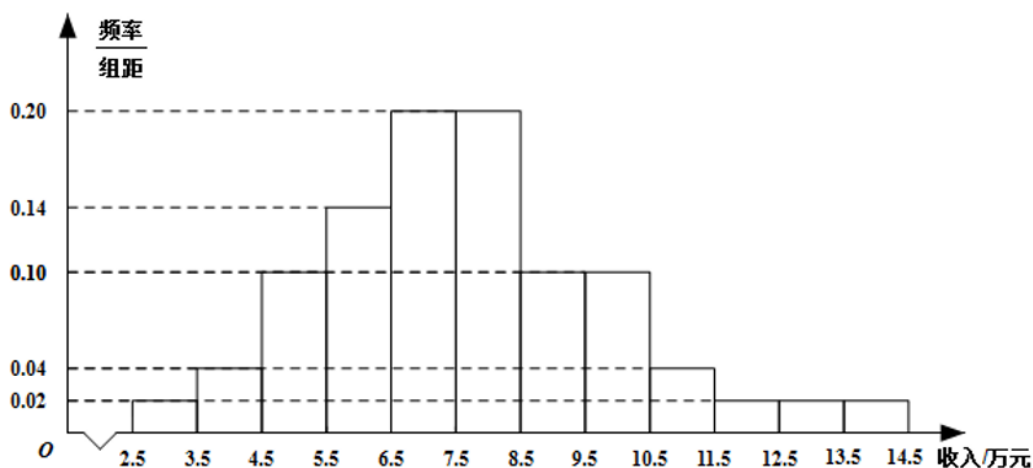


2021年全国高考甲卷数学（文）试题

一、单选题

1. 设集合 $M = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $N = \{x | 2x > 7\}$, 则 $M \cap N =$ _____
A. $\{7, 9\}$ B. $\{5, 7, 9\}$ C. $\{3, 5, 7, 9\}$ D. $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
2. 为了解某地农村经济情况, 对该地农户家庭年收入进行抽样调查, 将农户家庭年收入的调查数据整理得到如下频率分布直方图:



- 根据此频率分布直方图, 下面结论中不正确的是_____
- A. 该地农户家庭年收入低于4.5万元的农户比率估计为6%
 - B. 该地农户家庭年收入不低于10.5万元的农户比率估计为10%
 - C. 估计该地农户家庭年收入的平均值不超过6.5万元
 - D. 估计该地有一半以上的农户, 其家庭年收入介于4.5万元至8.5万元之间
3. 已知 $(1-i)^2 z = 3+2i$, 则 $z =$ _____
A. $-1 - \frac{3}{2}i$ B. $-1 + \frac{3}{2}i$ C. $-\frac{3}{2} + i$ D. $-\frac{3}{2} - i$
 4. 下列函数中是增函数的为 _____
A. $f(x) = -x$ B. $f(x) = (\frac{2}{3})^x$ C. $f(x) = x^2$ D. $f(x) = \sqrt[3]{x}$
 5. 点 $(3, 0)$ 到双曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的一条渐近线的距离为 _____
A. $\frac{9}{5}$ B. $\frac{8}{5}$ C. $\frac{6}{5}$ D. $\frac{4}{5}$
 6. 青少年视力是社会普遍关注的问题, 视力情况可借助视力表测量. 通常用五分记录法和小数记录法记录视力数据, 五分记录法的数据 L 和小数记录法的数据 V 的满足 $L = 5 + \lg V$. 已知某同学视力的五分记录法的数据为 4.9, 则其视力的小数记录法的数据为 _____ ($\sqrt[10]{10} \approx 1.259$)

