

Так...Пупсики

Матов никаких не будет, я постараюсь, как минимум

А, как максимум, могу нагрубить

Но любя!

Прямо сейчас я положил...положила...НЕВАЖНО

Начало положено

10:02 18.04.2025

Крч

Всю книгу я разделю на уровни, уровни на разделы, разделы на параграфы.

(В каждом параграфе есть некие истины, объяснения, примеры использования этих истин, задачи на использование этих истин, а в отдельной книге будут ответы на задачи)

↑ вот эта штука будет во всех подобных книгах

(Уровень 5 написан с пометкой "Обзор", так как в нём представлены только краткие экскурсы по "высшим" разделам математики. Они довольно большие, поэтому если захотите ознакомиться, то сделайте это самостоятельно с соответствующей литературой)

Содержание

Уровень 0.Основы.

Раздел 0.Простейшая арифметика.

Параграф 0.Натуральные числа: сложение, вычитание, умножение, деление.

Параграф 1.Целые числа: положительные и отрицательные числа.

Параграф 2.Дроби: обыкновенные и десятичные, действия с дробями.

Параграф 3.Проценты.

Параграф 4.Прорции.

Параграф 5.Степень и корень (базовые понятия).

Раздел 1.Алгебра.

Параграф 6.Переменные и выражения.

Параграф 7.Уравнения: линейные и квадратные уравнения.

Параграф 8.Системы квадратных уравнений.

Параграф 9.Многочлены: сложение, вычитание, умножение, деление.

Параграф 10.Формулы сокращённого умножения.

Параграф 11.Разложение многочленов на множители.

Параграф 12.Квадратные корни и иррациональные выражения.

Раздел 2.Элементарные функции и графики.

Параграф 13. Линейная функция: $y=kx+b$.

Параграф 14. Квадратичная функция: $y=ax^2+bx+c$.

Параграф 15.Степенная функция: $y=x^n$.

Параграф 16.Обратная пропорциональность: $y=k/x$.

Параграф 17. Графики функции: построение и чтение.

Раздел 3.Геометрия (планиметрия).

Параграф 18.Основные фигуры: точка, прямая, отрезок, угол.

Параграф 19.Треугольники: виды, свойства, признаки равенства и подобия.

Параграф 20.Четырёхугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.

Параграф 21.Окружность и круг: элементы, свойства.

Параграф 22.Площади фигур: треугольник, четырехугольник, круг.

Параграф 23.Теорема Пифагора.

Раздел 4.Тригонометрия.

Параграф 24.Определение тригонометрических функций (синус, косинус, тангенс, котангенс) для острых углов.

Параграф 25.Основные тригонометрические тождества.

Параграф 26.Значение тригонометрических функций для углов $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$.

Параграф 27.Решение прямоугольных треугольников.

Параграф 28.Теорема синусов и теорема косинусов.

Уровень 1.Математический анализ.

Раздел 5.Введение в математический анализ.

Параграф 29.Множества: числовые множества (натуральные, целые, рациональные, действительные).

Параграф 30.Функции: определение, область определения и область значений.

Параграф 31.Предел последовательности.

Параграф 32.Предел функции.

Параграф 33.Непрерывность функции.

Раздел 6. Дифференциальное исчисление.

Параграф 34.Производная функции: определение, геометрический смысл.

Параграф 35.Правила дифференцирования.

Параграф 36.Производные основных элементарных функций.

Параграф 37.Применение производной: нахождение экстремумов функции, исследование функции на монотонность, построение графиков функций.

Параграф 38.Правило Лопиталя.

Раздел 7.Интегральное исчисление.

Параграф 39.Первообразная и неопределенный интеграл: определение, свойства.

Параграф 40.Таблица основных неопределенных интегралов.

Параграф 41.Методы интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям.

Параграф 42.Определенный интеграл: определение, геометрический смысл.

Параграф 43.Формула Ньютона-Лейбница.

Параграф 44.Применение определенного интеграла: вычисление площадей плоских фигур.

Раздел 8.Дифференциальные уравнения.

Параграф 45.Основные понятия: дифференциальное уравнение, порядок уравнения, решение.

