0.00	
				R 1.0 (GOAL)	
	0.00		0.90	1.00	<u></u>
					,
1				R -1.0	•
	0.00	0.00	0.81	0.73	
					1/
	0.81	0.90	1.00	0.00	
	0.81	0.90	1.00	0.00	(
	0.81	0.90	1.00		
	0.81	0.90	0.90	0.00 R 1.0 (GOAL)	
		0.90		R 1.0 (GOAL)	
		0.90		R 1.0 (GOAL)	
		0.90		R 1.0 (GOAL)	\(\frac{1}{2}\)
	0.73		0.90	R 1.0 (GOAL) 1.00 R -1.0	
	0.73		0.90	R 1.0 (GOAL) 1.00 R -1.0	\(\) \(\) \(\) \(\)

	0.00	0.90	1.00	0.00
				R 1.0 (GOAL)
<i>—</i>)	0.00		0.90	1.00
,				R -1.0
•	0.00	0.73	0.81	0.73

	0.81	0.90	1.00	0.00
	→	→	→	
				R 1.0 (GOAL)
•	0.73		0.90	1.00
- >	1		1	1
•				
				R -1.0
	0.66	0.73	0.81	0.73
	→	→	1	←
_				

정리

- 상태 전이 확률 p(s'|s,a)
- 보상 함수 r(s,a,s')
- 정책 π(a|s)

이걸로 벨만 방정식을 만들고, 연립방정식을 계산하여 $v_{\pi}(s)$ 를 얻음

- 연립방정식의 계산 방법:
 - 1. v의 초기값을 아무거나 설정한다
- 2. 벨만 방정식 비스무리한 걸로 v를 갱신한다
- 3. 이렇게 DP를 활용해서 v를 정답과 더 가깝게 만들 수 있다

예고편

- 상태 전이 확률 p(s'|s,a)
- 보상 함수 r(s,a,s')
- 정책 $\pi(a|s)$ \mathbf{z} ? \mathbf{r} 이걸로 벨만 방정식을 만들고, 연립방정식을 계산하여 $v_{\pi}(s)$ 를 얻음
- 연립방정식의 계산 방법:
 - 1. v의 초기값을 아무거나 설정한다
 - 2. 벨만 방정식 비스무리한 걸로 v를 갱신한다 (못함)
 - 3. uhhhhh

끝

• 감사합니다