模式识别课程

神经网络分类器

张俊超

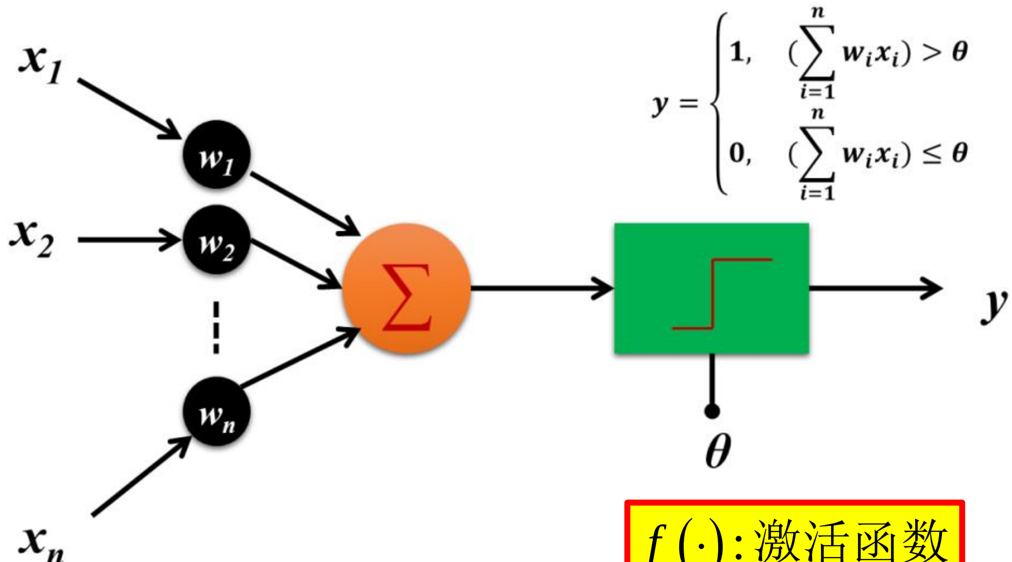
中南大学
航空航天学院

模式识别-神经网络分类器

- 模式识别算法
  - 统计模式识别
    - 线性分类器
      - 感知器
      - LMSE算法
      - SVM
      - Fisher线性判别
    - 贝叶斯分类器
      - 最小错误率
      - 最小风险
    - 最近邻分类器
      - 模板匹配
      - K近邻算法
    - 神经网络分类器
      - 多层感知器
      - CNN
    - 统计聚类算法
      - 层次聚类
      - 动态聚类
    - 特征选择与特征提取
  - 结构模式识别

模式识别-神经网络分类器

感知器： 1957年罗森布拉特提出的感知器,激起了第一次人工神经网络的热潮。



$f(\cdot)$:激活函数

$$G(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^T\mathbf{x} - \theta$$

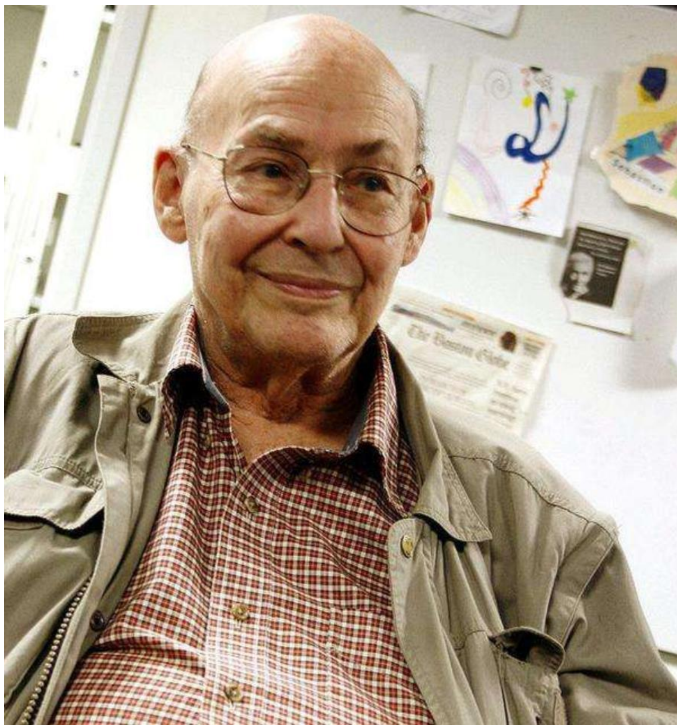
$$y = \begin{cases} 1, G(\mathbf{x}) > 0 \\ 0, G(\mathbf{x}) \le 0 \end{cases}$$

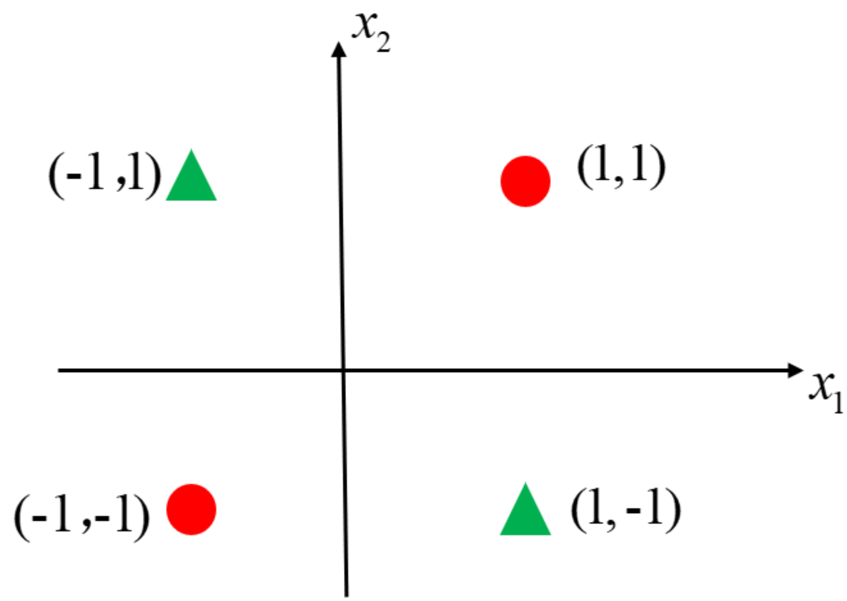
$$G(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^T\mathbf{x} + b$$

$$y = f(G(\mathbf{x})) = \begin{cases} 1, G(\mathbf{x}) > 0 \\ 0, G(\mathbf{x}) \le 0 \end{cases}$$

