

2021年天津高考数学试题

一、单选题

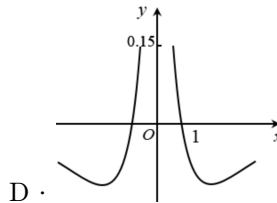
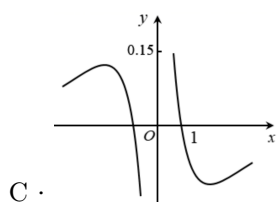
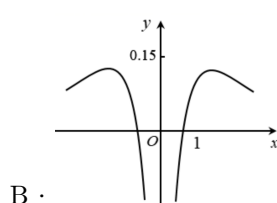
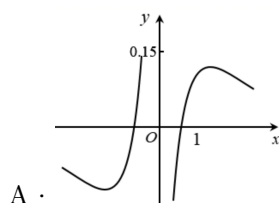
1 · 设集合 $A = \{-1, 0, 1\}$ · $B = \{1, 3, 5\}$ · $C = \{0, 2, 4\}$ · 则 $(A \cap B) \cup C = (\quad)$

- A · $\{0\}$ B · $\{0, 1, 3, 5\}$ C · $\{0, 1, 2, 4\}$ D · $\{0, 2, 3, 4\}$

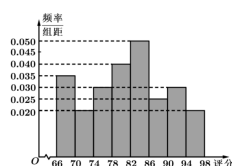
2 · 已知 $a \in \mathbf{R}$ · 则 “ $a > 6$ ” 是 “ $a^2 > 36$ ” 的 ()

- A · 充分而不必要条件 B · 必要而不充分条件
C · 充分必要条件 D · 既不充分也不必要条件

3 · 函数 $y = \frac{\ln|x|}{x^2+2}$ 的图像大致为 ()



4 · 从某网络平台推荐的影视作品中抽取400部 · 统计其评分数据 · 将所得400个评分数据分为8组：[66, 70)、[70, 74)、…、[94, 98] · 并整理得到如下的频率分布直方图 · 则评分在区间[82, 86)内的影视作品数量是 ()



- A · 20 B · 40 C · 64 D · 80

5 · 设 $a = \log_2 0.3$ · $b = \log_{\frac{1}{2}} 0.4$ · $c = 0.4^{0.3}$ · 则 a · b · c 的大小关系为 ()

- A · $a < b < c$ B · $c < a < b$ C · $b < c < a$ D · $a < c < b$

6 · 两个圆锥的底面是一个球的同一截面 · 顶点均在球面上 · 若球的体积为 $\frac{32\pi}{3}$ · 两个圆锥的高之比为1:3 · 则这两个圆锥的体积之和为 ()

- A · 3π B · 4π C · 9π D · 12π

7 · 若 $2^a = 5^b = 10$ · 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = (\quad)$

- A · -1 B · $\lg 7$ C · 1 D · $\log_7 10$

8 · 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的右焦点与抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点重合 · 抛物线的准线交双曲线于 A · B 两点 · 交双曲线的渐近线于 C · D 两点 · 若 $|CD| = \sqrt{2}|AB|$ · 则双曲线的离心率为 ()

A · $\sqrt{2}$

B · $\sqrt{3}$

C · 2

D · 3

9 · 设 $a \in \mathbf{R}$ · 函数 $f(x) = \begin{cases} \cos(2\pi x - 2\pi a), & x < a \\ x^2 - 2(a+1)x + a^2 + 5, & x \geq a \end{cases}$ · 若 $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 内恰有 6 个零点 · 则 a 的取值范围是 ()

A. $(2, \frac{9}{4}] \cup (\frac{5}{2}, \frac{11}{4}]$

B. $(\frac{7}{4}, 2) \cup (\frac{5}{2}, \frac{11}{4}]$

C. $(2, \frac{9}{4}] \cup [\frac{11}{4}, 3)$

D. $(\frac{7}{4}, 2) \cup [\frac{11}{4}, 3)$

二、填空题

10 · i 是虚数单位 · 复数 $\frac{9+2i}{2+i} =$ _____.