Параграф 46.Дифференциальные уравнения первого порядка: уравнения с разделяющимися переменными, линейные уравнения.

Параграф 47.Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

Уровень 2.Линейная алгебра и геометрия.

Раздел 9.Линейная алгебра.

Параграф 48.Матрицы: операции над матрицами (сложение, умножение на число, умножение матриц).

Параграф 49.Определитель матрицы: свойства, вычисление.

Параграф 50.Обратная матрица.

Параграф 51.Системы линейных уравнений: метод Гаусса, правило Крамера.

Параграф 52.Векторные пространства: определение, линейная зависимость и независимость векторов, базис,

размерность.

Параграф 53.Линейные образования: определение, матрица линейного преобразования.

Раздел 10.Аналитическая геометрия.

Параграф 54.Система координат на плоскости в пространстве.

Параграф 55.Векторы: координаты, действия над векторами.

Параграф 56.Уравнение прямой на плоскости: различные виды уравнений.

Параграф 57.Уравнение плоскости в пространстве.

Параграф 58.Уравнение прямой в пространстве.

Параграф 59.Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола.

Уровень 3.Дискретная математика.

Раздел 11.Теория множеств.

Параграф 58.Основные понятия: множество, элемент, подмножество.

Параграф 59.Операции над множествами: объединение, пересечение, разность, дополнение.

Параграф 60.Диаграммы Венна.

Параграф 61.Мощность множества.

Раздел 12.Математическая логика.

Параграф 62.Высказывания: истинность и ложность.

Параграф 63.Логические операции: конъюнкция, дизъюнкция, отрицание, импликация, эквиваленция.

Параграф 64.Таблицы истинности.

Параграф 65.Законы логики.

Раздел 13.Теория графов.

Параграф 66.Основные понятия: граф, вершина, ребро.

Параграф 67.Виды графов: ориентированный и неориентированный, связный и несвязный.

Параграф 68.Представление графов: матрица смежности, матрица инцидентности.

Параграф 69.Основные задачи теории графов: поиск кратчайшего пути, обход графа.

Уровень 4.Комплексный анализ и теория вероятностей.

Раздел 14.Комплексный анализ.

Параграф 70.Комплексные числа: определение, арифметические операции.

Параграф 71.Геометрическое представление комплексных чисел.

Параграф 72.Тригонометрическая форма комплексного числа.

Параграф 73.Формула Эйлера.

Параграф 74.Функции комплексного переменного: определение, дифференцирование, интегрирование (базовые понятия).

Раздел 15.Теория вероятностей и математическая статистика.

Параграф 75.Вероятность события: определение, свойства.

Параграф 76.Условная вероятность.

Параграф 77.Независимые события.

Параграф 78.Формула полной вероятности.

Параграф 79.Случайные величины: дискретные и непрерывные.

Параграф 80.Математическое ожидание и дисперсия.

Параграф 81.Основные законы распределения: биномиальное, нормальное.

Параграф 82.Элементы математической статистики: выборка, оценки параметров, проверка гипотез.

Уровень 5.Продвинутые разделы математики (Обзор).

Раздел 16.Реальный анализ.

Параграф 83.Точная верхняя и нижняя грань.

Параграф 84.Сходимость и равномерная сходимость последовательностей и рядов функций.

Параграф 85.Интеграл Лебега (основные идеи).

Раздел 17.Функциональный анализ.

Параграф 86.Нормированные пространства и банаховы пространства.

Параграф 87.Операторы в функциональных пространствах (основные идеи).

Раздел 18.Дифференциальная геометрия.

Параграф 88.Кривые и поверхности в трехмерном пространстве.

Параграф 89.Кривизна и кручение кривых.

Параграф 90.Первая и вторая фундаментальные формы поверхности.

Раздел 19.Абстрактная алгебра (теория групп, колец и полей).

Параграф 91.Группы: определение и примеры.

Параграф 92.Кольца и поля: определение и примеры.

Раздел 20. Продвинутая топология.

Параграф 93.Топологическое пространство: определение, примеры.

Параграф 94.Открытые и замкнутые множества.

Параграф 95.Непрерывные отображения.

Параграф 96.Компактность и связность.

