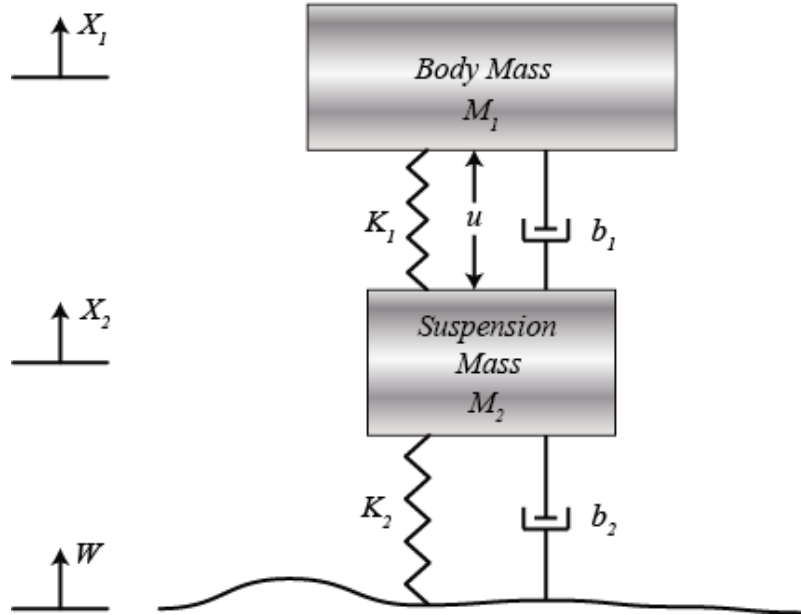


Zabos Péter – ZH2 CTMS – Felfüggesztés

Modellezés:

Egy busz felfüggesztését modellezhetjük 1D-s elmozdulásként, 2 tömeg és a referencia föld közötti rugókkal és surlódásokkal.

Model of Bus Suspension System (1/4 Bus)



1. Ábra: Bus szuszpenzió modellje

A fizikai egyenletek:

$$M_1 \ddot{X}_1 = -b_1(\dot{X}_1 - \dot{X}_2) - k_1(X_1 - X_2) + U$$

$$M_2 \ddot{X}_2 = b_1(\dot{X}_1 - \dot{X}_2) + k_1(X_1 - X_2) + b_2(\dot{W} - \dot{X}_2) + k_2(W - X_2) - U$$

Ezeket Laplace transzformáljuk:

$$(M_1 s^2 + b_2 s + k_1) \cdot X_1(s) - (b_1 s + k_1) \cdot X_2(s) = U(s)$$

$$-(b_1 s + k_1) \cdot X_1(s) + (M_2 s^2 + (b_2 + b_1)s + k_1 + k_2) \cdot X_2(s) = (b_2 s + k_2) \cdot W(s) - U(s)$$

$$A \cdot \begin{bmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U(s) \\ (b_2 s + k_2) \cdot W(s) - U(s) \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} (M_1 s^2 + b_2 s + k_1) & -(b_1 s + k_1) \\ -(b_1 s + k_1) & (M_2 s^2 + (b_2 + b_1)s + k_1 + k_2) \end{bmatrix}$$

Mátrix invertálás: konjugált aldeterminánsokkal.

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \begin{bmatrix} (M_2 s^2 + (b_2 + b_1)s + k_1 + k_2) & (b_1 s + k_1) \\ (b_1 s + k_1) & (M_1 s^2 + b_2 s + k_1) \end{bmatrix}$$

$$\det(A) = (M_1 s^2 + b_2 s + k_1)(M_2 s^2 + (b_2 + b_1)s + k_1 + k_2) - (b_1 s + k_1)^2$$

$$\begin{bmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} U(s) \\ (b_2 s + k_2) \cdot W(s) - U(s) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{\det(A)} \begin{bmatrix} (M_2 s^2 + (b_2 + b_1)s + k_1 + k_2) & (b_1 s + k_1) \\ (b_1 s + k_1) & (M_1 s^2 + b_2 s + k_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(s) \\ (b_2 s + k_2) \cdot W(s) - U(s) \end{bmatrix}$$

Az egyenleteket kifejtve és átrendezve U(s)-re és W(s)-re:

$$X_1(s) = \frac{1}{\det(A)} \left((M_2 s^2 + (b_2 + b_1)s + k_1 + k_2) \cdot U(s) + (b_1 s + k_1) \cdot ((b_2 s + k_2) \cdot W(s) - U(s)) \right)$$

$$X_2(s) = \frac{1}{\det(A)} \left((b_1 s + k_1) \cdot U(s) + (M_1 s^2 + b_2 s + k_1) \cdot ((b_2 s + k_2) \cdot W(s) - U(s)) \right)$$

$$X_1(s) = \frac{1}{\det(A)} \left((M_2 s^2 + b_2 s + k_2) \cdot U(s) + (b_1 s + k_1) \cdot (b_2 s + k_2) \cdot W(s) \right)$$

$$X_2(s) = \frac{1}{\det(A)} \left(-M_1 s^2 \cdot U(s) + (M_1 s^2 + b_2 s + k_1) \cdot (b_2 s + k_2) \cdot W(s) \right)$$

A mátrixok újraírva:

$$\begin{bmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{\det(A)} \begin{bmatrix} (M_2 s^2 + b_2 s + k_2) & (b_1 s + k_1) \cdot (b_2 s + k_2) \\ -M_1 s^2 & (M_1 s^2 + b_2 s + k_1) \cdot (b_2 s + k_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(s) \\ W(s) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_1(s) \\ X_2(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{\det(A)} \begin{bmatrix} (M_2 s^2 + b_2 s + k_2) & b_1 b_2 s^2 + (b_1 k_2 + b_2 k_1)s + k_1 k_2 \\ -M_1 s^2 & (M_1 b_2 s^3 + (b_2 b_2 + M_1 k_2)s^2 + (b_1 k_2 + b_2 k_1)s + k_1 k_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(s) \\ W(s) \end{bmatrix}$$

G1 és G2 függvény legyen X1-X2 kimenetű és rendre U és W kimenetű. Mivel a mátrixban 2 input szerepel, ha csak az egyiket akarjuk vizsgálni, a másikat nullázni kell. Kifejtve az egyenleteket a következő átviteli függvényeket kapjuk:

$$X_1(s) - X_2(s) = \frac{1}{\det(A)} \left((M_2 s^2 + b_2 s + k_2) - (-M_1 s^2) \right) U(s)$$

$$G_1(s) = \frac{X_1(s) - X_2(s)}{U(s)} = \frac{((M_2 + M_1)s^2 + b_2 s + k_2)}{\det(A)}$$

$$X_1(s) - X_2(s) = \frac{1}{\det(A)} ((b_1 b_2 s^2 + (b_1 k_2 + b_2 k_1)s + k_1 k_2)W(s) - (M_1 b_2 s^3 + (b_2 b_2 + M_1 k_2)s^2 + (b_1 k_2 + b_2 k_1)s + k_1 k_2)W(s))$$