11 · 在 $(2x^3 + \frac{1}{x})^6$ 的展开式中 · x^6 的系数是 _____.

12 · 若斜率为 $\sqrt{3}$ 的直线与 y 轴交于点 A · 与圆 $x^2 + (y-1)^2 = 1$ 相切于点 B · 则 $|AB| =$ _____.

13 · 若 $a > 0, b > 0$ · 则 $\frac{1}{a} + \frac{a}{b^2} + b$ 的最小值为 _____.

三、双空题

14 · 甲、乙两人在每次猜谜活动中各猜一个谜语 · 若一方猜对且另一方猜错 · 则猜对的一方获胜 · 否则本次平局 · 已知每次活动中 · 甲、乙猜对的概率分别为 $\frac{5}{6}$ 和 $\frac{1}{5}$ · 且每次活动中甲、乙猜对与否互不影响 · 各次活动也互不影响 · 则一次活动中 · 甲获胜的概率为 _____ · 3 次活动中 · 甲至少获胜 2 次的概率为 _____.

15 · 在边长为 1 的等边三角形 ABC 中 · D 为线段 BC 上的动点 · $\overrightarrow{DE} \perp \overrightarrow{AB}$ 且交 AB 于点 E · $\overrightarrow{DF} \parallel \overrightarrow{AB}$ 且交 AC 于点 F · 则 $|\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{DF}|$ 的值为 _____ ; $(\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{DF}) \cdot \overrightarrow{DA}$ 的最小值为 _____.

四、解答题

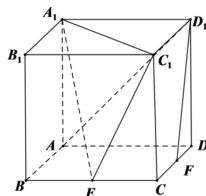
16 · 在 $\triangle ABC$ · 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c · 已知 $\sin A : \sin B : \sin C = 2 : 1 : \sqrt{2}$ · $b = \sqrt{2}$ ·

(I) 求 a 的值 ;

(II) 求 $\cos C$ 的值 ;

(III) 求 $\sin(2C - \frac{\pi}{6})$ 的值 ·

17 · 如图 · 在棱长为 2 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中 · E 为棱 BC 的中点 · F 为棱 CD 的中点 ·



(I) 求证 : $D_1F \parallel$ 平面 A_1EC_1 ;

(II) 求直线 AC_1 与平面 A_1EC_1 所成角的正弦值 ·

(III) 求二面角 $A - A_1C_1 - E$ 的正弦值 ·

18 · 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的右焦点为 F ，上顶点为 B ，离心率为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ，且 $|BF| = \sqrt{5}$ 。

(1) 求椭圆的方程；

(2) 直线 l 与椭圆有唯一的公共点 M ，与 y 轴的正半轴交于点 N ，过 N 与 BF 垂直的直线交 x 轴于点 P 。若 $MP \parallel BF$ ，求直线 l 的方程。

19 · 已知 $\{a_n\}$ 是公差为 2 的等差数列，其前 8 项和为 64， $\{b_n\}$ 是公比大于 0 的等比数列， $b_1 = 4$ ， $b_3 - b_2 = 48$ 。

(I) 求 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式；

(II) 记 $c_n = b_{2n} + \frac{1}{b_n}$ ， $n \in N^*$ 。

(i) 证明 $\{c_n^2 - c_{2n}\}$ 是等比数列；

(ii) 证明 $\sum_{k=1}^n \sqrt{\frac{a_k a_{k+1}}{c_k^2 - c_{2k}}} < 2\sqrt{2}$ ($n \in N^*$)。

20 · 已知 $a > 0$ ，函数 $f(x) = ax - xe^x$ 。

(I) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程；

(II) 证明 $f(x)$ 存在唯一的极值点

(III) 若存在 a ，使得 $f(x) \leq a + b$ 对任意 $x \in R$ 成立，求实数 b 的取值范围。