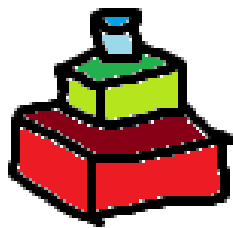
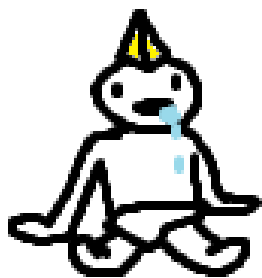
Уровень 0.Основы.

на этом уровне база-базная!

Я думаю вам надоели буковки.

СМОТРИТЕ!!!

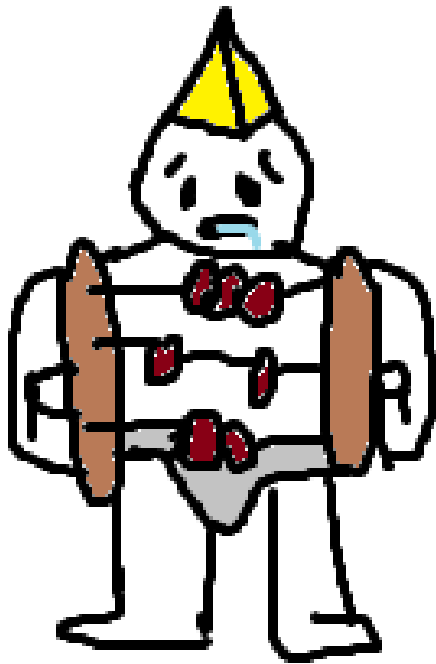
Я в пэйнте нарисовал!



Раздел 0.Простейшая арифметика.

Здесь мы считаем цифэрки вот

Ща нарисую обложку для этого раздела...



61...

Воттак понятнее

Параграф 0.Натуральные числа: сложение, вычитание, умножение, деление.

Плюсик это вот эта штука +

Минусик это вот эта штука -

Равно это вот эта штука =

Умножение это вот эта штука *

(Соррянчик, братанчик, эта книжка на меня ругается, когда я рисую эту звёздочку, поэтому я буду писать х,
Хорошо?)

Деление это вот эта штука /

Равенство (штука с =) это значит что и с лева и с права одинаковые вещи

$$11 = 2$$

Чтобы посчитать сумму (штука с +) нужно соединить две кучки

$$11 + 111 = 11111$$

$$2 + 3 = 5$$

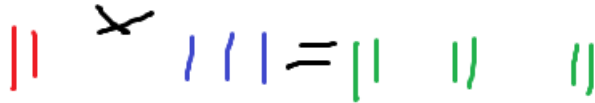
Чтобы посчитать разность (штука с -) нужно из первой кучки отнять вторую кучку

$$1111 - 111 = 11$$

$$5 - 3 = 2$$

Чтобы посчитать произведение (штука с x) нужно...

Первую кучку берём несколько раз (СТОЛЬКО РАЗ, НАСКОЛЬКО БОЛЬШАЯ ВТОРАЯ КУЧКА) и получаем произведение


$$|| \times ||| = || \quad || \quad ||$$

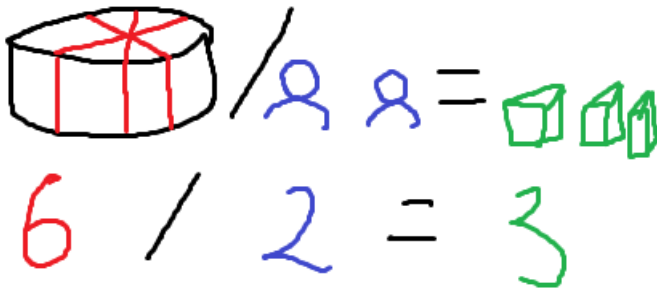

$$2 \times 3 = 6$$

(↑ Мы взяли 2 палочки 3 раза и получили 6 палочек)

Чтобы посчитать частное (штука с /) нужно

Из Первой кучки взять несколько одинаковых долек (столько раз, насколько большая вторая кучка) и получим частное

(здесь будет удобнее взять кусочки пирога и детей)


$$6 / 2 = 3$$

Если написано сразу несколько действий

То мы идём слева направо

(но в первую очередь умножаем и делим, а потом уже складывание и отняtie)

например: $2+3 \times 4-3$

Мы сначала делаем 3×4 (получаем 12)

потом $2+12$ (получаем 14)

потом $14-3$ (получаем 11)

Результат: 11

ОДНАКО

Если что-то находится в скобках (вот эти штуки→), то это ВАЖНЕЕ, чем порядок!

