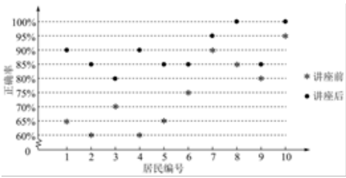
2022年数学全国甲卷（文科）

一、单选题（本大题共12小题，共60分）

1. 设集合$A=\{-2,-1,0,1,2\}$，$B=\{x|0\leq x<\frac{5}{2}\}$，则$A\cap B=$

   A. $\{0,1,2\}$　　B. $\{-2,-1,0\}$　　C. $\{0,1\}$　　D. $\{1,2\}$

2. 某社区通过公益讲座以普及社区居民的垃圾分类知识．为了解讲座效果，随机抽取10位社区居民，让他们在讲座前和讲座后各回答一份垃圾分类知识问卷，这10位社区居民在讲座前和讲座后问卷答题的正确率如下图：



   则

   A.讲座前问卷答题的正确率的中位数小于70%

   B. 讲座后问卷答题的正确率的平均数大于85%

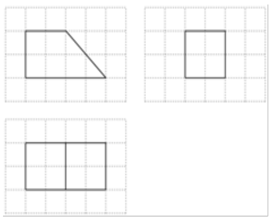
   C. 讲座前问卷答题的正确率的标准差小于讲座后正确率的标准差

   D. 讲座后问卷答题的正确率的极差大于讲座前正确率的极差

3. 若$z=1+i$，则$|i\,z+3\,\bar{z}|=$

   A. $4\sqrt{5}$　　B. $4\sqrt{2}$　　C. $2\sqrt{5}$　　D. $2\sqrt{2}$

4. 如图，网格纸上绘制的是一个多面体的三视图，网格小正方形的边长为1，则该多面体的体积为



   A. 8　　B. 12　　C. 16　　D. 20

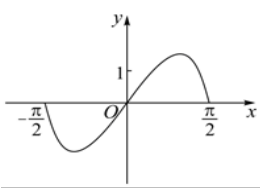
5. 将函数$f(x)=\sin(\omega x+\frac{\pi}{3})\,(\omega>0)$的图像向左平移$\frac{\pi}{2}$个单位长度后得到曲线$C$，若$C$关于$y$轴对称，则$\omega$的最小值是

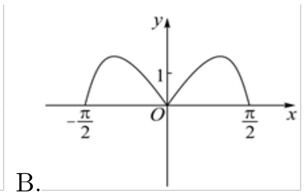
   A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{2}$

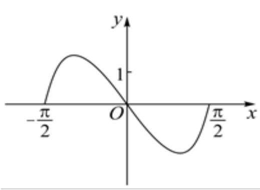
6. 从分别写有1，2，3，4，5，6的6张卡片中无放回随机抽取2张，则抽到的2张卡片上的数字之积是4的倍数的概率为

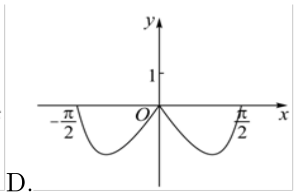
A. $\frac{1}{5}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{2}{5}$　　D. $\frac{2}{3}$

7. 函数$y=(3^x-3^{-x})\cos x$在区间$\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$的图象大致为

A. 

B. 

C. 

D. 

8. 当$x=1$时，函数$f(x)=a\ln x+\frac{b}{x}$取得最大值-2，则$f'(2)=$

A. -1　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 1

9. 在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，已知B_1D与平面$ABCD$和平面AA_1B_1B所成的角均为$30°$，则

A. $AB=2AD$

B. AB与平面AB_1C_1D所成的角为$30°$

C. $AC=CB_1$

D. B_1D与平面BB_1C_1C所成的角为$45°$

10. 甲、乙两个圆锥的母线长相等，侧面展开图的圆心角之和为2π，侧面积分别为$S_{甲}$和$S_{乙}$，体积分别为$V_{甲}$和$V_{乙}$.若$\frac{S_{甲}}{S_{乙}}=2$，则$\frac{V_{甲}}{V_{乙}}=$

A. $\sqrt{5}$　　B. $2\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{10}$　　D. $\frac{5\sqrt{10}}{4}$

11. 已知椭圆C:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{1}{3}$，$A_1$，$A_2$分别为$C$的左、右顶点，$B$为$C$的上顶点.若$\overrightarrow{BA_1}\cdot\overrightarrow{BA_2}=-1$，则$C$的方程为

A. $\frac{x^2}{18}+\frac{y^2}{16}=1$　　B. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$　　C. $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$　　D. $\frac{x^2}{2}+y^2=1$

12. 已知$9^m=10$，$a=10^m-11$，$b=8^m-9$，则

A. $a>0>b$　　B. $a>b>0$　　C. $b>a>0$　　D. $b>0>a$

二、填空题（本大题共4小题，共20分）

13. 已知向量$\vec{a}=(m,3)$，$\vec{b}=(1,m+1)$.若$\vec{a}\perp\vec{b}$，则$m=$__________.

