

## Критерии согласия, проверка нормальности, бутстреп.

- 1 (2 балла) Научная экспедиция Университета де Сантьяго де Чили измерила рост 10471 самца галапагосского пингвина с точностью до сантиметров. Ученые хотели проверить гипотезу о нормальности распределения роста пингвинов и получили следующие значения p-value: p-value критерия хи-квадрат оказалось равным 0.54, критерия Лиллиефорса – 0.23, критерия  $K^2$  – 0.047, критерия Шапиро-Уилка 0.007. Можно ли принять гипотезу о нормальности в данном случае и если да, то на каком уровне значимости? Если нет, то почему? Объясните своё решение.
- 2 (2 балла) Выдана выборка  $X_1, \dots, X_n$ . Определить, из какого распределения эта выборка.
- 3 (3 балла) Выдана выборка  $X_1, \dots, X_n$ . Определить, из какого распределения эта выборка.
- 4 (3 балла) Для критерия Андерсона-Дарлинга  $\{n\Omega_n^2 > u_{1-\alpha}\}$  с помощью моделирования найти критические значения  $u_{1-\alpha}$  при  $n = 25, 100, 500, 2000$  и  $\alpha = 0.01, 0.05, 0.1$ . Пользуясь полученными критическими значениями, сравнить мощности критериев Андерсона-Дарлинга и Колмогорова при проверке гипотезы  $H_0 : P = N(0, 1)$  против альтернативы  $H_1 : P = T(10)$ , где  $T(10)$  – распределение Стьюдента с 10 степенями свободы.
- 5 (2 балла) Смоделировать выборку размера  $n = 1000$  из экспоненциального распределения с плотностью  $p(x) = \lambda \exp\{-\lambda(x - a)\}I(x > a)$ , взять  $(a, \lambda) = (N, 40 - N)$ , где  $N$  – ваш номер в таблице курса. Для каждого  $n:5$  построить асимптотический и бутстрепный (центральный) доверительные интервалы для параметра  $a$  уровня доверия 0.95. На следующем графике вывести вероятности покрытия данными интервалами истинного значения  $a$ , вероятности искать эмпирически. Сделать выводы и объяснить полученные результаты.

*Замечание.* В задачах 2 и 3 пользоваться критериями принадлежности определённому типу распределения (которые не были рассказаны на лекции) можно, если вы объясните необходимость применения этого критерия.