Например: $2+3 \times (4-3)$

Мы сначала считаем $4-3$ (получаем 1)

потом 3×1 (получаем 3)

потом $2+3$ (получаем 5)

Результат: 5

НО!



Не уходи!

Тут ещё кое-что...

БОЛЬШИЕ ЧИСЛА

Сложение

$$\begin{array}{r} + 3520 \\ 1117 \\ \hline 4637 \end{array}$$

Просто складываем по очереди каждую циферку

↓ вот ещё подробнее

$$\begin{array}{r} + 2896 \\ 1741 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 13 \\ 15 \\ 3 \\ \hline 4637 \end{array}$$

↑ Каждую циферку сложили, а затем каждый результат складываем и получаем весь ответ

Вычитание

$$\begin{array}{r} - 4637 \\ 1741 \\ \hline 2896 \end{array}$$

13 - 4 = 9

15 - 7 = 8

Мы точно также считаем каждую циферку, и если циферка слишком маленькая, то мы "занимаем" у следующей циферки однерочку

(Зелёный: 3 меньше чем 4, поэтому мы у 6 заняли 1, получили 13-4, а 13 - 4 = 9)

(Синий: 5, так как мы у 6 отняли 1, меньше чем 7, поэтому мы у 4 отняли 1, получили $15 - 7 = 8$)
(3, так как у 4 отняли 1, $-1=2$)

Умножение

$$\begin{array}{r} \times 12 \\ 34 \\ \hline + \quad 48 \\ \quad 36 \\ \hline 408 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 12 \\ \quad 4 \\ \hline \quad 8 \\ + \quad 4 \\ \hline \quad 48 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 12 \\ \quad 3 \\ \hline \quad 6 \\ + \quad 36 \\ \hline \quad 36 \end{array}$$

мы первую кучку умножаем на каждую циферку, а затем их складываем
($12 \times 4 = 48$, так как $1 \times 4 = 4$ и $2 \times 4 = 8$)
($12 \times 3 = 36$, так как $1 \times 3 = 3$ и $2 \times 3 = 6$)
($48 + 36 = 408$, так как $8 + 6 = 10$, а $1 + 3 = 4$)

Деление

$$\begin{array}{r} 408 \quad | \quad 12 \\ - 36 \downarrow \\ \hline \quad 48 \\ - 48 \\ \hline \quad 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 \\ - 36 \\ \hline \quad 4 \end{array}$$

мы из первой кучки пытаемся отнять самое большое произведение которое можем получить из второй кучки
(для 40 самая лучшая циферка 3, так как $3 \times 12 = 36$, 36 меньше, чем 40, а вот уже $4 \times 12 = 48$, 48 больше, чем 40)

потом отнимаем и "сбрасываем" следующую циферку ($40 - 36 = 4$, кинули 8, получили 48)

пытаемся сделать то же самое (для 48 лучшей циферкой будет 4, так как $4 \times 12 = 48$, 48 это и есть 48, а $5 \times 12 = 60$, 60 больше, чем 48)

и так делаем до тех пор пока не получим число с которым ничего не получится сделать

Это называется остаток ($408 / 12 = 34$ с остатком 0)

ЗАДАЧКИ

Простые:

№1. Что должно быть вместо "?" в примере " $4+3=?$ "?

№2. Что должно быть вместо "?" в примере " $5+3=?$ "?

№3. Что должно быть вместо "?" в примере " $2 \times 3=?$ "?

№4. Что должно быть вместо "?" в примере " $1 \times 2=?$ "?

№5. Что должно быть вместо "?" в примере " $3 \times 3=?$ "?

Нормальные:

(Я не буду больше писать "Что должно быть вместо ?", ты и так понимаешь, что я имею ввиду, так ведь?)