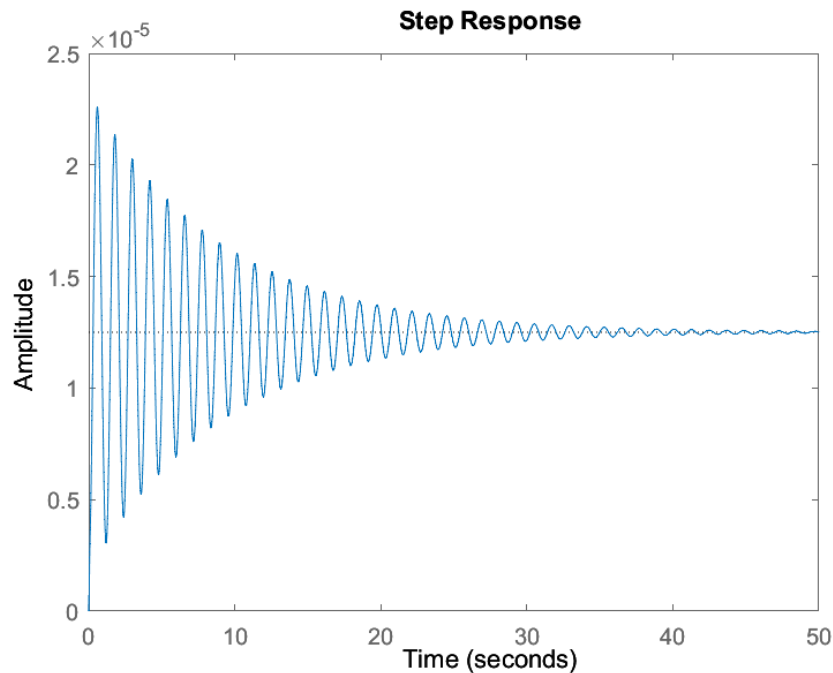
$$G_2(s) = \frac{X_1(s) - X_2(s)}{W(s)} = \frac{(-M_1 b_2 s^3 - M_1 k_2 s^2)}{\det(A)}$$

Analízis:

Tervezési elvárások lehetnek az úton található akadályoktól származó oszcillációk minél előbbi lecsengése, minél kisebb oszcillációkkal. X1-W nehezen mérhető, X2-W pedig elhanyagolható (gumi deformálódása), ezért kimentként használjuk X1-X2-őt. Kritérium legyen a maximális 5%-os túllövés, és 5 s alatti beállási idő.

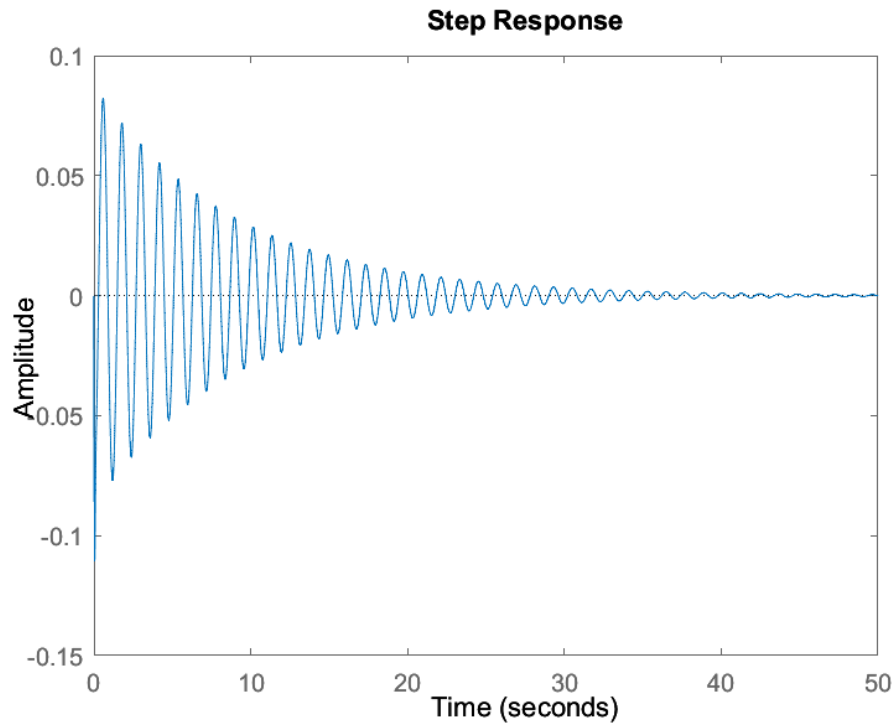
Kezdjük a tervezést a felnyitott, szabályzó nélküli kör elemzésével.

A G1-et egységugrás erővel gerjesztve az oszcilláció nem túl nagy, de lassan csillapodik.



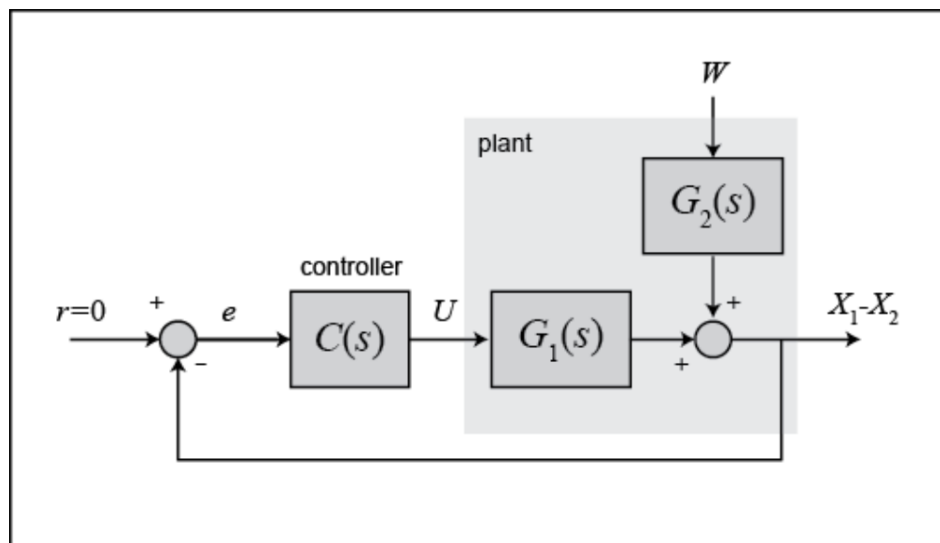
2. Ábra: G1(s) rendszer egységugrás bemenetű erőre adott válasza

G2 rendszert egy 10 cm-es bukkanóval modellezett 0.1 nagyságú Heaviside-al gerjesztve nagy túllövést (8 cm) és hosszú lecsengést (50 s) kapunk.