模式识别 -神经网络分类器

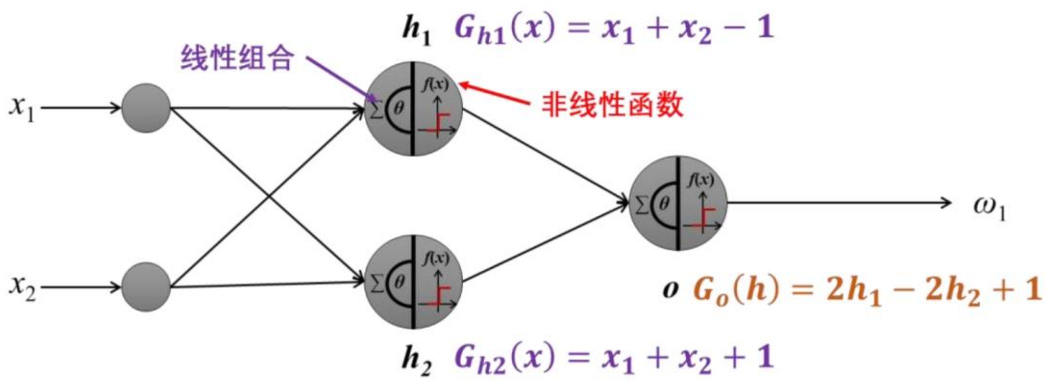
1969 年明斯基等人无情的批判，导致人工神经网络研究跌入第一个寒冬。

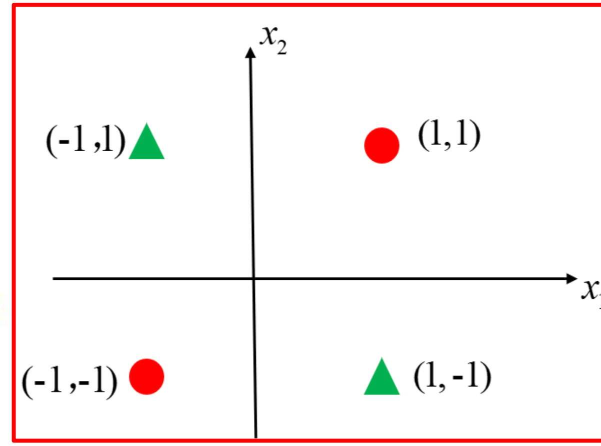




异或问题能够用感知器解决吗？

模式识别 -神经网络分类器

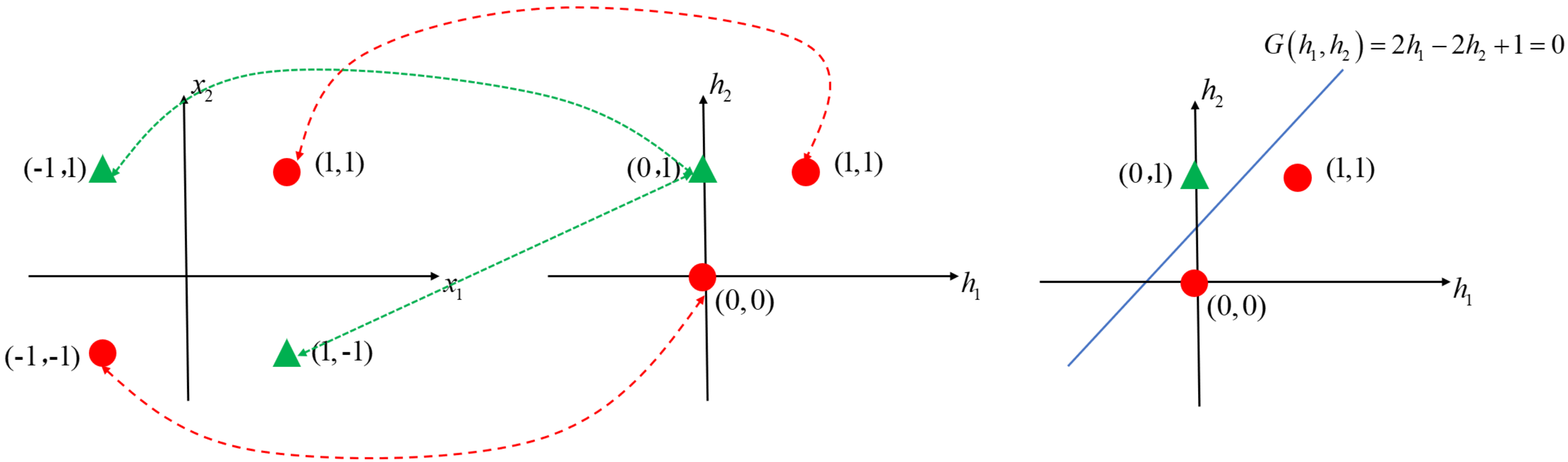




$$\left.\begin{aligned} G_{h_1}(1,1) &= 1+1-1=1, y_{h_1}=1 \\ G_{h_2}(1,1) &= 1+1+1=3, y_{h_2}=1 \end{aligned}\right\} \rightarrow G_o(1,1) = 2*1-2*1+1=1, y_o=1$$

$$\left.\begin{aligned} G_{h_1}(1,-1) &= 1-1-1=-1, y_{h_1}=0 \\ G_{h_2}(1,-1) &= 1-1+1=1, y_{h_2}=1 \end{aligned}\right\} \rightarrow G_o(0,1) = 2*0-2*1+1=-1, y_o=0$$

模式识别 -神经网络分类器



两层感知器并联，再与一个串联，解决了异或问题。
可是，多次感知器是如何训练的呢？

罗森布拉特：固定前面的权重，用感知器算法只更新最后一层的权重。

模式识别-神经网络分类器

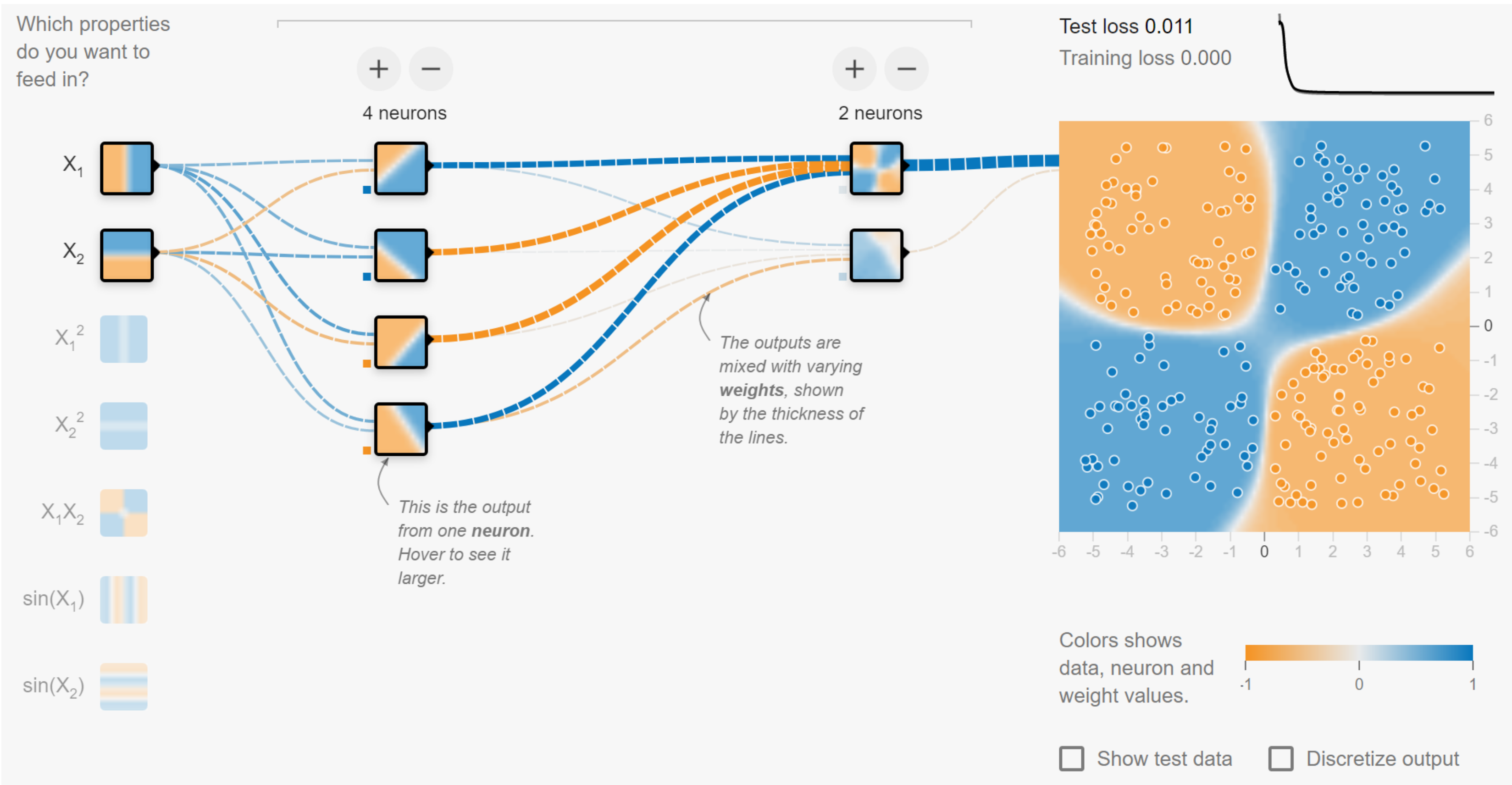
多层感知权重的更新： 固定前面的权重，用感知器算法只更新最后一层的权重

- 前面的权重需要事先人为设定，导致模型的性能很大程度上取决于事先选择的权重。
- 未能找到能够针对任意问题的前面权重赋值的方法。

1986年，Rumelhart 和Hinton等人提出误差反向传播算法(BP, back propagation)