№6. $30+48=?$

№7. $61-19=?$

№8. $69 / 8=?$ (напиши только остаток)

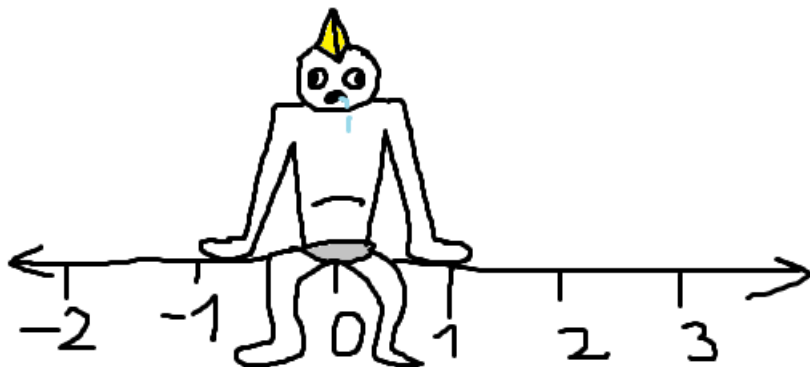
Сложные:

№9. $(32-14)/7=?$ (напиши без остатка)

№10. $32-(14/7)=?$ (напиши без остатка)

Параграф 1. Целые числа: положительные и отрицательные числа.

Есть циферки и БОЛЬШИЕ и наоборот МАЛЕНЬКИЕ



Есть циферки, которые больше нуля
это 1,2,3,4,5,6,7... и т.д.

А есть циферки, которые меньше нуля
это -1,-2,-3,-4,-5,-6,-7... и т.д.