3. Ábra: $G_2(s)$ rendszer egységugrásra adott válasza

Ehhez a következő modell alapján szeretnénk szabályzót tervezni:



4. Ábra: Rendszer szabályozása

$$U(s) \cdot G_1(s) + W(s) \cdot G_2(s) = X_1(s) - X_2(s)$$

$$U(s) = C(s) \cdot (X_2(s) - X_1(s))$$

```

m1 = 2500; %kg
m2 = 320; %kg
k1 = 80000; %N/m
k2 = 500000; %N/m
b1 = 350; %Ns/m
b2 = 15020; %Ns/m

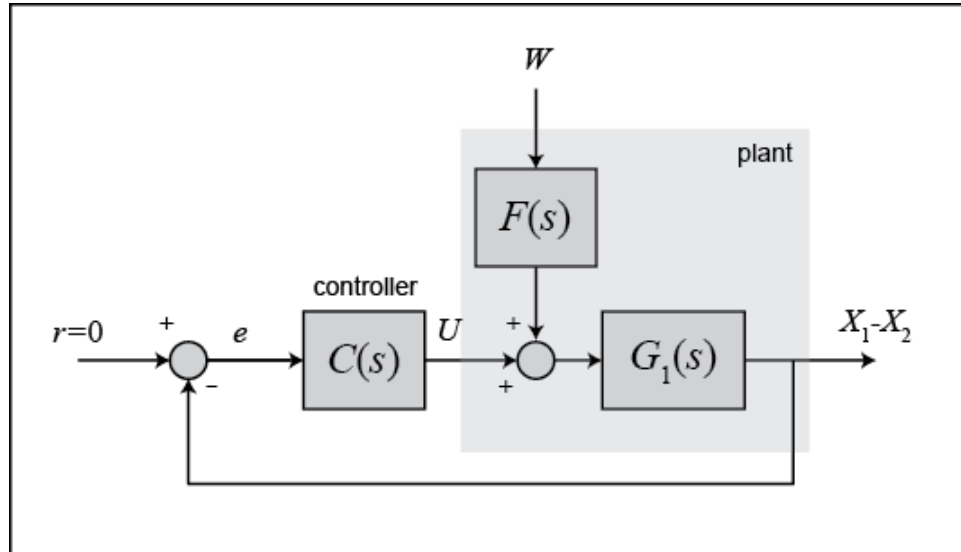
s = tf('s');
G1 = ((m1+m2)*s^2+b2*s+k2)/((m1*s^2+b1*s+k1)*(m2*s^2+(b1+b2)*s+(k1+k2)) -
(b1*s+k1)*(b1*s+k1))
G2 = (-m1*b2*s^3-m1*k2*s^2)/((m1*s^2+b1*s+k1)*(m2*s^2+(b1+b2)*s+(k1+k2)) -
(b1*s+k1)*(b1*s+k1))

step(G1)
step(0.1*G2)

```

PID szabályzó tervezés:

A $C(s)$ szabályzó fogja előállítani a beavatkozó $U(s)$ jelet, ami megfelelő erővel nyomja a szuszpenzió M1 és M2-es tömegét.



5. Ábra: Rendszer módosított szabályozása

Az előző ábrához képest módosítást viszünk a rendszerbe, hogy a W jelet egy feedforward rendszerrel tudjuk vezérelni. A kettő átviteli függvénye ekvivalens kell, hogy legyen ezért.

$$1. \text{ rendszer: } C(s) \cdot (X_2(s) - X_1(s)) \cdot G_1(s) + W(s) \cdot G_2(s) = X_1(s) - X_2(s)$$

$$2. \text{ rendszer: } (C(s) \cdot (X_2(s) - X_1(s)) + W(s) \cdot F(s)) \cdot G_1(s) = X_1(s) - X_2(s)$$

$$C(s) \cdot (X_2(s) - X_1(s)) \cdot G_1(s) + W(s) \cdot F(s) \cdot G_1(s) = X_1(s) - X_2(s)$$

Ezért

$$W(s) \cdot F(s) \cdot G_1(s) = W(s) \cdot G_2(s)$$

$$F(s) = \frac{G_2(s)}{G_1(s)} = \frac{-M_1 b_2 s^3 - M_1 k_2 s^2}{(M_2 + M_1)s^2 + b_2 s + k_2}$$

Ehhez egy PID szabályzót adva:

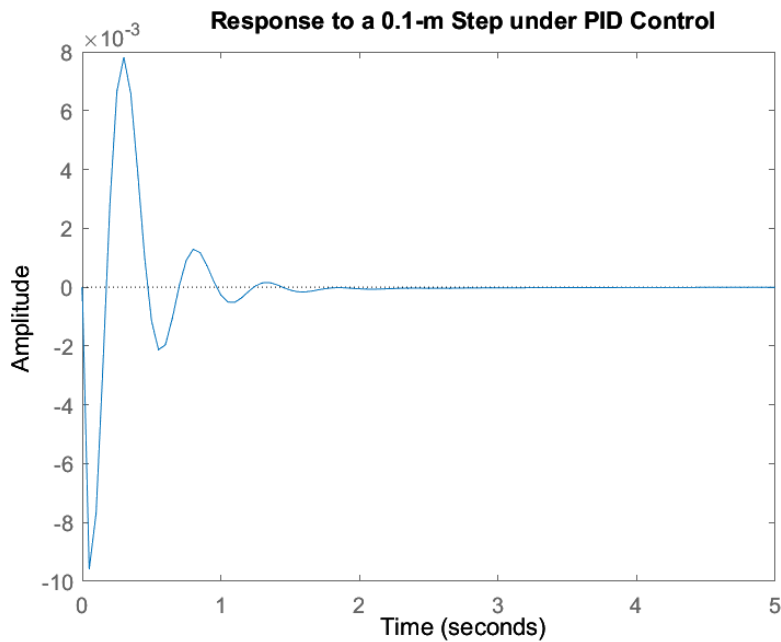
$$C_{PID}(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s = \frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{s}$$

Az erősítéseknek egy kezdeti értéket választunk, majd a $C_{PID}(s)$ -t a szabályzandó rendszer elé kapcsolva, és ezt negatívan visszacsatolva megalkotjuk a zárt hurkú rendszert.

```
Kd = 208025;
Kp = 832100;
Ki = 624075;
C = pid(Kp,Ki,Kd);
sys_cl=F*feedback(G1,C);
```

Most modellezzük a bemenő zavart:

```
t=0:0.05:5;
step(0.1*sys_cl,t)
title('Response to a 0.1-m Step under PID Control')
```



6. PID szabályozott rendszer átmeneti függvénye

Ez már teljesíti az 5 s-es lecsengést, de a túllövés mértéke még mindig nem megfelelő.

