

Горячие школьные формулы (для ФНП)

I) Основные действия со степенями

$$\frac{1}{x^a} = x^{-a}$$

$$x^a \cdot x^b = x^{a+b}, \text{ в частности: } \frac{x^a}{x^b} = x^a \cdot x^{-b} = x^{a-b}$$

$$(x^a)^b = x^{a \cdot b}$$

$$\text{и ещё такое: } \left(\frac{x_1}{x_2} \right)^a = \frac{x_1^a}{x_2^a}$$

Разумеется, правила работают и в обратном порядке.

Очень важно знать: $\sqrt[b]{x^a} = x^{\frac{a}{b}}$, собственно, это не действие и не правило, а просто две записи ОДНОГО И ТОГО ЖЕ. Например:

$$\frac{1}{\sqrt[7]{(x + \cos 3x)^4}} = \frac{1}{(x + \cos 3x)^{\frac{4}{7}}} = (x + \cos 3x)^{-\frac{4}{7}}$$

Все три выражения – это **одно и то же**, просто запись разная.

II) «Горячие» действия с логарифмами

Основное логарифмическое тождество ($a > 0, a \neq 1, b > 0$):

$$b = a^{\log_a b}, \text{ в частности: } b = e^{\ln b}$$

Некоторые важные свойства на примере натурального логарифма ($a > 0, b > 0$):

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b$$

$$\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$$

$$\ln b^a = a \ln b$$

Эти свойства справедливы для $a > 0, b > 0$, но при нахождении производных формально срабатывают (*не вдаваясь в подробности*) и для отрицательных значений.

III) Полезные тригонометрические формулы

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

$$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$$

IV) Упрощение многэтажных дробей

<p>1) Дробь $\frac{a}{b}$ делим на число c :</p> $\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b \cdot c}$	<p>2) Число a делим на дробь $\frac{b}{c}$:</p> $\frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{a \cdot c}{b}$
<p>3) Дробь $\frac{a}{b}$ делим на дробь $\frac{c}{d}$:</p> $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$	<p>Все три правила применимы и справа налево, то есть из двухэтажной дроби можно искусственно сделать трёх- или четырёхэтажную дробь</p>