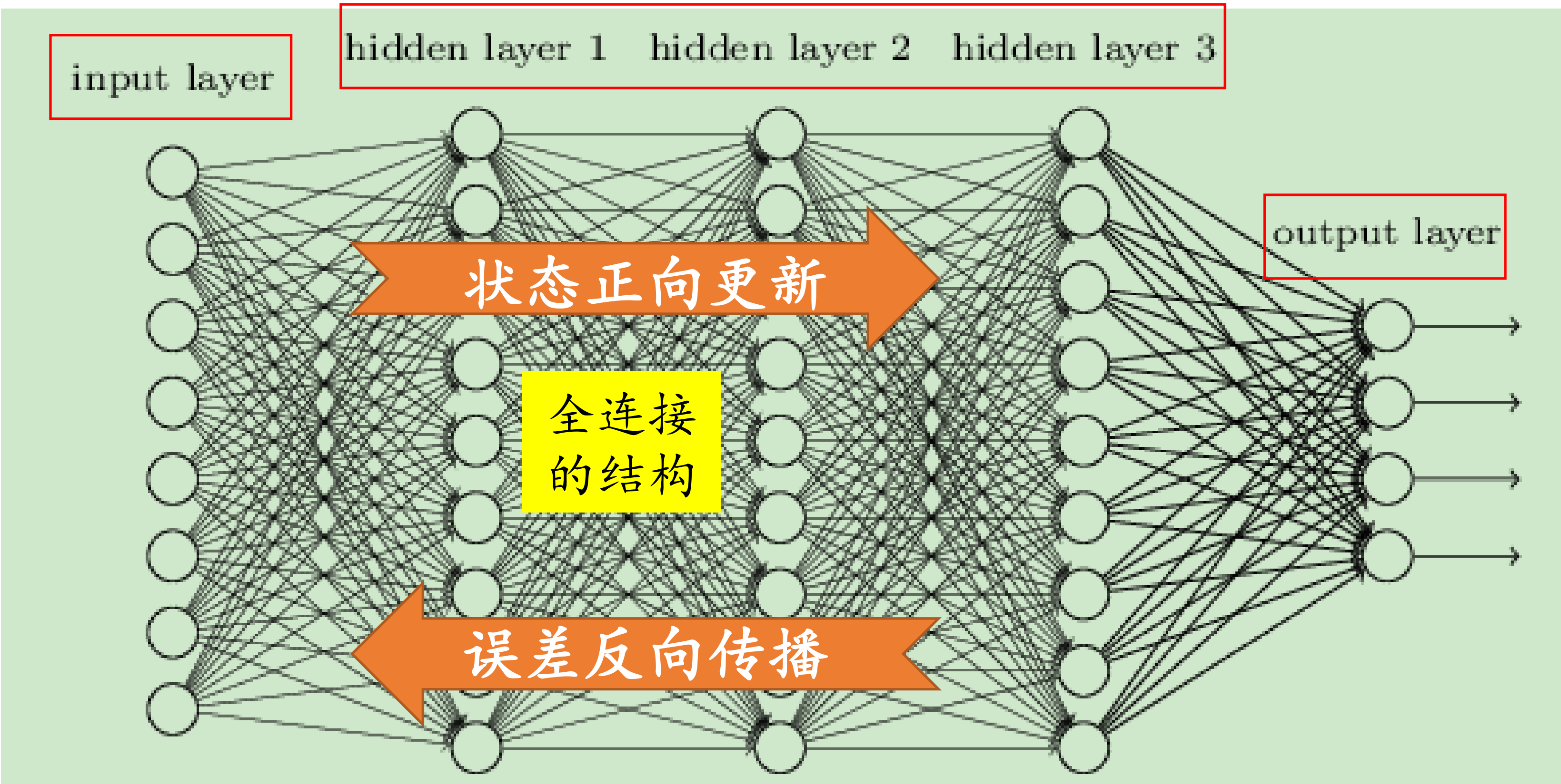
模式识别 -神经网络分类器

http://playground.tensorflow.org



模式识别-神经网络分类器

人工神经网络(ANN, Artificial Neural Network)