Ahhoz, hogy tudjuk milyen erősítéseket válasszunk, megvizsgáljuk a gyökhelygörbét. Tervezünk egy $C(s)$ -t 2 zérussal és egy pólussal, ami a nullában van. Az egyik zérus legyen hozzá közel, 1-ben, a másik pedig kicsit távolabb (ez megfelel az előző értékek gyökeinek a számlálóban). Ezt sorbakötve a $G1(s)$ -el és változtatva az erősítést a gyökhelygörbéről le tudjuk olvasni, hogy a K_p mekkora legyen, és ezáltal hova fognak kerülni a pólusok.

$$C(s) = \frac{(s + z_1)(s + z_2)}{s + p_1} = \frac{s^2 + (z_1 + z_2)s + z_1z_2}{s}$$

Ezt az előzővel összehasonlítva, ismerve K_d -t és a 2 zérust kiszámíthatjuk K_i -t és K_d -t.

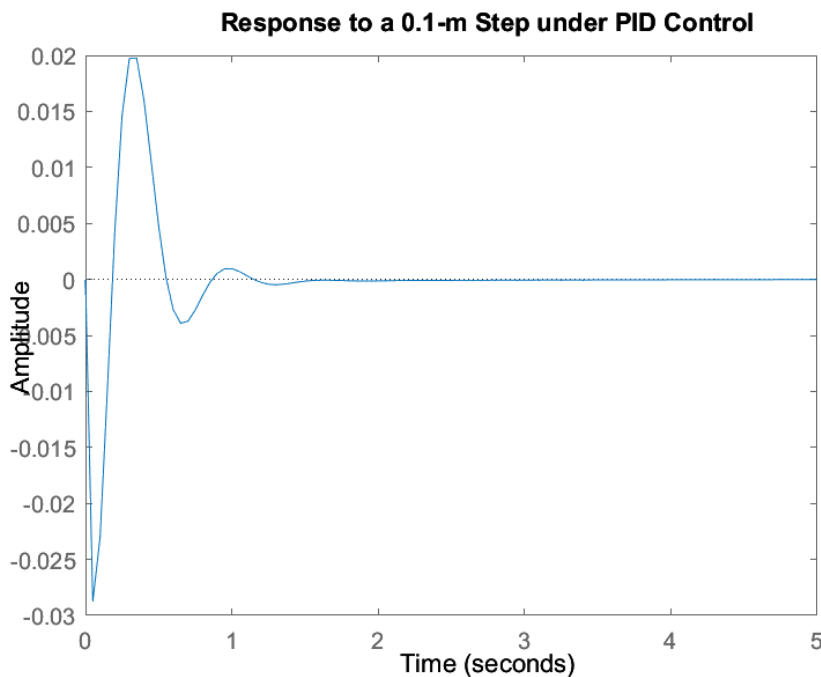
$$\frac{K_p}{K_D} = z_1 + z_2, \quad \frac{K_i}{K_D} = z_1z_2$$

$$K_D(z_1 + z_2) = K_P$$

$$K_i = K_P \frac{z_1z_2}{z_1 + z_2}$$

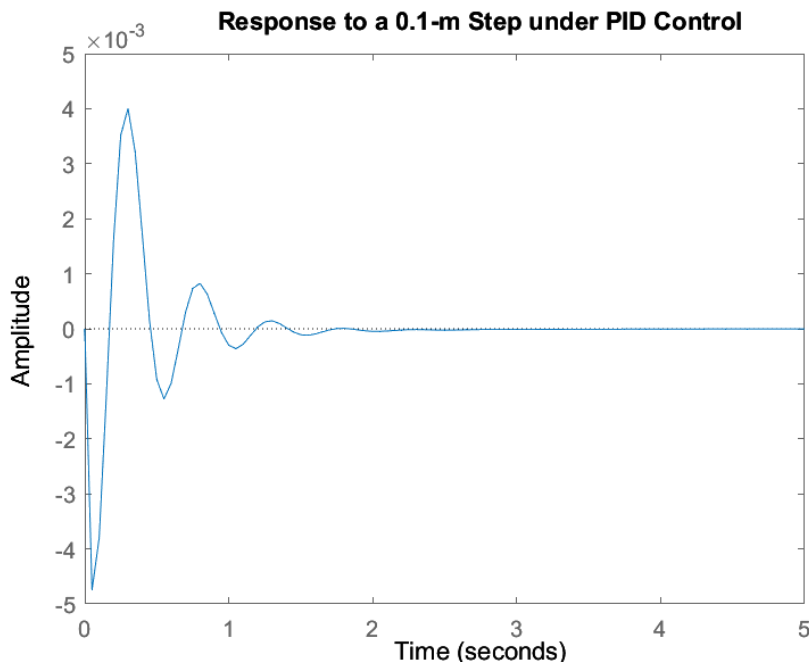
Ha a root locus-ról $K_D = 55248$ -et olvasunk le, akkor $K_P = 220992$, és $K_i = 165744$.

Ilyen paraméterű PID szabályzóval a válasz a következőképpen néz ki. Ez csak azért volt fontos, hogy tudjuk a PID paraméterek milyen nagyságrendbe esnek.



7. Ábra: PID szabályozott rendszer válasza, kezdetleges paraméterekkel

Túllövés még mindig nem fogadható el. Nyolcszorozzuk meg a paraméterek értékeit.



8. Ábra: PID szabályozott rendszer válasza, hangolt paraméterekkel

Így a kimenő válasz teljesíti az előírt kritériumokat. 10 cm-es bukkanó esetén a túllövés nem lesz nagyobb 5%-nál nagyobb ($0.1 \cdot 0.05 = 5 \cdot 10^{-3}$).

Gyökhelygörbe:

Gyökhelygörbén való vizsgálat azt teszi lehetővé, hogy megvizsgáljuk az általunk hozzáadott (zérusok/)pólusok (esetünkben egy szűksávú szűrő lesz) és a rendszer pólusai hogyan vándorolnak a komplex síkon az erősítés függvényében.