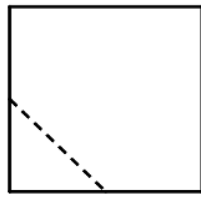
A. 1.5

B. 1.2

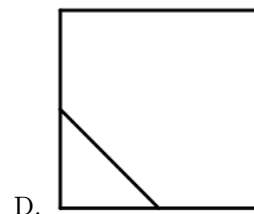
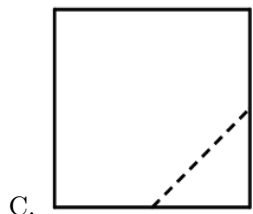
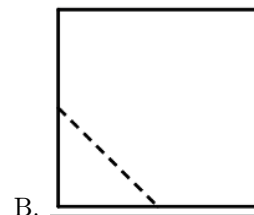
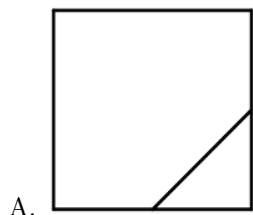
C. 0.8

D. 0.6

7. 在一个正方体中，过顶点 A 的三条棱的中点分别为 E ， F ， G 。该正方形截去三棱锥 $A-EFG$ 后，所得多面体的三视图中，正视图如图所示，则相应的侧视图是 _____



正视图



8. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $B = 120^\circ$ ， $AC = \sqrt{19}$ ， $AB = 2$ ，则 $BC =$ _____

A. 1

B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{5}$

D. 3

9. 记 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和。若 $S_2 = 4$ ， $S_4 = 6$ ，则 $S_6 =$ _____

A. 7

B. 8

C. 9

D. 10

10. 将 3 个 1 和 2 个 0 随机排成一行，则 2 个 0 不相邻的概率为 _____

A. 0.3

B. 0.5

C. 0.6

D. 0.8

11. 若 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ ， $\tan 2\alpha = \frac{\cos \alpha}{2 - \sin \alpha}$ ，则 $\tan \alpha =$ _____

A. $\frac{\sqrt{15}}{15}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{3}$

12. 设 $f(x)$ 是定义域为 R 的奇函数，且 $f(1+x) = f(-x)$ 。若 $f(-\frac{1}{3}) = \frac{1}{3}$ ，则 $f(\frac{5}{3}) =$ _____

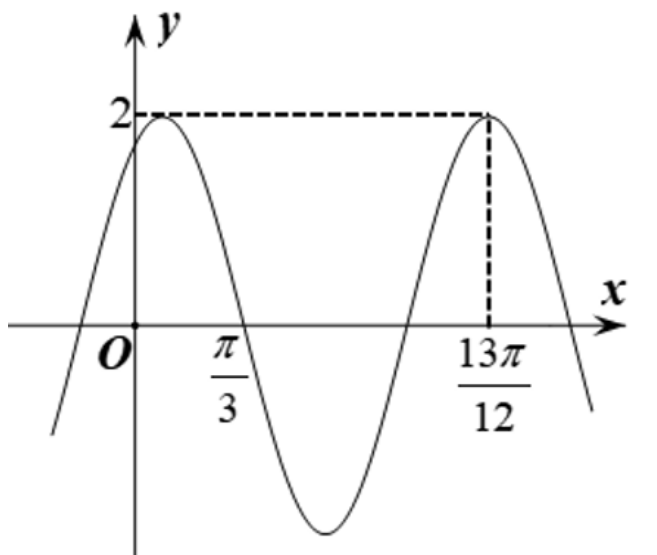
A. $-\frac{5}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{5}{3}$

二、填空题

13. 若向量 $|\vec{a}| = 3$ ， $|\vec{a} - \vec{b}| = 5$ ， $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ ，则 $|\vec{b}| =$ _____.

14. 已知一个圆锥的底面半径为6，其体积为 30π ，则该圆锥的侧面积为_____.

15. 已知函数 $f(x) = 2\cos(\omega x + \varphi)$ 的部分图像如图所示，则 $f(\frac{\pi}{2}) =$ _____.



16. 已知 F_1, F_2 为椭圆 $C: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的两个焦点， P, Q 为 C 上关于坐标原点对称的两点，且 $|PQ| = |F_1F_2|$ ，则四边形 PF_1QF_2 的面积为_____.