模式识别-神经网络分类器

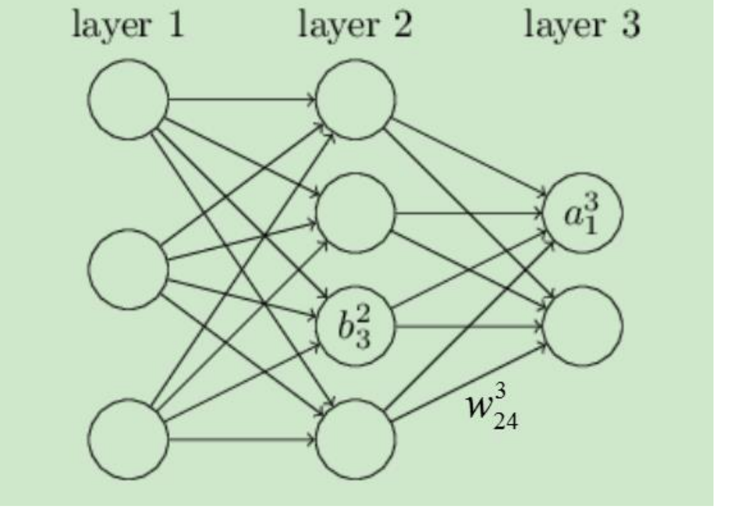
【记号】

w_{jk}^{l}：第$l-1$层的第k个神经元到第l层的第j个神经元的权重

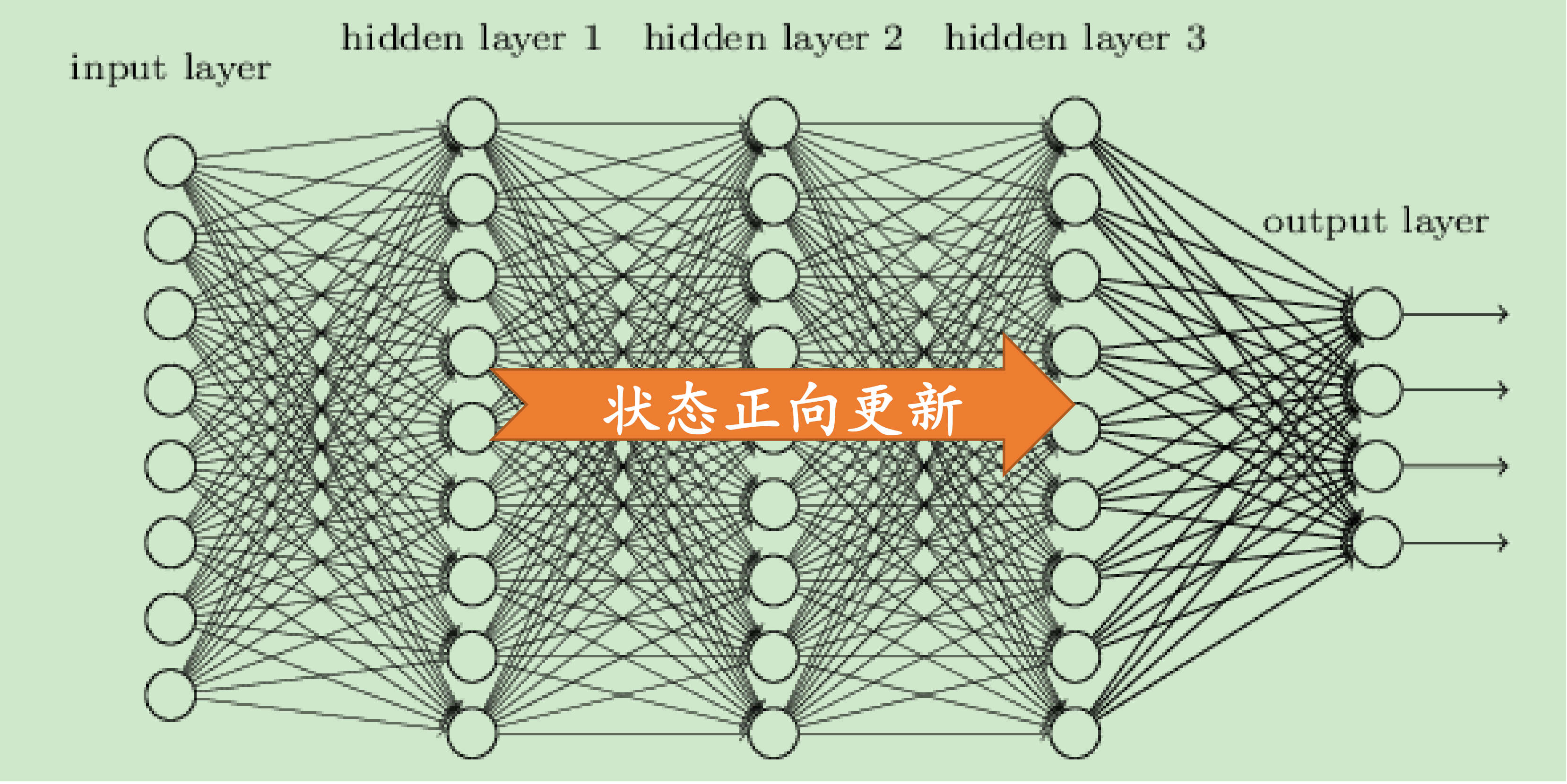
b_j^l：第l层的第j个神经元对应的偏置

需要考虑前一层

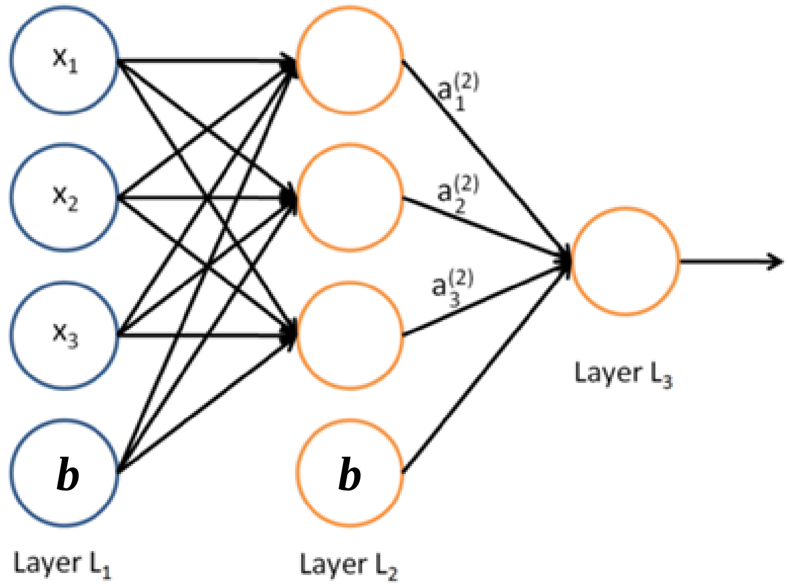
a_j^l：第l层的第j个神经元对应的输出



神经网络分类器-前向传播算法



神经网络分类器-前向传播算法



对于第二层的输出a_1^2, a_2^2, a_3^2，我们有：

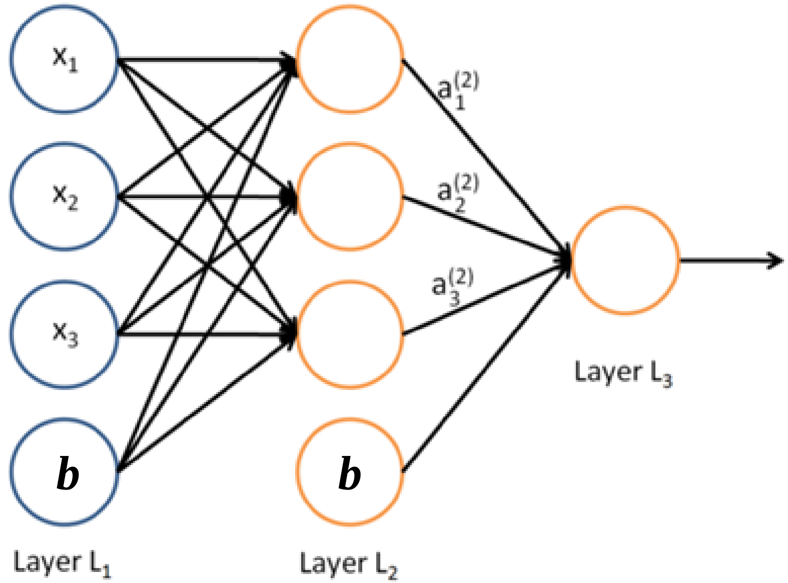
$$a_1^2 = \sigma(z_1^2) = \sigma(w_{11}^2 x_1 + w_{12}^2 x_2 + w_{13}^2 x_3 + b_1^2)$$

$$a_2^2 = \sigma(z_2^2) = \sigma(w_{21}^2 x_1 + w_{22}^2 x_2 + w_{23}^2 x_3 + b_2^2)$$

$$a_3^2 = \sigma(z_3^2) = \sigma(w_{31}^2 x_1 + w_{32}^2 x_2 + w_{33}^2 x_3 + b_3^2)$$

其中，$\sigma(\cdot)$是激活函数

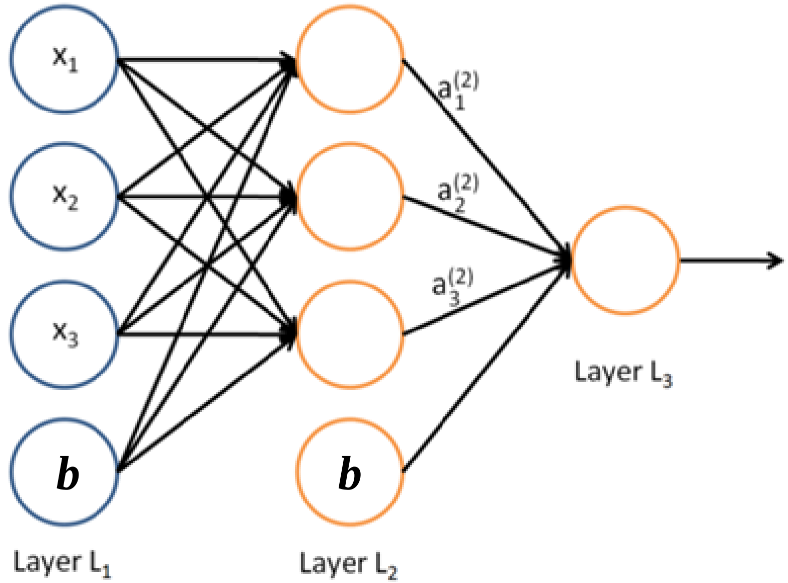
神经网络分类器-前向传播算法



对于第三层的输出a_1^3，我们有：

$$a_1^3 = \sigma(z_1^3) = \sigma(w_{11}^3 a_1^2 + w_{12}^3 a_2^2 + w_{13}^3 a_3^2 + b_1^3)$$

神经网络分类器-前向传播算法



将上面的式子一般化，设$l-1$层有m个神经元，则对第l层的第j个神经元的输出a_j^l，我们有：

$$\boxed{a_j^l = \sigma(z_j^l) = \sigma(\sum_{k=1}^{m} w_{jk}^l a_k^{l-1} + b_j^l)}$$

神经网络分类器-前向传播算法

矩阵表示：

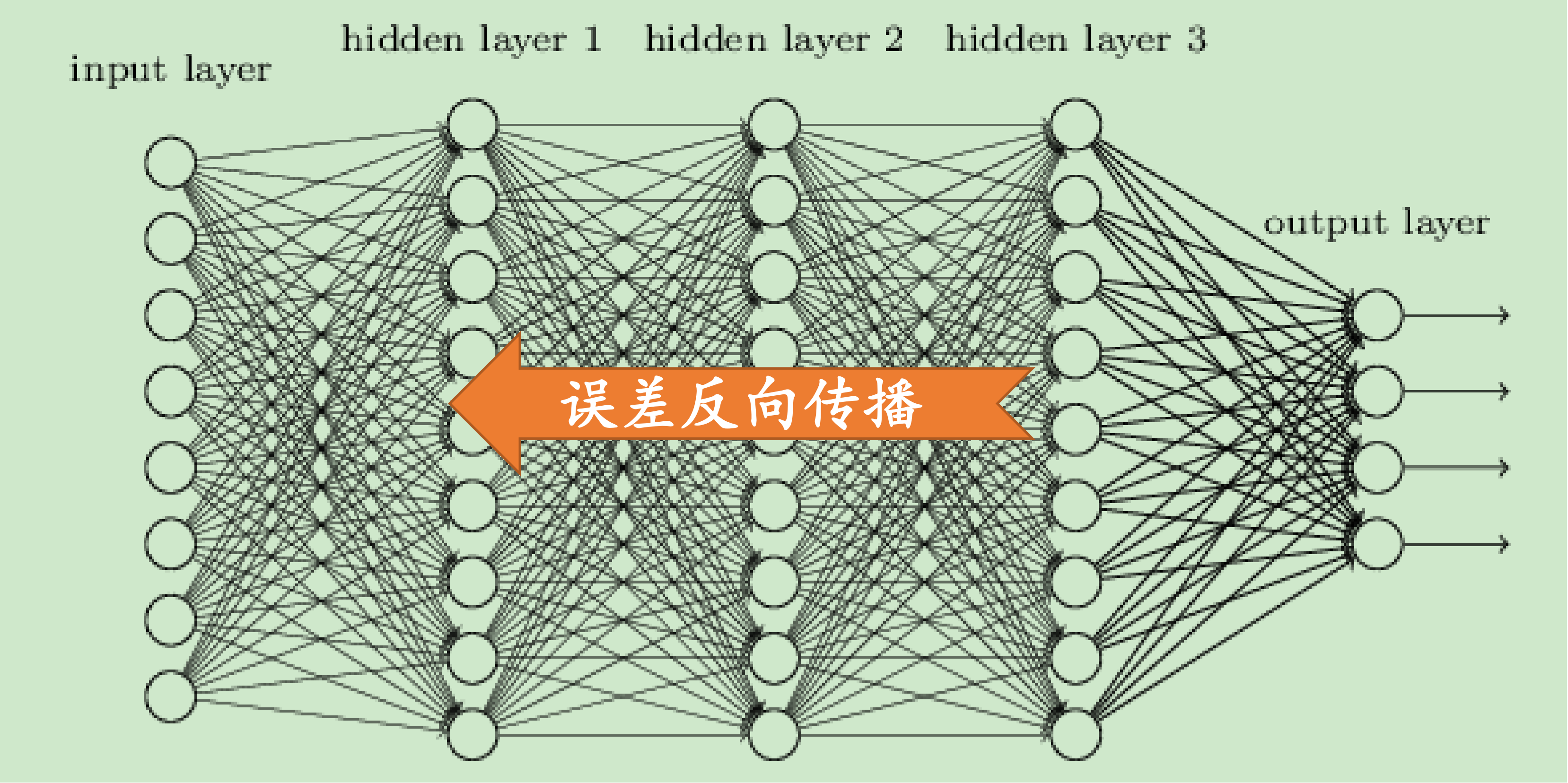
假设$l-1$层有m个神经元，l层有n个神经元，则l层的权重w就组成了一个$n\times m$的矩阵$\mathbf{W}^l$，偏置就组成了一个$n\times 1$的向量$\mathbf{b}^l$，第$l-1$的输出就组成了一个$m\times 1$的向量$\mathbf{a}^{l-1}$，第l层的未激活前的输出$\mathbf{z}^l$，是一个$n\times 1$的向量。第l的输出就组成了一个$n\times 1$的向量$\mathbf{a}^l$。

$$\mathbf{a}^l=\sigma(\mathbf{z}^l)=\sigma(\mathbf{W}^l\mathbf{a}^{l-1}+\mathbf{b}^l)$$

$$\begin{bmatrix} a_1^l \\ a_2^l \\ \vdots \\ a_n^l \end{bmatrix}=\sigma\left(\begin{bmatrix} w_{11}^l & w_{12}^l & \cdots & w_{1m}^l \\ w_{21}^l & w_{22}^l & \cdots & w_{2m}^l \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{n1}^l & w_{n2}^l & \cdots & w_{nm}^l \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_1^{l-1} \\ a_2^{l-1} \\ \vdots \\ a_m^{l-1} \end{bmatrix}+\boxed{\begin{bmatrix} b_1^l \\ b_2^l \\ \vdots \\ b_n^l \end{bmatrix}}\right)$$