Adjunk egy kritériumot, a túllövés függvényében:

Kéttárolós rendszer esetében az egységugrásra adott válasz:

$$y(t) = 1 - e^{\sigma t} \left(\cos(w_d t) + \frac{\delta}{\sqrt{1-\delta^2}} \sin(w_d t) \right)$$

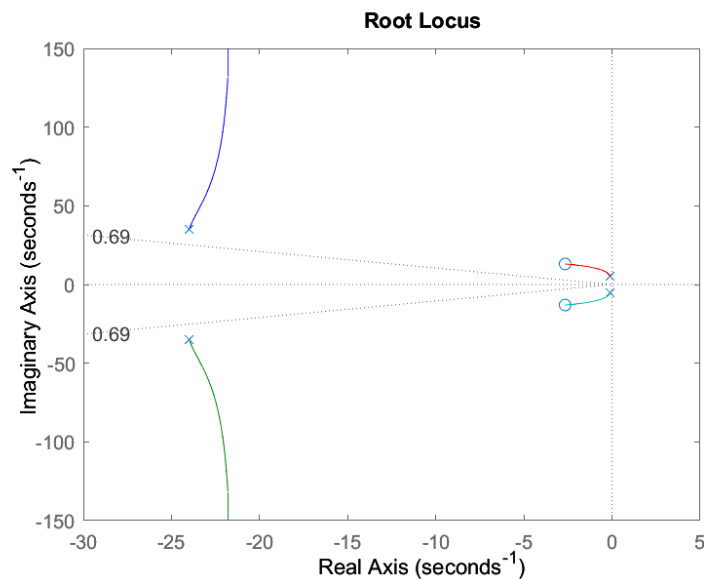
$$M_p = y(t_p) = 1 - e^{\frac{\pi\sigma}{w_d}} \left(\cos\left(w_d \frac{\pi}{w_d}\right) + \frac{\delta}{\sqrt{1-\delta^2}} \sin\left(w_d \frac{\pi}{w_d}\right) \right) = 1 + e^{\frac{\pi\sigma}{w_d}}$$

$$M_p = 1 + e^{-\frac{\pi\delta}{\sqrt{1-\delta^2}}}$$

Innen δ -t kifejezve:

$$\delta = \frac{\ln\left(\frac{1}{M_p - 1}\right)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2\left(\frac{1}{M_p - 1}\right)}} \approx \frac{-\ln\left(\frac{M_p}{100}\right)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2\left(\frac{M_p}{100}\right)}}$$

Az első képletben M_p a túllövés mértéke, δ pedig a csillapítási tényező, a második képlet egy közelítés. Itt M_p a százalékos túllövés. Ezt fel tudjuk tüntetni a root locus-on, mint az origóból induló egyenes, ahol a csillapítási tényező állandó, a csillapítatlan sajátfrekvencia változhat.



9. Ábra: $G1(s)$ rendszer gyökhegygörbéje

```
rlocus(G1)
z=-log(0.05)/sqrt(pi^2+(log(0.05)^2))
sgrid(z,0)
```

Ha ezt szeretnénk, hogy 5%-nál kisebb legyen a túllövés, akkor a pólusoknak ezeken a vonalakon belül kell, hogy legyen. A root locus sehol sem metszi ezeket a vonalakat, ezért nincs olyan erősítés ami hatására 5% alá csökkenne a túllövés.

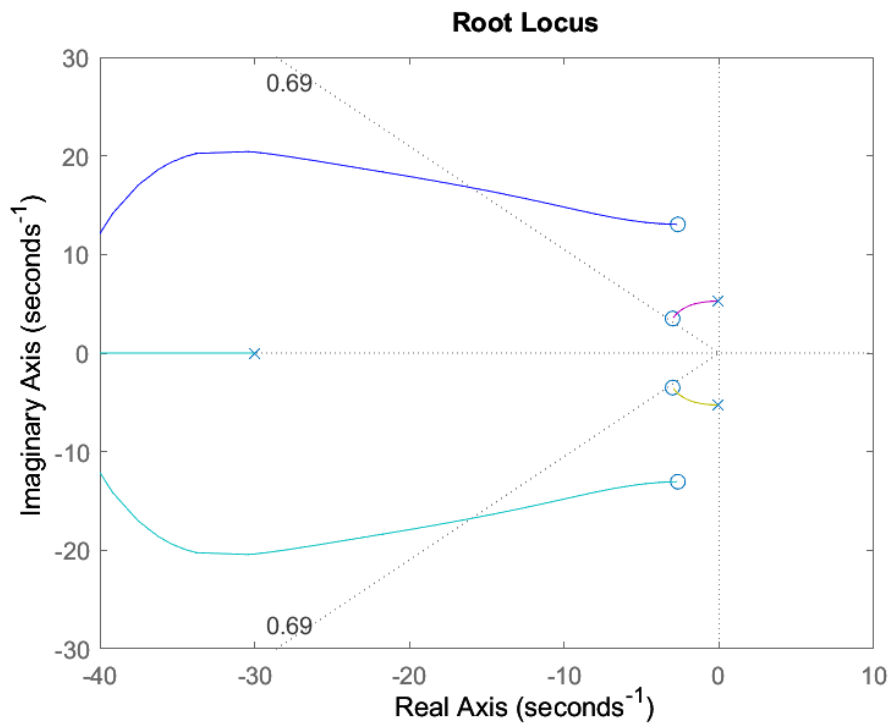
2 pólus közel van eléggé a képzetes tengelyhez, ami miatt a stabilitás határán lehet a busz szuszpenziós rendszere. 2 zérust és 2 pólust fogunk a rendszerbe rakni, 2 zérus ki kell hogy ejtse a képzetes tengelyhez közel eső pólusokat, a 2 pólust pedig a balrább fogjuk rakni, hogy gyorsítsák a rendszert.

```
z1=3+3.5i;
z2=3-3.5i;
p1=30;
```

```

p2=60;
numc=conv([1 z1],[1 z2]);
denc=conv([1 p1],[1 p2]);
C=tf(numc,denc);

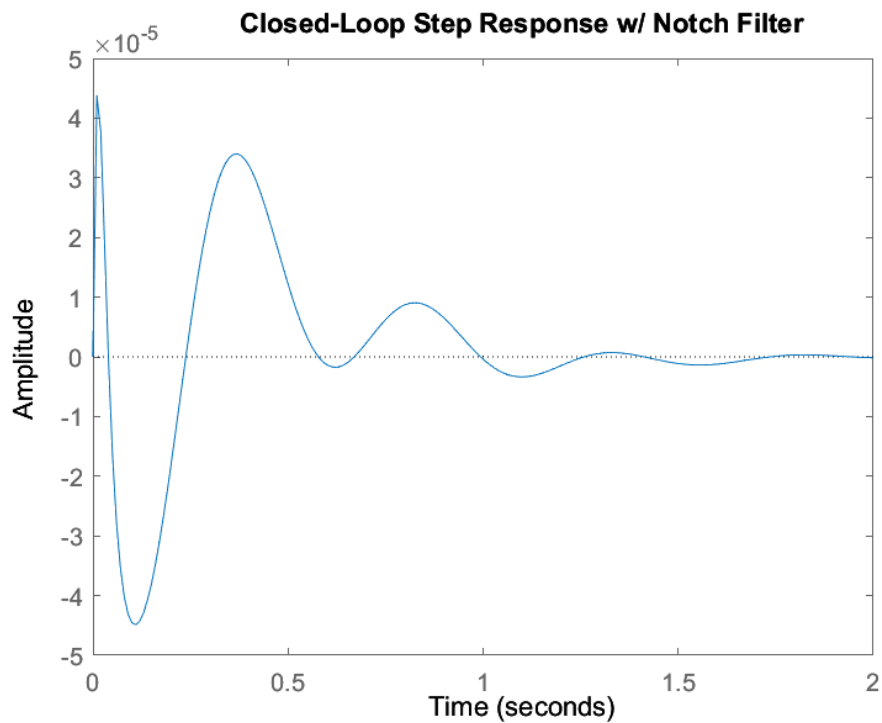
```