$$0+3=3$$

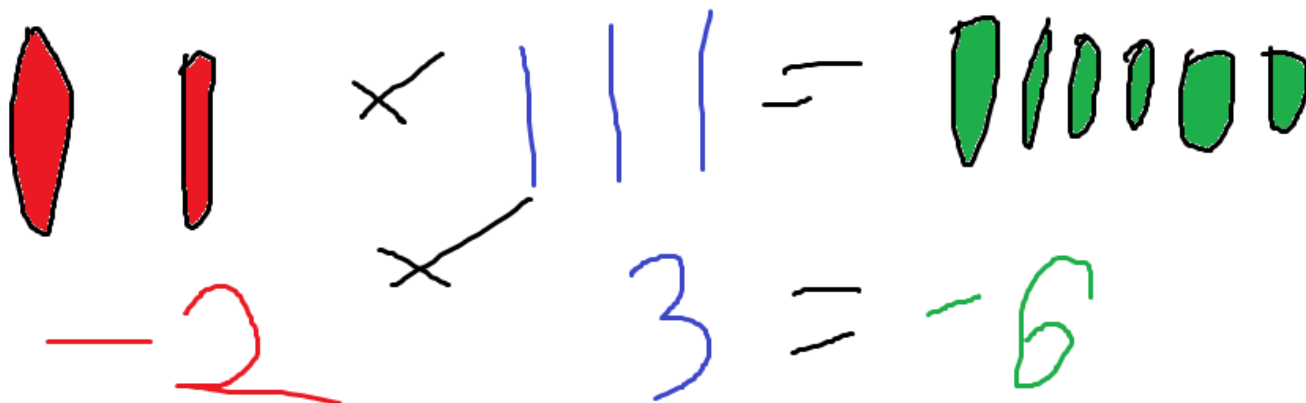
$$0-3=-3$$

ТЕПЕРЬ МОЖНО ИЗ МАЛЕНЬКОЙ КУЧКИ ЗАБРАТЬ БОЛЬШУЮ
например

$$|||| - ||||| = ||$$

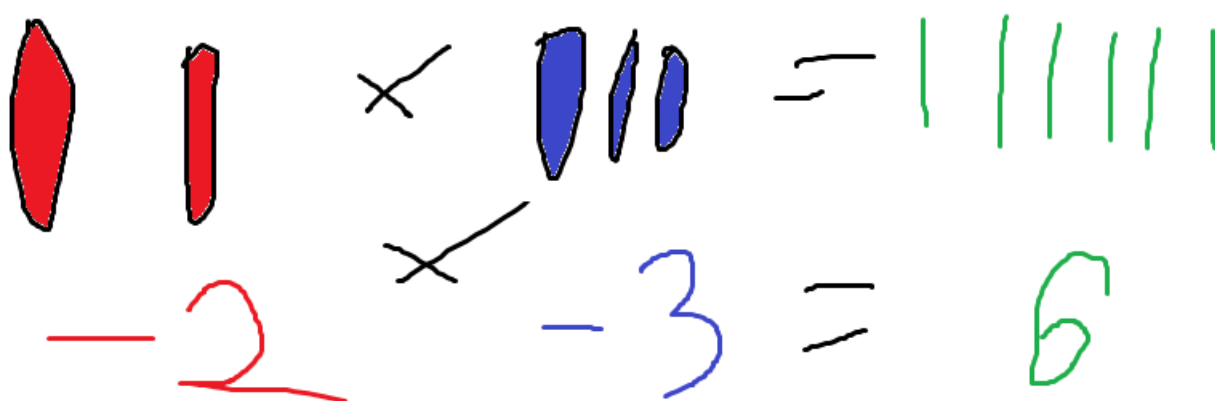
$$4 - 6 = -2$$

А что будет, если умножить?



И КСТАТИ
ТО ЖЕ САМОЕ ДЛЯ ДЕЛЕНИЯ!!!

а теперь... шок...



Теперь решаем СЛОЖНЫЙ пример!!!

$$56 - 8 \cdot (134 - 7) + 13$$

по действиям:

$$1. 134 - 7 = 127$$

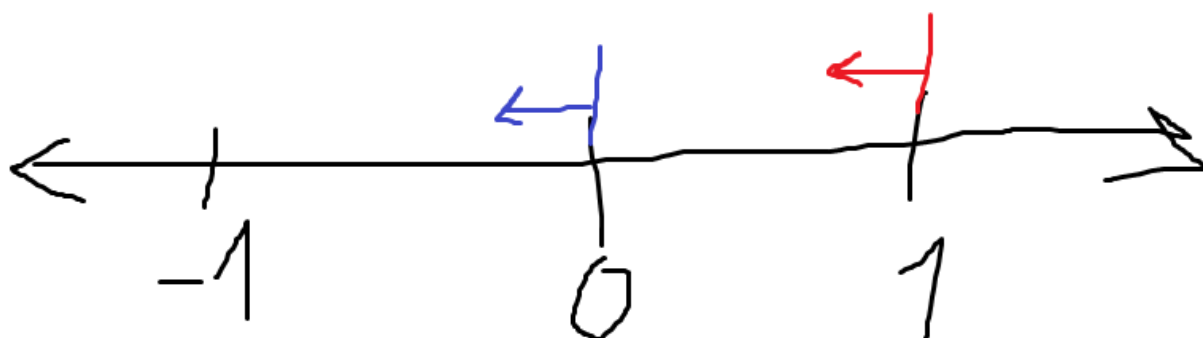
$$2. 8 \cdot 127 = 800 + 160 + 56 = 1016$$

$$3. 56 - 1016 = -960$$

$$4. -960 + 13 = -947$$

Ответ: -947

Очень важная вещь!!! Хоть большие циферки и больше, чем маленькие (например 5 меньше, чем 500). НО!!!
Отрицательные циферки больше, чем большие циферки!!!



Один больше, чем ноль! Ведь один правее, чем ноль!

Но минус один меньше, чем ноль! Ведь ноль правее, чем минус один!

ЗАДАЧКИ

Простые:

№11. 2 больше, чем -3?

№12. 3 больше, чем -2?

№13. -1 больше, чем -5?

№14. -5 больше, чем -1?

№15. -10 больше, чем -9?

