Дисперсионный анализ.

1 (2 балла) Пусть $X_1, \dots, X_n$ и $Y_1, \dots, Y_n$ – две независимые выборки с функциями распределения F_X и F_Y соответственно, причем $F_X(x) = F_Y(x - \theta)$. Будет ли оценка $\widehat{\theta} = med\{X_i - Y_i, 1 \leq i \leq n\}$ состоятельной оценкой параметра θ?

2 (2 балла) Пусть $X_1, \dots, X_n$ и $Y_1, \dots, Y_m$ – две выборки. Проверить гипотезу об однородности (совпадении распределений) этих выборок.

3 (2 балла) В исследовании оценивается эффективность поведенческой терапии для лечения анорексии. Для 50 пациентов известен вес до начала терапии и по её окончании. Проверить, была ли терапия эффективной, с помощью статистической процедуры, контролирующей FWER на уровне 0.05.

4 (3 балла) Выданы выборки $X_1, \dots, X_n$ и $Y_1, \dots, Y_m$. Определив, являются ли они парными или независимыми, нормальными или произвольными, проверить гипотезу об отсутствии эффекта с помощью статистической процедуры, контролирующей FDR на уровне 0.1.

5 (3 балла) Пусть $X_1, \dots, X_n$ и $Y_1, \dots, Y_n$ – две независимые выборки из распределения Стьюдента t_{10}. Рассмотрим критерий Стьюдента $\{|T| > u_{1-\alpha/2}\}$, где $u_{1-\alpha/2}$ – $(1-\alpha/2)$-квантиль из распределения t_{2n-2}. Можно ли пользоваться критерием Стьюдента для проверки гипотезы об однородности данных выборок? С помощью моделирования определить, как ведёт себя реальный уровень значимости данного критерия при $n \geq 10$.