10. Ábra: $C(s)G(s)$ szabályozott rendszer gyökhegyörbéje

Minél közelebb a valós tengelyhez választunk pólusokat, annál kisebb a túllövés, és minél távolabb a képzetes tengelytől, annál gyorsabb lesz a rendszer. Esetünkben törekednünk kell a póluskiejtésre is, ezért az állandó csillapítási tényező vonalára ráeső, de a képzetes tengelyhez legközelebb eső erősítést választjuk.

Ez legyen $9.0299 \cdot 10^9$

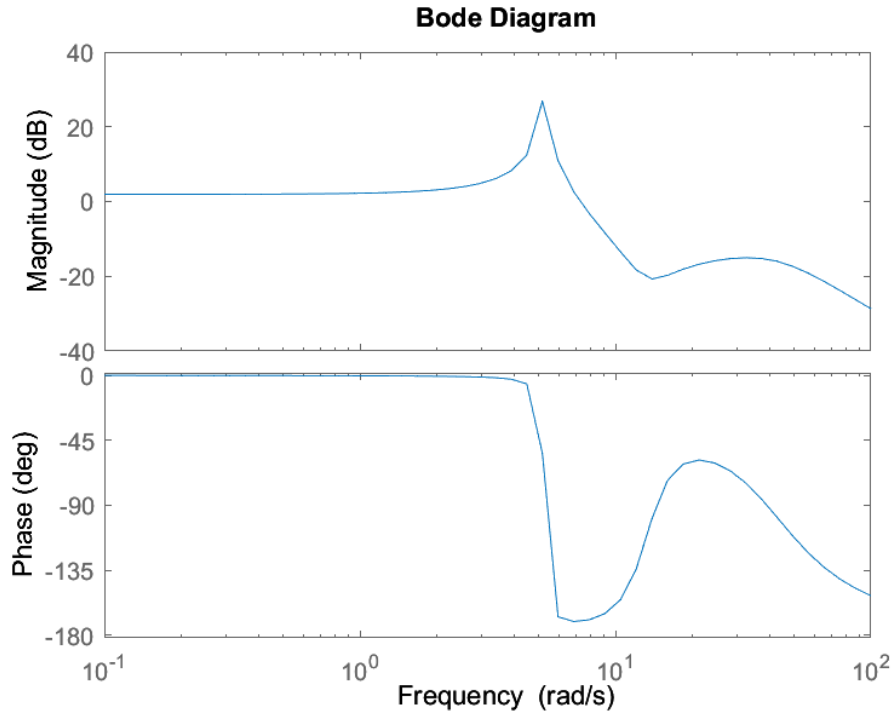


11. Ábra: Gyökhelygörbéről választott erősítéssel rendelkező szűksávú szűrős szabályzóval rendelkező rendszer kimenete

A kimenet teljesíti az 5%-nál kevesebb túllövés, és az 5 s alatti beállási idő kritériumot is!

Frekvencia:

A felnyitott kör Bode diagrammja alapján lehet következtetni a zárt szabályzási kört viselkedésére. Mielőtt bármit csinálnánk normalizáljuk a Bode diagrammot, hogy a 0 Hz-hez tartó aszimptota 0 dB körül legyen legyen. Logaritmikus skálán a összeadás, az lineárisban szorzás.



12. Ábra: $K \cdot G_1(s)$ Bode diagramm

5 rad/s körül közel van a fázis diagramm a -180 fokhoz, ezért ide kell még adni több fázistartalékot. Nagy fázistartalék kicsi túllövással jár. Ha 140 fok fázis tartalékot szeretnénk még hozzáadni, akkor azt 2 lead kompenzátorral kell, mivel 1 darab maximum 90 fokot tud. Ezt azért lehet alkalmazni, mert komplex számok szorzásánál a fázisdiagrammok összeadódnak.

$$C(jw) = \frac{jw + w_z}{jw + w_p}$$

$$|C(jw)| = \frac{\sqrt{w^4 + w^2(w_p^2 + w_z^2) + w_p^2 w_z^2}}{w^2 + w_p^2}$$

$$\angle C(jw) = \arctg \left(\frac{w(w_p - w_z)}{w^2 + w_p w_z} \right)$$

$$\Theta_m \rightarrow \frac{d\angle C(jw)}{dw} = 0 = \frac{1}{1 + \left(\frac{w(w_p - w_z)}{w^2 + w_p w_z} \right)^2} \frac{(w_p - w_z)(w^2 + w_p w_z) - w(w_p - w_z)2w}{(w^2 + w_p w_z)^2}$$

$$\frac{w_p^2 w_z - w_p w_z^2 - w^2(w_p - w_p w^2)}{(w^2 + w_p w_z)^2} = 0$$

$$w_m = \sqrt{w_p w_z}$$

$$\Theta_m = \angle C(jw_m) = \arctg\left(\frac{w_p - w_z}{2\sqrt{w_p w_z}}\right)$$