Нормальные:

№16. $56 - 96 = ?$

№17. $32 - 44 = ?$

№18. $12 - 28 = ?$

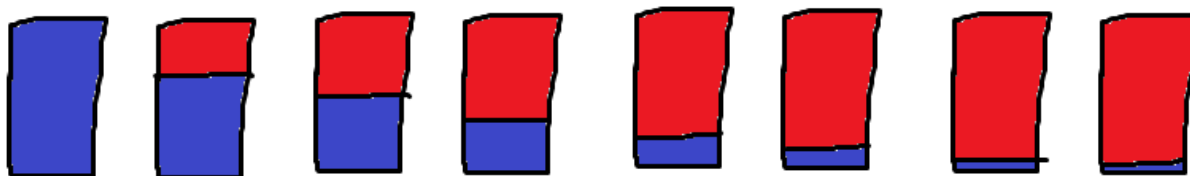
Сложные:

№19. $-23 \times 4 = ?$

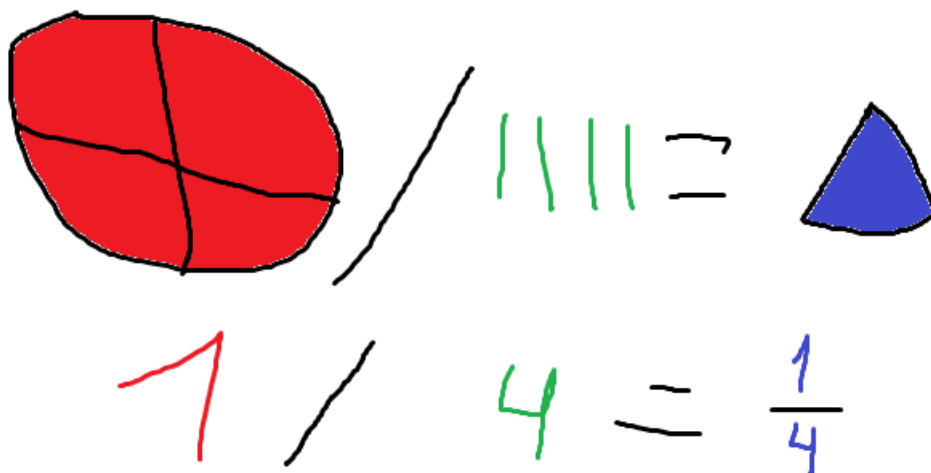
№20. $-12 \times (-11) = ?$

Параграф 2. Дроби: обыкновенные и десятичные, действия с дробями.

так...



Вот у тебя есть один торт, и ты разделил его на 4 кусочка! Как?! Ты ведь не можешь разделить 1 на 4?!



Два числа с полосочкой посередине это обыкновенная дробь! Сверху числитель, а снизу знаменатель!


Знаменатель это насколько маленький кусочек! А числитель это сколько таких кусочков!
Эту дробь нужно читать как "одна четвертая"

Теперь можно любые числа делить на любое другое

Например "45/7" выходило раньше "6 и остаток 3", а теперь это "6 целых и 3 седьмых"!

$$\frac{45}{7} \quad \Bigg| \quad 6 \frac{3}{7}$$

Слева у нас дробь неправильная, а справа смешанная!
перед тем как перейти к десятичным дробям нужно кое-что уточнить!

$$\frac{2}{4} \quad \overset{2}{\diagup} \quad - \quad \frac{1}{2}$$


Если это можно, то подели каждое число на что-то общее
Например всю дробь 2/4 сократить на 2 и получится 1/2

1 2 0

Вот есть число

Одна сотка две десятки и ноль единичек

НО! Что если добавлять циферки не слева, а справа!?

0.21

У нас после количества единиц стоит точка, дальше идут доли

Две десятых, одна сотая

Еще правее там тысячные доли и так далее

$$0.21 = \frac{21}{100}$$

"Ноль целых, двадцать одна сотая" может быть записано и так и так

С помощью десятичных дробей можно вообще любое число делить на любое другое!!!

$$\begin{array}{r} 13.00 \\ - 12.00 \\ \hline 1.00 \\ - 0.80 \\ \hline 0.20 \\ - 0.20 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \hline 3.25 \end{array}$$

$$13/4=3.25$$

Тринадцать разделить на четыре равно три целых и двадцать пять сотых

Десятичные дроби самые крутые!!!

Сейчас я вам расскажу как считать сумму, разность, произведение и частное обыкновенных дробей!!!