神经网络分类器-反向传播算法

更新权重：



神经网络分类器-反向传播算法

一般步骤：

- 选择损失函数
- 最小化损失函数
- 梯度下降法更新权重

均方差损失函数: $J(\mathbf{W},\mathbf{b},\mathbf{x},\mathbf{y}) = \frac{1}{2}\left\|\mathbf{a}^{L} - \mathbf{y}\right\|_2^2$

$\mathbf{x}$: 输入

$\mathbf{y}$: 期望的输出

$\mathbf{W},\mathbf{b}$: 权重

L: 代表输出层

神经网络分类器-反向传播算法

首先是输出层：第 L 层，输出层满足如下关系：

$$\mathbf{a}^L=\sigma(\mathbf{z}^L)=\sigma(\mathbf{W}^L\mathbf{a}^{L-1}+\mathbf{b}^L)$$

矩阵求导过程参考链接：https://zhuanlan.zhihu.com/p/24709748

对于**输出层**，我们的损失函数变为：

$$J(\mathbf{W},\mathbf{b},\mathbf{x},\mathbf{y})=\frac{1}{2}\left\|\mathbf{a}^L-\mathbf{y}\right\|_2^2=\frac{1}{2}\left\|\sigma(\mathbf{W}^L\mathbf{a}^{L-1}+\mathbf{b}^L)-\mathbf{y}\right\|_2^2$$

这样求解 $\mathbf{W},\mathbf{b}$ 的梯度为：

$$t=f(\mathbf{s}),\mathbf{s}=\mathbf{A}\mathbf{x}+\mathbf{v}\Rightarrow\frac{\partial t}{\partial\mathbf{A}}=\frac{\partial t}{\partial\mathbf{s}}\mathbf{x}^T$$

$$\frac{\partial J(\mathbf{W},\mathbf{b},\mathbf{x},\mathbf{y})}{\partial\mathbf{W}^L}=(\mathbf{a}^L-\mathbf{y})\odot\sigma'(\mathbf{z}^L)(\mathbf{a}^{L-1})^T$$

$$\frac{\partial J(\mathbf{W},\mathbf{b},\mathbf{x},\mathbf{y})}{\partial\mathbf{b}^L}=\left(\frac{\partial\mathbf{z}^L}{\partial\mathbf{b}^L}\right)^T\frac{\partial J(\mathbf{W},\mathbf{b},\mathbf{x},\mathbf{y})}{\partial\mathbf{z}^L}=(\mathbf{a}^L-\mathbf{y})\odot\sigma'(\mathbf{z}^L)$$

从上式我们可以看到，存在公共部分，记为：

$$\boldsymbol{\delta}^L=\frac{\partial J(\mathbf{W},\mathbf{b},\mathbf{x},\mathbf{y})}{\partial\mathbf{z}^L}=(\mathbf{a}^L-\mathbf{y})\odot\sigma'(\mathbf{z}^L)$$

神经网络分类器-反向传播算法

矩阵微分的性质

(1)微分加减法: $d(\mathbf{X}+\mathbf{Y})=d\mathbf{X}+d\mathbf{Y}, d(\mathbf{X}-\mathbf{Y})=d\mathbf{X}-d\mathbf{Y}$

(2)微分乘法: $d(\mathbf{XY})=(d\mathbf{X})\mathbf{Y}+\mathbf{X}(d\mathbf{Y})$

(3)微分转置: $d(\mathbf{X}^T)=(d\mathbf{X})^T$

(4)微分的迹: $dtr(\mathbf{X})=tr(d\mathbf{X})$

(5)微分哈达玛乘积: $d(\mathbf{X}\odot\mathbf{Y})=\mathbf{X}\odot d\mathbf{Y}+d\mathbf{X}\odot\mathbf{Y}$

(6)逐元素求导: $d\sigma(\mathbf{X})=\sigma'(\mathbf{X})\odot d\mathbf{X}$

(7)逆矩阵微分: $d\mathbf{X}^{-1}=-\mathbf{X}^{-1}d\mathbf{X}\mathbf{X}^{-1}$

(8)行列式微分: $d|\mathbf{X}|=|\mathbf{X}|tr(\mathbf{X}^{-1}d\mathbf{X})$

$$df=tr((\frac{\partial f}{\partial \mathbf{X}})^T d\mathbf{X})$$

$$df=tr((\frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}})^T d\mathbf{x})$$

$$tr((\mathbf{A}\odot\mathbf{B})^T\mathbf{C})=tr(\mathbf{A}^T(\mathbf{B}\odot\mathbf{C}))$$

神经网络分类器–反向传播算法

$$\mathbf{z}^L = \mathbf{W}^L \mathbf{a}^{L-1} + \mathbf{b}^L$$

$$(1) \Rightarrow \frac{\partial J(\mathbf{W},\mathbf{b},\mathbf{x},\mathbf{y})}{\partial \mathbf{W}^L} = \frac{\partial J(\mathbf{W},\mathbf{b},\mathbf{x},\mathbf{y})}{\partial \mathbf{z}^L}(\mathbf{a}^{L-1})^T$$

$$J(\mathbf{W},\mathbf{b},\mathbf{x},\mathbf{y}) = \frac{1}{2}\left\|\mathbf{a}^L - \mathbf{y}\right\|_2^2 = \frac{1}{2}\left\|\sigma(\mathbf{W}^L\mathbf{a}^{L-1} + \mathbf{b}^L) - \mathbf{y}\right\|_2^2$$

$$dJ = \left(\sigma'\left(\mathbf{z}^L\right) \odot d\mathbf{z}^L\right)^T \left(\mathbf{a}^L - \mathbf{y}\right)$$

$$\begin{aligned} tr\left(dJ\right) &= tr\left[\left(\sigma'\left(\mathbf{z}^L\right)\odot d\mathbf{z}^L\right)^T\left(\mathbf{a}^L - \mathbf{y}\right)\right] \\ &= tr\left[\left(\mathbf{a}^L - \mathbf{y}\right)^T\left(\sigma'\left(\mathbf{z}^L\right)\odot d\mathbf{z}^L\right)\right] \\ &= tr\left[\left[\left(\mathbf{a}^L - \mathbf{y}\right)\odot\sigma'\left(\mathbf{z}^L\right)\right]^T d\mathbf{z}^L\right] \end{aligned}$$

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{z}^L} = \left(\mathbf{a}^L - \mathbf{y}\right)\odot\sigma'\left(\mathbf{z}^L\right)$$

$$\boxed{\begin{aligned} &\frac{\partial J(\mathbf{W},\mathbf{b},\mathbf{x},\mathbf{y})}{\partial \mathbf{W}^L} = \frac{\partial J(\mathbf{W},\mathbf{b},\mathbf{x},\mathbf{y})}{\partial \mathbf{z}^L}(\mathbf{a}^{L-1})^T \\ &= \left(\mathbf{a}^L - \mathbf{y}\right)\odot\sigma'\left(\mathbf{z}^L\right)(\mathbf{a}^{L-1})^T \end{aligned}}$$

神经网络分类器-反向传播算法

其它层的计算：

我们注意到第 l 层的未激活输出为 $\mathbf{z}^l$，它的梯度可以表示为：

$$\boldsymbol{\delta}^l = \frac{\partial J(\mathbf{W},\mathbf{b},\mathbf{x},\mathbf{y})}{\partial \mathbf{z}^l} = \left(\frac{\partial \mathbf{z}^L}{\partial \mathbf{z}^{L-1}} \cdot \frac{\partial \mathbf{z}^{L-1}}{\partial \mathbf{z}^{L-2}} \cdots \frac{\partial \mathbf{z}^{l+1}}{\partial \mathbf{z}^l}\right)^T \frac{\partial J(\mathbf{W},\mathbf{b},\mathbf{x},\mathbf{y})}{\partial \mathbf{z}^L}$$

如果我们依次获得 $\boldsymbol{\delta}^l$，根据 $\mathbf{z}^l = \mathbf{W}^l \mathbf{a}^{l-1} + \mathbf{b}^l$，则：

$$t = f(\mathbf{s}), \mathbf{s} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{v} \Rightarrow \frac{\partial t}{\partial \mathbf{A}} = \frac{\partial t}{\partial \mathbf{s}} \mathbf{x}^T$$

$$\frac{\partial J(\mathbf{W},\mathbf{b},\mathbf{x},\mathbf{y})}{\partial \mathbf{W}^l} = \boldsymbol{\delta}^l (\mathbf{a}^{l-1})^T$$

$$\frac{\partial J(\mathbf{W},\mathbf{b},\mathbf{x},\mathbf{y})}{\partial \mathbf{b}^l} = \boldsymbol{\delta}^l$$