$$\tan \Theta_m = \frac{w_p - w_z}{2w_m}$$

$$2w_m \tan \Theta_m = w_p - w_z$$

$$2w_m \tan \Theta_m = \frac{w_m^2}{w_z} - w_z$$

$$w_z^2 + 2w_m \tan \Theta_m w_z - w_m^2 = 0$$

$$w_z = -w_m \tan \Theta_m + \sqrt{(\tan \Theta_m w_z)^2 + w_m^2}$$

$$w_p = \frac{w_m^2}{w_z}$$

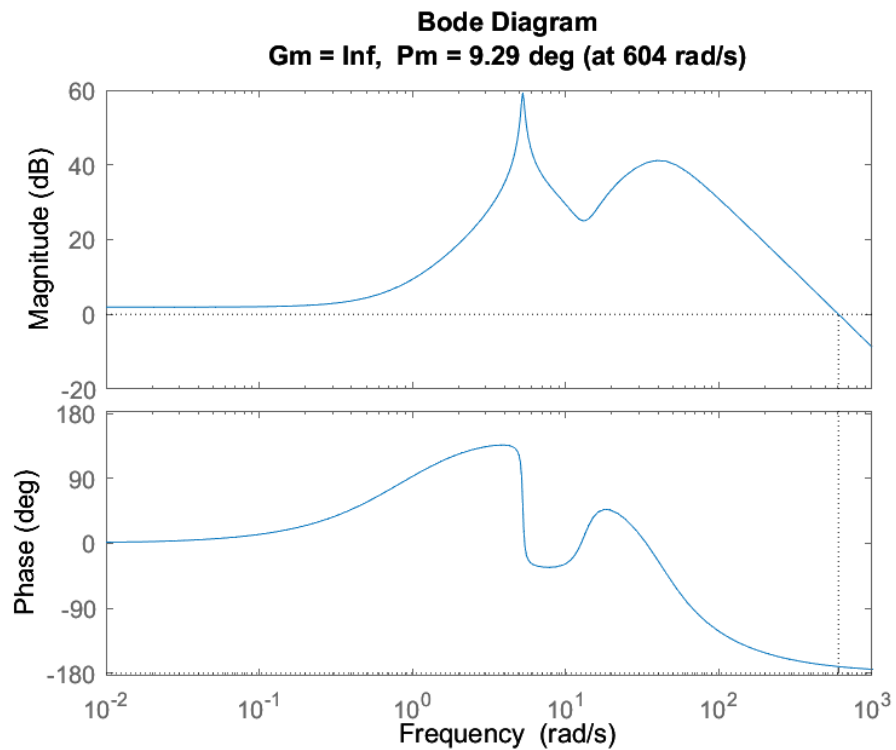
Ha $\Theta_m = 70^\circ$ és $w_m = 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, akkor $w_z = 0.881634903 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, és $w_p = 28.3564091 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

Tehát a kompenzátor képlete:

$$C(s) = \frac{s + 0.881634903}{s + 28.3564091} \cdot \frac{s + 0.881634903}{s + 28.3564091}$$

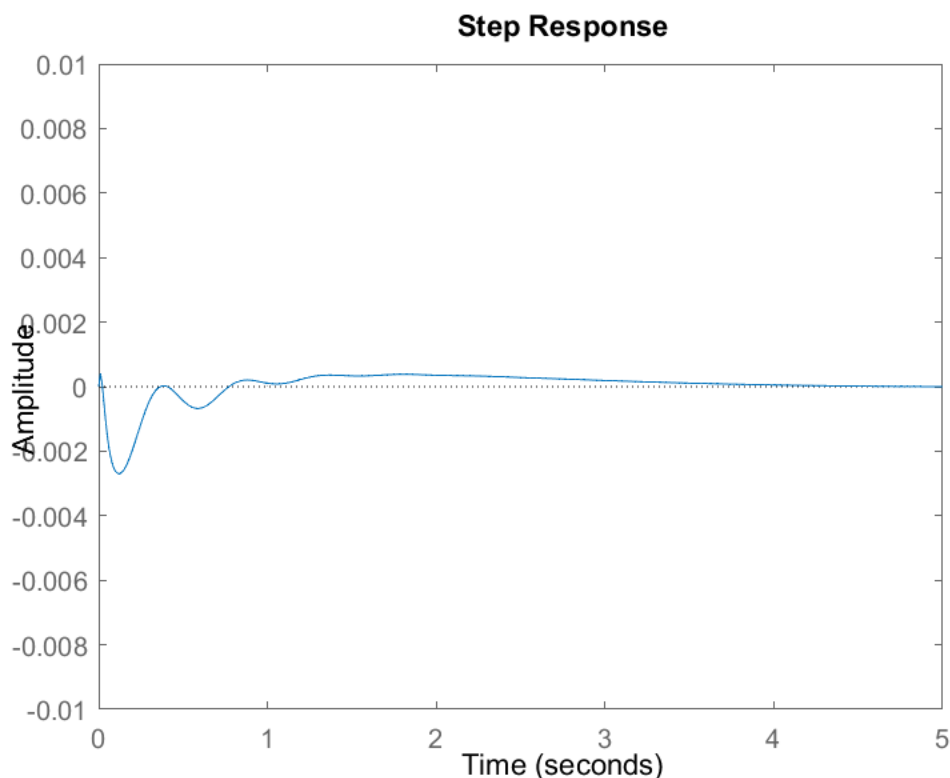
Ezt ki lehetett volna számolni a soros kompenzátorhoz tartozó segéd egyenletekkel, amik valójában ekvivalensek a soros kompenzátor képletével. A Matlab kódban így jártam el.

```
a = (1-sin(70/180*pi))/(1+sin(70/180*pi));
w=5;
T=1/(w*sqrt(a));
aT=sqrt(a)/w;
numc = conv([T 1], [T 1]);
denc = conv([aT 1], [aT 1]);
C = tf(numc,denc);
margin(K*C*G1)
```



13. Ábra: Soros kompenzátor és a $G1(s)$ rendszer nyílt hurokjának Bode diagrammja

Ezután le kell ellenőriznünk a szabályzóval ellátott rendszerünk kimenete hogyan viselkedik, megfelel-e a követelményeknek.



14. Ábra: A rendszer válasza

A válasz teljesíti a követelményeket, nincsen 5%-os túllövésnél nagyobb, valamint a beállási idő 4 s körüli. Ha az erősítést növeljük, akkor még gyorsabb lesz a rendszer. Pl. $K = 400000$ esetén a túllövés is jelentősen csökken, valamint a beállási idő 2 s-ra csökken!

Állapotteres tervezés:

Szorgalmi feladatként megpróbálkoztam az állapotteres tervezéssel. Az internetes oldalon található mátrixokat próbáltam számolásokkal ellenőrizni, de más eredményre jutottam, ezért

az $\begin{pmatrix} X_1 \\ \dot{X}_1 \\ Y_1 \\ \dot{Y}_1 \end{pmatrix}$ állapotvektor helyett (ahol $Y_1 = X_1 - X_x$) helyett $\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{pmatrix}$ állapotvektorra írtam fel az állapotteret.

