Множественная проверка гипотез, выбросы.

1 (2 балла) Пусть $X_1, \ldots, X_n$ – выборка из распределения Коши с плотностью $p_\theta(x) = \frac{1}{\pi((x-\theta)^2+1)}$. Доказать, что если из выборки выкинуть по $\alpha\%$, $\alpha > 0$, наблюдений справа и слева, считая их выбросами, то выборочное среднее по оставшимся наблюдениям будет несмещенной и состоятельной оценкой параметра θ.

2 (2 балла) Доказать, что нисходящая процедура Холма с $\alpha_i = \alpha/(m-i+1)$ обеспечивает контроль над FWER на уровне α.

3 (2 балла) Выданы наблюдения $X_1, \ldots, X_n$. Проверить гипотезу о нормальности распределения наблюдений с помощью статистической процедуры, контролирующей FWER на уровне α. Объяснить использование именно этой процедуры. Использовать хотя бы 5 критериев проверки нормальности.

4 (3 балла) Известно, что БЭСМ-1 (Большая электронно-счетная машина), построенная в СССР в 1952 году, работала на лампочках. Выданы наблюдения $X_1, \ldots, X_{1000}$ – срок службы лампочек (в годах) в БЭСМ-1. Проверить выборку на экспоненциальность и вычислить оценку среднего срока службы одной лампочки.

5 (3 балла) Выдано n выборок $\{X_i^{(1)}\}_{i=1}^{k_1}, \ldots, \{X_i^{(n)}\}_{i=1}^{k_n}$. Проверить гипотезу о нормальности выданных выборок с помощью статистической процедуры, контролирующей FDR на уровне α. Использовать хотя бы 5 критериев проверки нормальности для каждой из выборок. Можно ли в данном случае пользоваться восходящей процедурой Бенджамини-Хохберга?