那如何求 $\boldsymbol{\delta}^l$？

用数学归纳法，可得 $\boldsymbol{\delta}^l = (\mathbf{W}^{l+1})^T \boldsymbol{\delta}^{l+1} \odot \sigma'(\mathbf{z}^l)$

神经网络分类器-反向传播算法

$$\boldsymbol{\delta}^{l}=\frac{\partial J(\mathbf{W},\mathbf{b},\mathbf{x},\mathbf{y})}{\partial \mathbf{z}^{l}}=\left(\frac{\partial \mathbf{z}^{l+1}}{\partial \mathbf{z}^{l}}\right)^{T}\frac{\partial J(\mathbf{W},\mathbf{b},\mathbf{x},\mathbf{y})}{\partial \mathbf{z}^{l+1}}=\left(\frac{\partial \mathbf{z}^{l+1}}{\partial \mathbf{z}^{l}}\right)^{T}\boldsymbol{\delta}^{l+1}$$

可见，用归纳法递推$\boldsymbol{\delta}^{l+1}$和$\boldsymbol{\delta}^{l}$的关键在于求解$\dfrac{\partial \mathbf{z}^{l+1}}{\partial \mathbf{z}^{l}}$。

而$\mathbf{z}^{l+1}$和$\mathbf{z}^{l}$的关系是：

$$\mathbf{z}^{l+1}=\mathbf{W}^{l+1}\mathbf{a}^{l}+\mathbf{b}^{l+1}=\mathbf{W}^{l+1}\sigma(\mathbf{z}^{l})+\mathbf{b}^{l+1}$$

很容易得到：

$$\frac{\partial \mathbf{z}^{l+1}}{\partial \mathbf{z}^{l}}=\mathbf{W}^{l+1}diag\left(\sigma'(\mathbf{z}^{l})\right)$$

将上式带入$\boldsymbol{\delta}^{l}$中，可得：

$$\boldsymbol{\delta}^{l}=\left(\frac{\partial \mathbf{z}^{l+1}}{\partial \mathbf{z}^{l}}\right)^{T}\boldsymbol{\delta}^{l+1}=(\mathbf{W}^{l+1})^{T}\boldsymbol{\delta}^{l+1}\odot\sigma'(\mathbf{z}^{l})$$

神经网络分类器-反向传播算法

矩阵求导辅助学习资料

- https://www.cnblogs.com/pinard/p/10750718.html
- https://www.cnblogs.com/pinard/p/10773942.html
- https://www.cnblogs.com/pinard/p/10791506.html
- https://www.cnblogs.com/pinard/p/10825264.html
- https://www.cnblogs.com/pinard/p/10930902.html

神经网络分类器-反向传播算法

梯度下降法更新权重：

$$\mathbf{W}^l(t+1)=\mathbf{W}^l(t)-\eta\cdot\nabla_{\mathbf{W}^l}=\mathbf{W}^l(t)-\eta\boldsymbol{\delta}^l(t)\left(\mathbf{a}^{l-1}(t)\right)^T$$

$$\mathbf{b}^l(t+1)=\mathbf{b}^l(t)-\eta\cdot\nabla_{\mathbf{b}^l}=\mathbf{b}^l(t)-\eta\boldsymbol{\delta}^l(t)$$

$Mini-batch\quad SGD$(随机梯度下降法)

m个样本

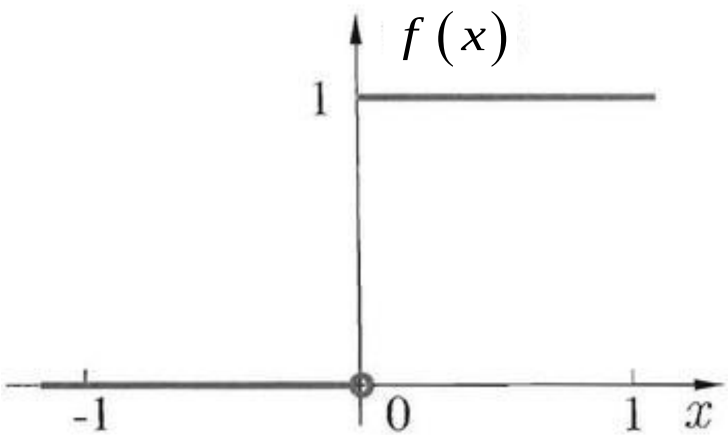
$$\mathbf{W}^l(t+1)=\mathbf{W}^l(t)-\eta\cdot\nabla_{\mathbf{W}^l}=\mathbf{W}^l(t)-\eta\sum_{i=1}^{m}\boldsymbol{\delta}^{i,l}(t)\left(\mathbf{a}^{i,l-1}(t)\right)^T$$

$$\mathbf{b}^l(t+1)=\mathbf{b}^l(t)-\eta\cdot\nabla_{\mathbf{b}^l}=\mathbf{b}^l(t)-\eta\sum_{i=1}^{m}\boldsymbol{\delta}^{i,l}(t)$$

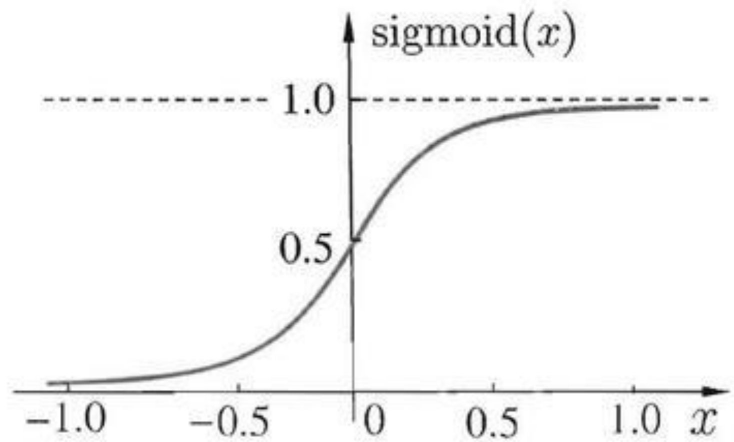
神经网络分类器-反向传播算法

$$\mathbf{a}^l = \sigma(\mathbf{z}^l) = \sigma(\mathbf{W}^l \mathbf{a}^{l-1} + \mathbf{b}^l)$$

激活函数如何选择？



$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \geqslant 0; \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$



$$\mathrm{sigmoid}(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$$

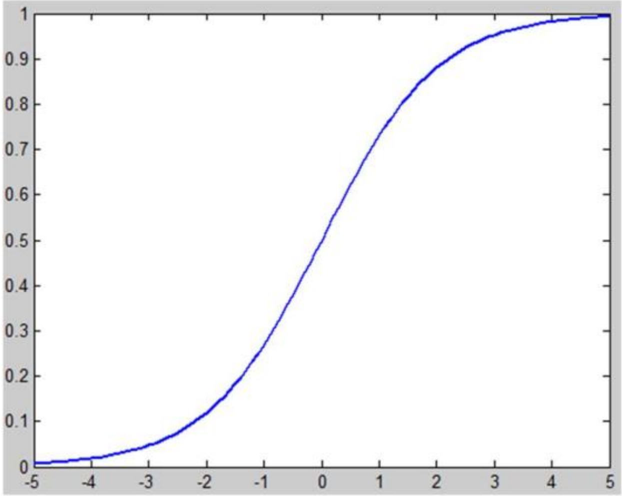
神经网络分类器-反向传播算法

➢均方差损失函数+Sigmoid 激活函数

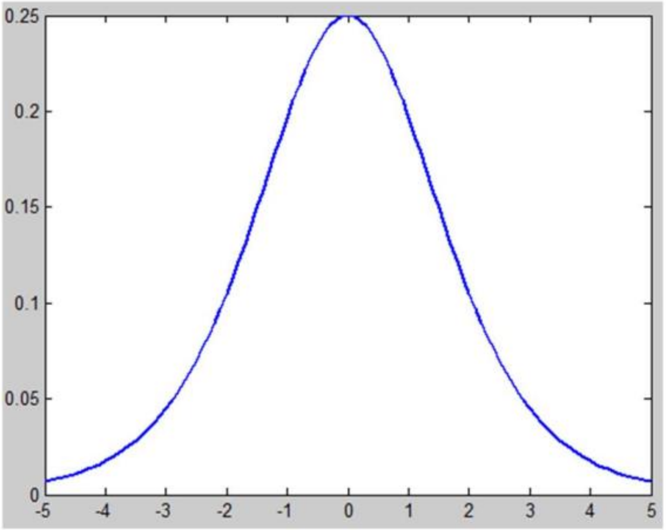
均方差损失函数: $J(\mathbf{W},\mathbf{b},\mathbf{x},\mathbf{y})=\frac{1}{2}\left\|\mathbf{a}^L-\mathbf{y}\right\|_2^2$