Сумма



$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = 1\frac{5}{12}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12} \quad \frac{3}{4} = \frac{9}{12} \quad \frac{8+9}{12} = \frac{17}{12}$$

Мы пытаемся сделать $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$

Шаг 1. Нужно сделать их в НУЖНОМ виде (то есть одинаковые знаменатели)

$\frac{2}{3}$ это тоже самое что и $\frac{8}{12}$

$\frac{3}{4}$ это тоже самое что и $\frac{9}{12}$

Шаг 2. Складываем числители

$(8+9)/12 = 17/12$

Шаг 3. Переводим неправильную дробь в смешанную

$17/12 = 12/12 + 5/12 = 1 + 5/12$

Ответ: Две третьих плюс три четвёртых равно одна целая и пять двенадцатых



$$0.5 + 0.3 = 0.8$$

С десятичными дробями точно так же работаем как и с обычными числами

Разность

Мы делаем точно так же как и сумма, но только с -

то есть

$$2/3 - 3/4$$

Шаг 1. $2/3 = 8/12$ и $3/4 = 9/12$

Шаг 2. $8/12 - 9/12 = -1/12$

Ответ: Две третьих минус три четвертых равно минус одна двенадцатая

$$0.5 - 0.3 = 0.2$$

(крч как и с обычными числами)

(Если вы имеете дело со смешанной дробью, то переведите её в неправильную!!!)

$$3 \frac{2}{3} - 4 \frac{2}{7}$$

Шаг 1. $3 \frac{2}{3}$ это тоже самое $11/3$, а $4 \frac{2}{7}$ это тоже самое $30/7$

Шаг 2. $11/3$ это $77/21$, а $30/7$ это $90/21$

Шаг 3. $77/21 - 90/21 = -13/21$

Итог: $3 \frac{2}{3} - 4 \frac{2}{7} = -13/21$

Произведение

Чтобы умножить одну дробь нужно перемножить числители и знаменатели

$$2/3 \times 4/5$$

Шаг 1. $2 \times 4 = 8$

Шаг 2. $3 \times 5 = 15$

Итог: $2/3 \times 4/5 = 8/15$

Десятичные дроби умножаем также как и обычные числа

$$0.25 \times 0.66 = 0.165$$

$$\begin{array}{r} \times \quad 0.25 \\ \quad 0.66 \\ \hline + 0.0330 \\ + 0.132 \\ \hline 0.165 \end{array}$$

Если не получается перемножить десятичные дроби, то вы можете представить их в виде обыкновенных

$$\frac{25}{100} \times \frac{66}{100} = \frac{1650}{10000}$$

Деление

чтобы поделить одну дробь на другую надо вторую дробь перевернуть и перемножить

$$\frac{2}{3} / \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

вот

а десятичные дроби представляем в виде обыкновенных

$$\frac{25}{100} / \frac{66}{100} = \frac{25}{100} \times \frac{100}{66} = \frac{2500}{6600} = \frac{25}{66}$$

Теперь покажем какой-нибудь мега сложный пример

$$1/2 \times (3/4 / 5/6) - 3 \frac{3}{9}$$

$$\text{Действие 1. } 3/4 / 5/6 = 3/4 \times 6/5 = 18/20 = 9/10$$

$$\text{Действие 2. } 1/2 \times 9/10 = 9/20$$

$$\text{Действие 3. } 9/20 - 3 \frac{3}{9} = 9/20 - 30/9 = 9/20 - 10/3 = 27/60 - 200/60 = -173/60 = -20 \frac{13}{60}$$

Ответ: $-20 \frac{13}{60}$

ЗАДАЧКИ

Простые:

$$\text{№21. } 4/5 + 2/3 = ?$$

$$\text{№22. } 0.25 - 0.12 = ?$$

$$\text{№23. } 3/4 + 1/3 = ?$$

$$\text{№24. } 6/7 - 3/4 = ?$$

$$\text{№25. } 0.9 - 0.8 = ?$$

Нормальные:

$$\text{№26. } 3/4 \times 1/2 = ?$$

$$\text{№27. } 0.3 \times 1.2 = ?$$

$$\text{№28. } 4/5 \times 2/3 = ?$$

Сложные:

$$\text{№29. } 3 \frac{3}{4} \times 2 \frac{1}{2} = ?$$

$$\text{№30. } 1 \frac{2}{3} / 3 \frac{1}{3} = ?$$