2022年数学新高考2卷

一、单选题（本大题共8小题，共40分）

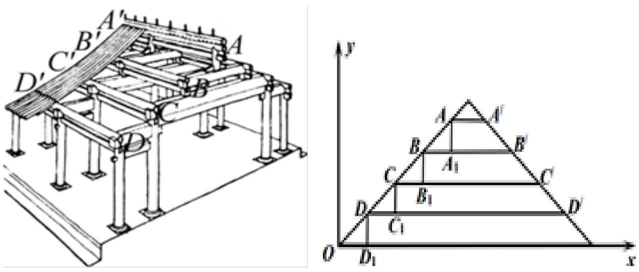
1. 已知集合$A=\{-1,1,2,4\}$，$B=\{x||x-1|\leq 1\}$，则$A\cap B=$

A. $\{-1,2\}$　　B. $\{1,2\}$　　C. $\{1,4\}$　　D. $\{-1,4\}$

2. $(2+2i)(1-2i)=$

A. $-2+4i$　　B. $-2-4i$　　C. $6+2i$　　D. $6-2i$

3. 中国的古建筑不仅是挡风遮雨的住处， 更是美学和哲学的体现．如图是某古建筑物的剖面图， AA'，BB'，CC'，DD'是桁， DD_1，CC_1，BB_1，AA_1是脊， OD_1，DC_1，CB_1， BA_1是相等的步， 相邻桁的脊步的比分别为$\frac{DD_1}{OD_1}=0.5$， $\frac{CC_1}{DC_1}=k_1$， $\frac{BB_1}{CB_1}=k_2$，$\frac{AA_1}{BA_1}=k_3$，若k_1，k_2，k_3是公差为0.1的等差数列，直线OA的斜率为0.725，则$k_3=$



A. 0.75　　B. 0.8　　C. 0.85　　D. 0.9

4. 已知向量$\vec{a}=(3,4)$，$\vec{b}=(1,0)$，$\vec{c}=\vec{a}+t\vec{b}$，若$<\vec{a},\vec{c}>=<\vec{b},\vec{c}>$，则实数$t=$

A. -6　　B. -5　　C. 5　　D. 6

5. 甲乙丙丁戊5名同学站成一排参加文艺汇演，若甲不站在两端，丙和丁相邻的不同排列方式有

A. 12种　　B. 24种　　C. 36种　　D. 48种

6. 若$\sin(\alpha+\beta)+\cos(\alpha+\beta)=2\sqrt{2}\cos(\alpha+\frac{\pi}{4})\sin\beta$，则

A. $\tan(\alpha+\beta)=-1$　　B. $\tan(\alpha+\beta)=1$
C. $\tan(\alpha-\beta)=-1$　　D. $\tan(\alpha-\beta)=1$

7. 已知正三棱台的高为1，上下底面的边长分别为$3\sqrt{3}$和$4\sqrt{3}$，其顶点都在同一球面上，则该球的表面积为

A. 100π　　B. 128π　　C. 144π　　D. 192π

8. 若函数$f(x)$的定义域为R，且$f(x+y)+f(x-y)=f(x)f(y)$，$f=1$，则$\int_{k=1}^{22}f(k)=$

A. -3　　B. -2　　C. 0　　D. 1

二、多选题（本大题共4小题，共20分）

9. 已知函数$f(x)=\sin(2x+\varphi)\ (0<\varphi<\pi)$的图象关于点$(\frac{2\pi}{3},0)$对称，则

A. $f(x)$在$(0,\frac{5\pi}{12})$单调递减

B. $f(x)$在$(-\frac{\pi}{12},\frac{11\pi}{12})$有两个极值点

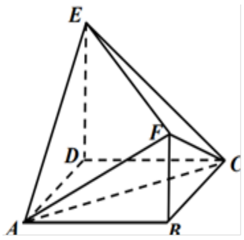
C. 直线$x=\frac{7\pi}{6}$是曲线$y=f(x)$的一条对称轴

D. 直线$y=\frac{\sqrt{3}}{2}-x$是曲线$y=f(x)$的一条切线

10. 已知O为坐标原点，过抛物线$C\colon y^2=2px\ (p>0)$的焦点F的直线与C交于A，B两点，点A在第一象限，点$M\ (p,0)$，若$|AF|=|AM|$，则

A. 直线AB的斜率为$2\sqrt{6}$　　B. $|OB|=|OF|$
C. $|AB|>4|OF|$　　D. $\angle OAM+\angle OBM<180^\circ$

11. 如图，四边形$ABCD$为正方形，$ED\perp$平面$ABCD$，$FB//ED$，$AB=ED=2FB$，记三棱锥$E-ABC$，$E-ACF$，$F-ABC$的体积分别为V_1，V_2，V_3，则



A. $V_3=2V_2$　　B. $V_3=2V_1$　　C. $V_3=V_1+V_2$　　D. $2V_3=3V_1$

12. 若实数x，y满足$x^2+y^2-xy=1$，则

A. $x+y\le 1$　　B. $x+y\ge -2$　　C. $x^2+y^2\ge 1$　　D. $x^2+y^2\le 2$

三、填空题（本大题共4小题，共20分）

13. 随机变量X服从正态分布$N(2,\sigma^2)$，若$P(2<x\le 2.5)=0.36$，则$P(X>2.5)=$__________.