14. 设点M在直线$2x+y-1=0$上，点$(3,0)$和$(0,1)$均在$\odot M$上，则$\odot M$的方程为__________.

15. 记双曲线$C\colon\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\,(a>0,b>0)$的离心率为$e$，写出满足条件‘‘直线$y=2x$与$C$无公共点”的$e$的一个值__________.

16. 已知$\triangle ABC$中，点D在边BC上，$\angle ADB=120^\circ,AD=2,CD=2BD$.当$\frac{AC}{AB}$取得最小值时，$BD=$__________.

三、解答题（本大题共7小题，共80分）

（一）必考题：共 60 分.

17. 甲、乙两城之间的长途客车均由A和B两家公司运营，为了了解这两家公司长途客车的运行情况，随机调查了甲、乙两城之间的500个班次，得到下面列联表：

	准点班次数	未准点班次数
A	240	20
B	210	30

(1)根据上表，分别估计这两家公司甲、乙两城之间的长途客车准点的概率;

(2)能否有90%的把握认为甲、乙两城之间的长途客车是否准点与客车所属公司有关？

附：$K^2=\frac{n\,(ad-bc)^2}{(a+b)\,(c+d)\,(a+c)\,(b+d)}$，

$P(K^2\geqslant k)$	0.100	0.050	0.010
k	2.706	3.841	6.635

18. 记S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和．已知$\frac{2S_n}{n}+n=2a_n+1$.

(1)证明：$\{a_n\}$是等差数列;

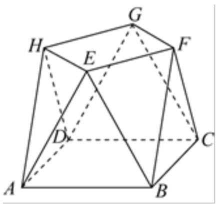
(2)若a_4,a_7,a_9成等比数列，求S_n的最小值.

19. 小明同学参加综合实践活动，设计了一个封闭的包装盒. 包装盒如图所示：底面$ABCD$是

边长为8(单位：cm) 的正方形， $\triangle EAB$， $\triangle FBC$， $\triangle GCD$，$\triangle HDA$均为正三角形，且它们所在的平面都与平面$ABCD$垂直.

(1)证明：$EF//$平面$ABCD$;

(2)求该包装盒的容积(不计包装盒材料的厚度).



20. 已知函数$f(x)=x^3-x$， $g(x)=x^2+a$，曲线$y=f(x)$在点$(x_1,f(x_1))$处的切线也是曲线$y=g(x)$的切线.

(1)若$x_1=-1$，求a;

(2)求a的取值范围.

21. 设抛物线$C:y^2=2px(p>0)$的焦点为F，点$D(p,0)$，过F的直线交C于M，N两点．当直线MD垂直于x轴时，$|MF|=3$.

(1)求C的方程;

(2)设直线MD,ND与C的另一个交点分别为A，B，记直线MN,AB的倾斜角分别为α,β.当$\alpha-\beta$取得最大值时，求直线AB的方程.

(二) 选考题：共 10 分

22. 在直角坐标系xOy中，曲线C_1的参数方程为$\begin{cases} x=\frac{2+t}{6} \\ y=\sqrt{t} \end{cases}$ (t为参数)，曲线C_2的参数方程为$\begin{cases} x=-\frac{2+s}{6} \\ y=-\sqrt{s} \end{cases}$ (s为参数).

(1)写出C_1的普通方程；

(2)以坐标原点为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线C_3的极坐标方程为$2\cos\theta-\sin\theta=0$，求C_3与C_1交点的直角坐标，及C_3与C_2交点的直角坐标.

23. 已知a，b，c均为正数，且$a^2+b^2+4c^2=3$，证明：

(1)$a+b+2c\leq 3$；

(2)若$b=2c$，则$\frac{1}{a}+\frac{1}{c}\geq 3$.