$$\mathbf{a}^l=\sigma(\mathbf{z}^l)=\sigma(\mathbf{W}^l\mathbf{a}^{l-1}+\mathbf{b}^l)=\frac{1}{1+e^{-(\mathbf{W}^l\mathbf{a}^{l-1}+\mathbf{b}^l)}}$$

$$\sigma(z)=\frac{1}{1+e^{-z}}$$



$$\sigma^{'}(z)=\sigma(z)(1-\sigma(z))$$



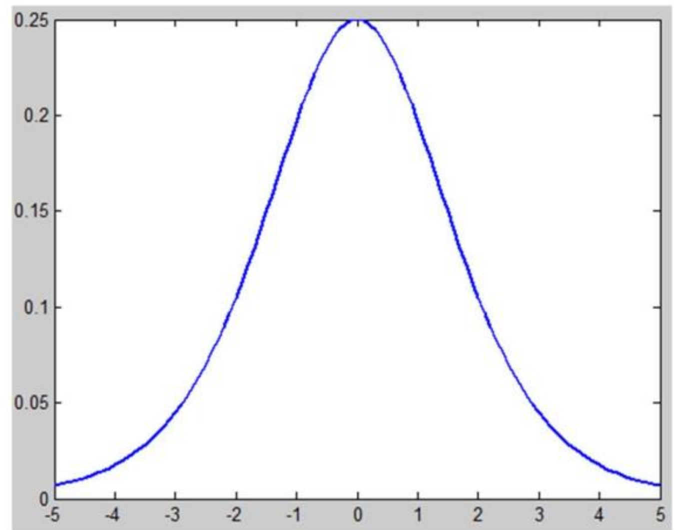
神经网络分类器-反向传播算法

$$\frac{\partial J(\mathbf{W},\mathbf{b},\mathbf{x},\mathbf{y})}{\partial \mathbf{W}^{l}}=\boldsymbol{\delta}^{l}(\mathbf{a}^{l-1})^{T}$$

$$\frac{\partial J(\mathbf{W},\mathbf{b},\mathbf{x},\mathbf{y})}{\partial \mathbf{b}^{l}}=\boldsymbol{\delta}^{l}$$

$$\boldsymbol{\delta}^{l}=(\mathbf{W}^{l+1})^{T}\boldsymbol{\delta}^{l+1}\odot\sigma^{'}(\mathbf{z}^{l})$$

$$\sigma^{'}(z)=\sigma(z)(1-\sigma(z))$$



从上面的图像可以看出，$g^{'}(z)$ 在 $z=0$ 时取得最大值 0.25，且是小于 1 的。

从 BP 算法中，我们知道，每一层向前递推时都要乘以 $\sigma^{'}(z)$，得到梯度变化值。若采用 Sigmoid 函数作为激活函数，将导致权重更新较慢，网络收敛较慢。

神经网络分类器-反向传播算法

➤交叉熵损失函数+Sigmoid 激活函数

我们知道 Sigmoid 函数的输出表征了当前样本标签为 1 的概率：

$$\hat{y} = P(y=1 \mid x)$$

则，当前样本标签为 0 的概率就可以表达成：

$$1-\hat{y} = P(y=0 \mid x)$$

上面的式子可以合在一起，表示为：

$$P(y \mid x) = \hat{y}^{y}(1-\hat{y})^{1-y}$$

从极大似然角度出发，我们希望 $P(y \mid x)$ 越大越好，因 log 函数不影响函数单调性，我们对 $P(y \mid x)$ 求 log：

$$\log P(y \mid x) = y\log\hat{y} + (1-y)\log(1-\hat{y})$$

因此，损失函数(-log)可以定义成：

$$L = -[y\log\hat{y} + (1-y)\log(1-\hat{y})]$$

神经网络分类器-反向传播算法

我们计算输出层δ^L：

$$
\begin{aligned}
\delta^L &= \frac{\partial J(W,b,a^L,y)}{\partial z^L} \\
&= -y\frac{1}{a^L}(a^L)(1-a^L)+(1-y)\frac{1}{1-a^L}(a^L)(1-a^L) \\
&= -y(1-a^L)+(1-y)(a^L) \\
&= a^L - y
\end{aligned}
$$

可见此时，δ^L表达式中已经没有了$\sigma'(z)$，因此避免了反向传播收敛速度慢的问题。

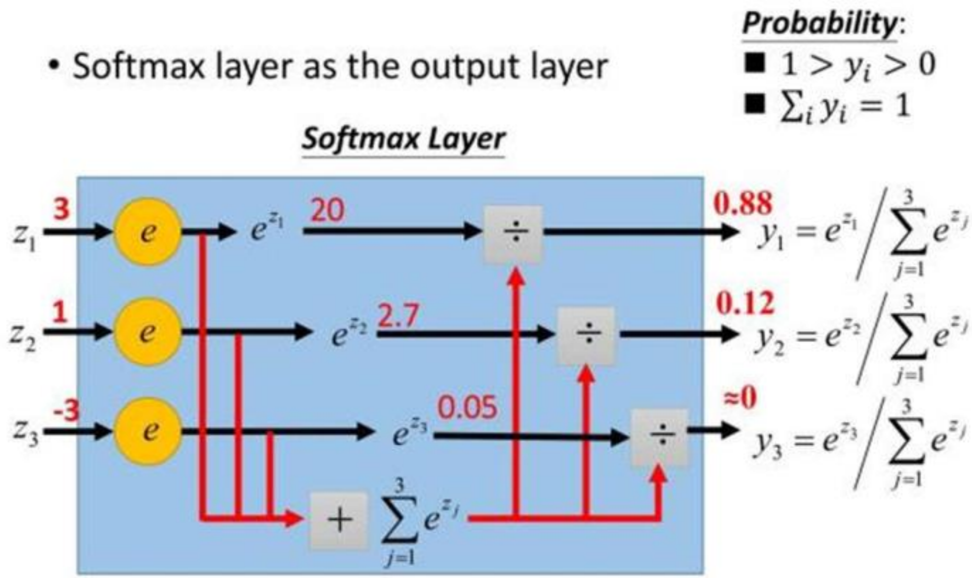
通常情况下，若使用了 Sigmoid 函数做激活函数，交叉熵损失函数肯定比均方差损失函数好用。

神经网络分类器-反向传播算法

多分类问题的交叉熵损失函数怎么定义呢?

Softmax 函数:

$$a_i^L = \frac{e^{z_i^L}}{\sum_{j=1}^{n_L} e^{z_j^L}}$$



神经网络分类器-反向传播算法

对应的损失函数(对数似然函数):

$$J(\mathbf{W},\mathbf{b},\mathbf{a}^L,\mathbf{y}) = -\sum_k y_k \ln a_k^L$$

其中 y_k 的取值为 0 或者 1。如果某一类样本的输出为第 i 类，则 $y_i = 1$，其余的 $j \neq i$ 都有 $y_j = 0$。由于每个样本属于一个类别，所以这个似然函数可以简写为:

$$J(\mathbf{W},\mathbf{b},\mathbf{a}^L,\mathbf{y}) = -\ln a_i^L$$

模式识别 -神经网络分类器

Matlab神经网络工具：

https://blog.csdn.net/weixin_42296976/article/details/81123843

Talk is cheap, Show me the code.

模式识别-神经网络分类器

```
%% Demo for ANN
clc;
close all;
clear all;
%%
load mnist_uint8;
train_x = double(train_x) / 255;
test_x  = double(test_x)  / 255;
train_y = double(train_y);
test_y  = double(test_y);
% Normalize
[train_x, mu, sigma] = Whiting(train_x);
test_x = Normalize(test_x, mu, sigma);
```

模式识别-神经网络分类器

```
%% Network setup
nn = AnnSetup([784 100 10]);
opts.MaxEpoch = 1;
opts.BatchSize = 200;
%% Train
[nn, L] = AnnTrain(nn, train_x, train_y, opts);
figure,plot(1:length(L),L,'r-','LineWidth',2);
xlabel('Number of Iteration'); ylabel('Loss');
```

模式识别 -神经网络分类器

```
function nn = AnnSetup(architecture)
nn.size = architecture;
nn.n = numel(nn.size);
nn.activation_function = 'sigm';
nn.learningRate = 2;
nn.loss_function = 'cross_entropy';%cross_entropy % mse
%%
for i = 2 : nn.n
    nn.W{i - 1} = (rand(nn.size(i), nn.size(i - 1)) - 0.5);
    nn.b{i - 1} = zeros(nn.size(i),1);
end
end
```

模式识别-神经网络分类器

```
function [nn, L]  = AnnTrain(nn, train_x, train_y, opts)
m = size(train_x, 1);
BatchSize = opts.BatchSize;
MaxEpoch = opts.MaxEpoch;
NumBatches = ceil(m / BatchSize);
N = NumBatches*BatchSize;
train_x = [train_x;train_x(1:N-m,:)];
train_y = [train_y;train_y(1:N-m,:)];
L = zeros(MaxEpoch*NumBatches,1);
n = 1;
for i = 1:MaxEpoch
    kk = randperm(N);
    for l = 1 : NumBatches
        batch_x = train_x(kk((l - 1) * BatchSize + 1 : l * BatchSize), :);
        batch_y = train_y(kk((l - 1) * BatchSize + 1 : l * BatchSize), :);
        nn = Annforward(nn, batch_x, batch_y);
        nn = Annbp(nn);
        L(n) = nn.L;
        n = n + 1;
    end
end
end
```