14. 曲线$y=\ln|x|$经过坐标原点的两条切线方程分别为_____，_____.

15. 设点$A(-2,3)$，$B(0,a)$，直线AB关于直线$y=a$的对称直线为l，已知l与圆$C\colon (x+3)^2+(y+2)^2=1$有公共点，则$a$的取值范围为__________.

16. 已知直线l与椭圆$\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{3}=1$在第一象限交于$A$，$B$两点，$l$与$x$轴$y$轴分别相交于$M$，$N$两点，且$|MA|=|NB|$，$|MN|=2\sqrt{3}$，则直线$l$的方程为__________.

四、解答题（本大题共6小题，共70分）

17. 已知$\{a_n\}$为等差数列，$\{b_n\}$为公比为2的等比数列，且$a_2-b_2=a_3-b_3=b_4-a_4$.

(1)证明：$a_1=b_1$;

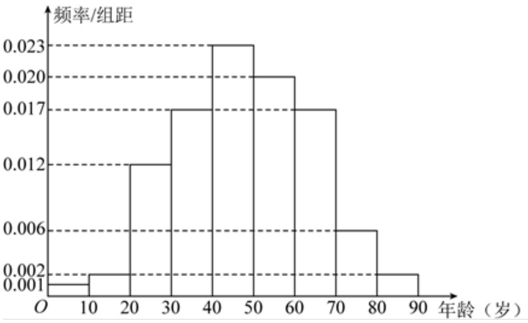
(2)求集合$\{k|b_k=a_m+a_1,1\le m\le 500\}$中元素个数.

18. 记$\triangle ABC$的三个内角分别为A，B，C，其对边分别为a，b，c，分别以a，b，c为边长的三个正三角形的面积依次为S_1，S_2，S_3，且$S_1-S_2+S_3=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\sin B=\frac{1}{3}$.

(1)求$\triangle ABC$的面积;

(2)若$\sin A\sin C=\frac{\sqrt{2}}{3}$，求$b$.

19. 在某地区进行某种疾病调查，随机调查了100位这种疾病患者的年龄，得到如下样本数据频率分布直方图.



(1)估计该地区这种疾病患者的平均年龄;(同一组数据用该区间的中点值作代表);

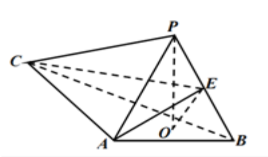
(2)估计该地区以为这种疾病患者年龄位于区间$[20,70)$的概率;

(3)已知该地区这种疾病患者的患病率为0.1%，该地区年龄位于区间$[40,50)$的人口数占该地区总人口数的16%，从该地区选出1人，若此人的年龄位于区间$[40,50)$，求此人患这种疾病的概率(精确到0.0001).

20. 如图，PO是三棱锥$P-ABC$的高，$PA=PB$，$AB\perp AC$，E是PB的中点.

(1)证明：$OE//$平面PAC;

(2)若$\angle ABO=\angle CBO=30^\circ$，$PO=3$，$PA=5$，求二面角$C-AE-B$正弦值.



21. 设双曲线C: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\,(a>0,b>0)$的右焦点为$F\,(2,0)$，渐近线方程为$y=\sqrt{3}\,x$.

(1)求C的方程;

(2)经过F的直线与C的渐近线分别交于A，B两点，点$P\,(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$在C上，且$x_1>x_2>0$，$y_1>0$.过P且斜率为$-\sqrt{3}$的直线与过Q且斜率为$\sqrt{3}$的直线交于点M，从下面三个条件①②③中选择两个条件，证明另一个条件成立：①M在AB上;②$PQ//AB$;③$|AM|=|BM|$.

22. 已知函数$f(x)=x\,e^{ax}-e^x$.

(1)当$a=1$时，讨论$f(x)$的单调性;

(2)当$x>0$时，$f(x)<-1$，求实数a的取值范围;

(3)设$n\in N^*$，证明：$\frac{1}{\sqrt{1^2+1}}+\frac{1}{\sqrt{2^2+2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n^2+n}}>\ln(n+1)$.