三、解答题

17. 甲、乙两台机床生产同种产品，产品按质量分为一级品和二级品，为了比较两台机床产品的质量，分别用两台机床各生产了200件产品，产品的质量情况统计如下表：

	一级品	二级品	三级品
甲机床	150	50	200
乙机床	120	80	200
合计	270	130	400

(1) 甲机床、乙机床生产的产品中一级品的频率分别是多少？

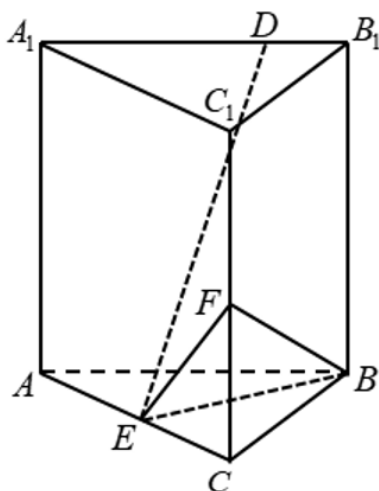
(2) 能否有99%的把握认为甲机床的产品质量与乙机床的产品质量有差异？

$$\text{附： } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

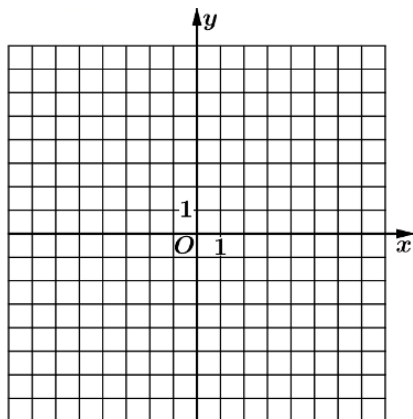
$P(K^2 \geq K)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

18. 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，已知 $a_n > 0$ ， $a_2 = 3a_1$ ，且数列 $\{\sqrt{S_n}\}$ 是等差数列，证明： $\{a_n\}$ 是等差数列.

19. 已知直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中，侧面 AA_1B_1B 为正方形， $AB = BC = 2$ ， E, F 分别为 AC 和 CC_1 的中点， $BF \perp A_1B_1$.



- (1) 求三棱锥 $F-EBC$ 的体积；
- (2) 已知 D 为棱 A_1B_1 上的点，证明： $BF \perp DE$.
20. 设函数 $f(x) = a^2x^2 + ax - 3\ln x + 1$ ，其中 $a > 0$.
- (1) 讨论 $f(x)$ 的单调性；
- (2) 若 $y = f(x)$ 的图像与 x 轴没有公共点，求 a 的取值范围.
21. 抛物线 C 的顶点为坐标原点 O . 焦点在 x 轴上，直线 $l: x = 1$ 交 C 于 P, Q 两点，且 $OP \perp OQ$. 已知点 $M(2, 0)$ ，且 $\odot M$ 与 l 相切.
- (1) 求 $C, \odot M$ 的方程；
- (2) 设 A_1, A_2, A_3 是 C 上的三个点，直线 A_1A_2, A_1A_3 均与 $\odot M$ 相切. 判断直线 A_2A_3 与 $\odot M$ 的位置关系，并说明理由.
22. 在直角坐标系 xOy 中，以坐标原点为极点， x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 2\sqrt{2} \cos \theta$.
- (1) 将 C 的极坐标方程化为直角坐标方程；
- (2) 设点 A 的直角坐标为 $(1, 0)$ ， M 为 C 上的动点，点 P 满足 $\overrightarrow{AP} = \sqrt{2}\overrightarrow{AM}$ ，写出 P 的轨迹 C_1 的参数方程，并判断 C 与 C_1 是否有公共点.
23. 已知函数 $f(x) = |x - 2|$ ， $g(x) = |2x + 3| - |2x - 1|$.



- (1) 画出 $y = f(x)$ 和 $y = g(x)$ 的图像；
- (2) 若 $f(x + a) \geq g(x)$ ，求 a 的取值范围.