模式识别-神经网络分类器

```
function nn = Annforward(nn, x, y)
n = nn.n;
m = size(x, 1);
nn.a{1} = x;
for i = 2 : n
    tmp = nn.a{i - 1} * nn.W{i - 1}';
    tmp1 = repmat(nn.b{i-1}',[size(tmp,1),1]);
    switch nn.activation_function
        case 'sigm'
            nn.a{i} = sigm(tmp+tmp1);
        case 'tanh_opt'
            nn.a{i} = tanh_opt(tmp+tmp1);
    end
end
nn.e = y - nn.a{n};
switch nn.loss_function
    case 'mse'
        nn.L = 1/2 * sum(sum(nn.e .^ 2)) / m;
    case 'cross_entropy'
        nn.L = -sum(sum(y .* log(nn.a{n}))) / m;
end
end
```

模式识别-神经网络分类器

```
function nn = Annbp(nn)
n = nn.n;
switch nn.loss_function
    case 'mse'
        d{n} = - nn.e .* (nn.a{n} .* (1 - nn.a{n}));
    case 'cross_entropy'
        d{n} = - nn.e;
end

for i = (n - 1) : -1 : 2
    switch nn.activation_function
        case 'sigm'
            d_act = nn.a{i} .* (1 - nn.a{i});
        case 'tanh_opt'
            d_act = 1.7159 * 2/3 * (1 - 1/(1.7159)^2 * nn.a{i}.^2);
    end
    d{i} = (d{i + 1} * nn.W{i}) .* d_act;
end
```

模式识别-神经网络分类器

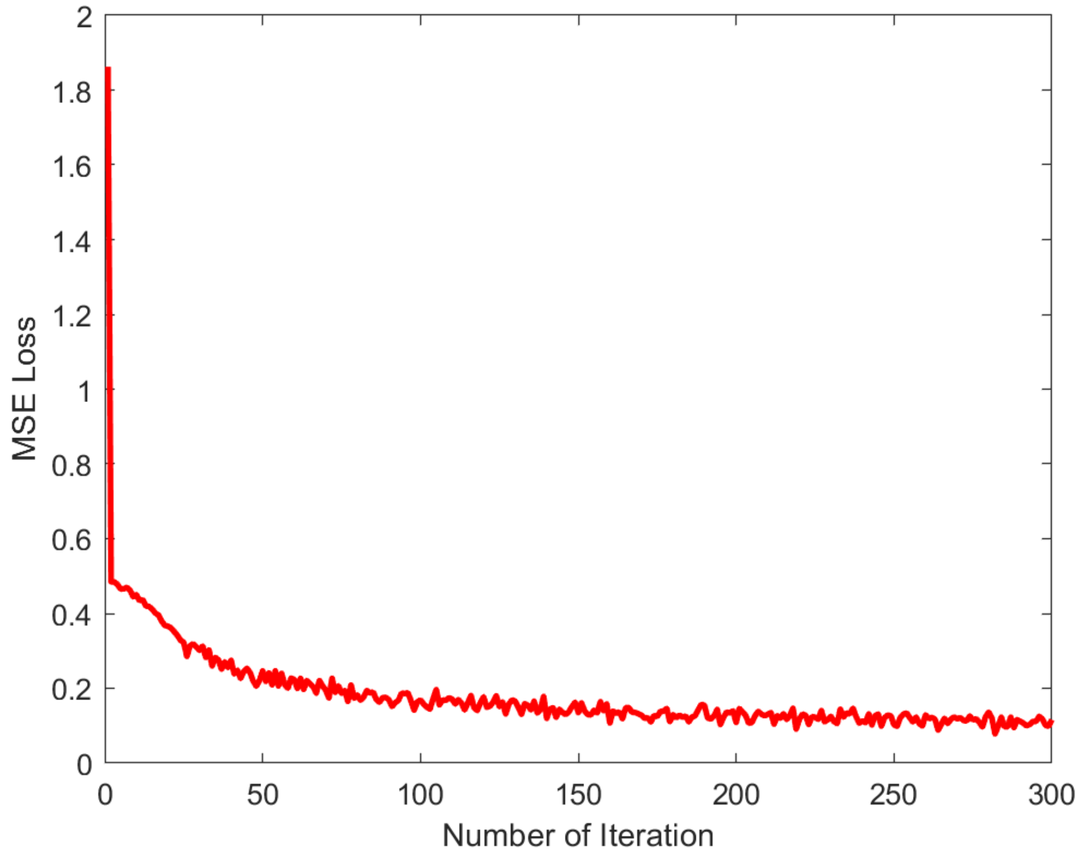
```
for i = 1 : (n - 1)
    nn.dW{i} = (d{i + 1}' * nn.a{i}) / size(d{i + 1}, 1);
    nn.db{i} = d{i + 1}'*ones(size(d{i + 1}, 1),1)/ size(d{i + 1}, 1);
end
%% Gradient Descent
for i = 1 : (n - 1)
    dW = nn.learningRate * nn.dW{i};
    nn.W{i} = nn.W{i} - dW;

    db = nn.learningRate * nn.db{i};
    nn.b{i} = nn.b{i} - db;
end

end
```

```
%% Test
nn = Annforward(nn, test_x, test_y);
[~, labels] = max(nn.a{end},[],2);
[~, expected] = max(test_y,[],2);
bad = find(labels ~= expected);
er = numel(bad) / size(test_x, 1);
acr = 1-er;
fprintf('Accuracy ratio is %f.\n', acr);
```

模式识别-神经网络分类器

MSE loss

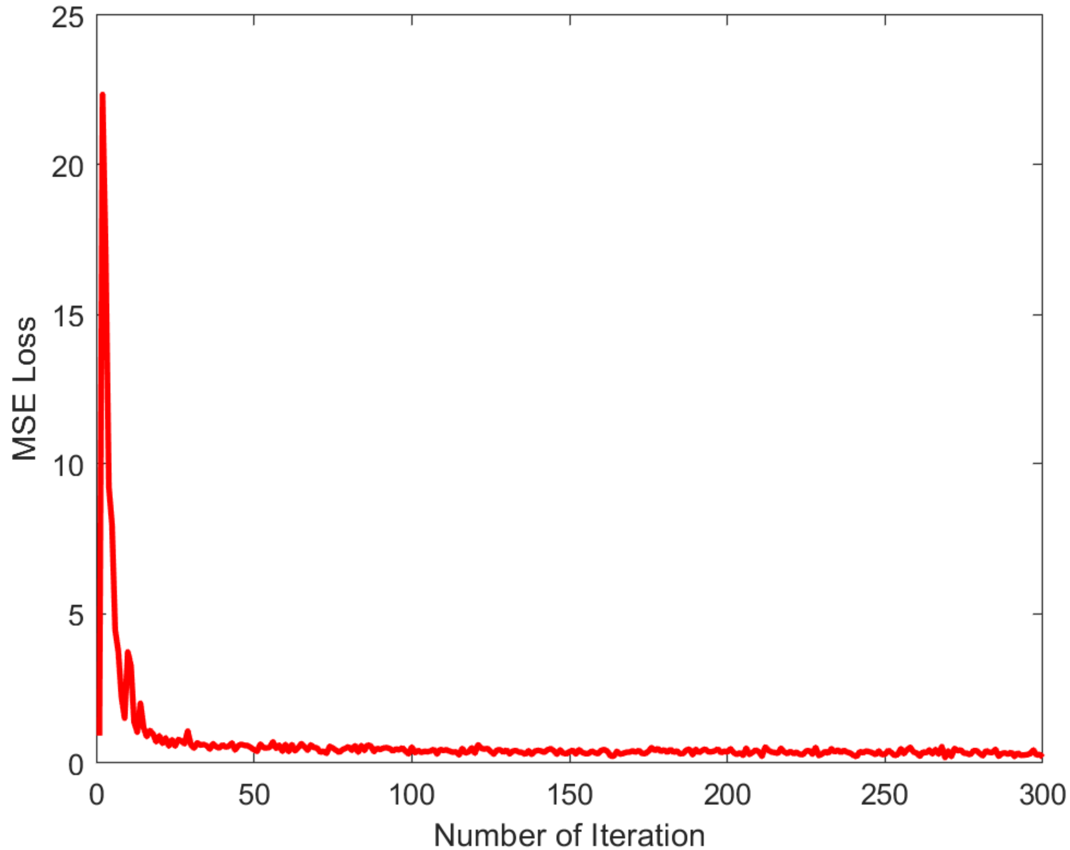
准确率：0.8798



模式识别 -神经网络分类器

Cross_entropy loss

准确率：0.9277



思考与讨论：

- 激活函数的作用是什么？没有激活函数可以吗？
- Sigmoid激活函数有什么缺点？
- 全连接网络有什么不足？


若干素材取自网络，特此致谢！


谢谢聆听！