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \ddot{X}_1 \\ \ddot{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_1}{M_1} & \frac{k_1}{M_1} & -\frac{b_1}{M_1} & \frac{b_1}{M_1} \\ \frac{k_1}{M_2} & -\frac{k_1}{M_2} - \frac{k_2}{M_2} & \frac{b_1}{M_2} & -\frac{b_1}{M_1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{M_1} & 0 \\ -\frac{1}{M_2} & \frac{k_2}{M_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U \\ W \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U \\ W \end{bmatrix}$$

Így a kimenet ugyan úgy $X_1 - X_2$, és a bemenet, U és W.

```
clear all;
close all;

m1 = 2500; %kg
m2 = 320; %kg
k1 = 80000; %N/m
k2 = 500000; %N/m
b1 = 350; %Ns/m
b2 = 15020; %Ns/m

%State space
A=[0 0 1 0
    0 0 0 1
    -k1/m1 k1/m1 -b1/m1 b1/m1
    k1/m2 -k1/m2-k2/m2 b1/m2 -b1/m2];

B=[0 0
    0 0
    1/m1 0
    -1/m2 k2/m2];

C=[1 -1 0 0];
D=[0 0];
sys=ss(A,B,C,D)

eig(A) %stabil

rank(ctrb(sys)); %teljesen szabályozható rangja egyenlő az állapotok számával
rank(observ(sys)); %teljesen megfigyelhető

t = 0:0.01:2;
u = zeros(2,length(t));
x0 = [0 0.1 0 0];
```



```

[y,t,x] = lsim(sys,u,t,x0);
plot(t,y)
title('Open-Loop Response to Non-Zero Initial Condition')
xlabel('Time (sec)')
ylabel('X2 position (m)')

[num,den] = ss2tf(A,B,C,D,2)
G = tf(num,den)
pzmap(G)
rlocus(G)
axis([-30 30 -50 50])
z=-log(0.05)/sqrt(pi^2+(log(0.05)^2))
sgrid(z,0)

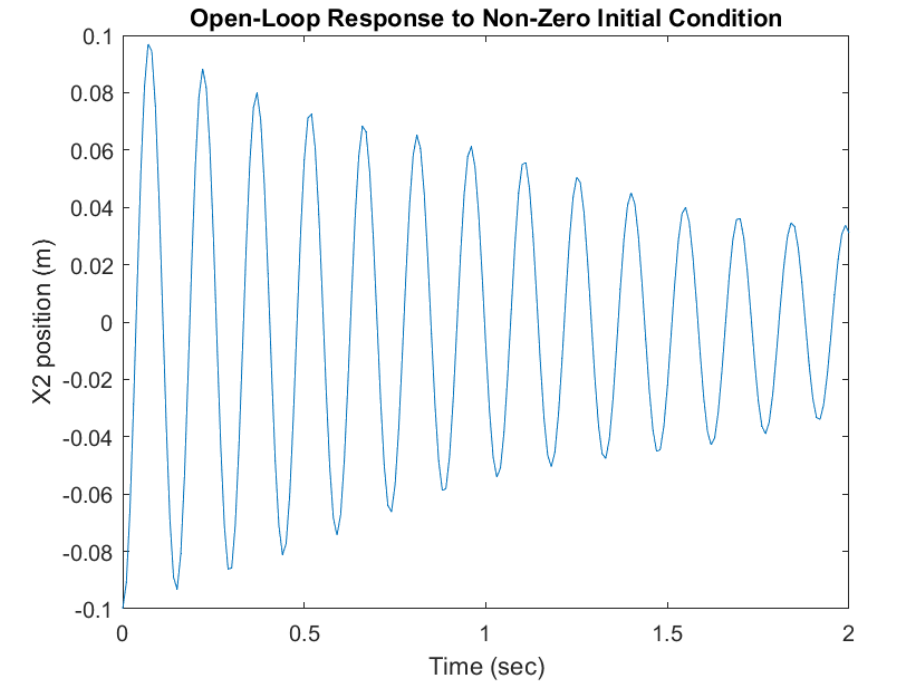
p1 = -20 + 10i;
p2 = -20 - 10i;
p3 = -30;
p4 = -40;

k = place(A,B,[p1 p2 p3 p4]);
sys_cl = ss(A-B*k,B,C,0);

lsim(sys_cl,u,t,x0);
xlabel('Time (sec)')
ylabel('Ball Position (m)')

```

Mivel az A mátrix sajátértékei a rendszerek pólusai, mindegyiknek negatív a valós része, ezért stabil. A megfigyelhetőségi és szabályozhatósági mátrixok rangjai is megegyeznek az energiatárolók számával, ezért teljesen megfigyelhető, és szabályozható a rendszer. W bemenetre a válasz:



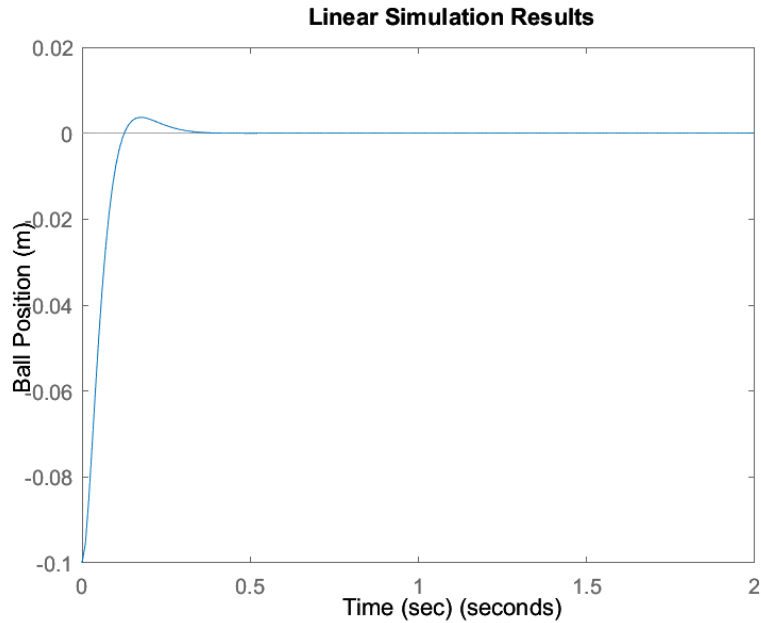
15. Ábra: W bemenetre az Y válasz

Ilyen módon túl nagy a túllövés, és a beállási idő is.

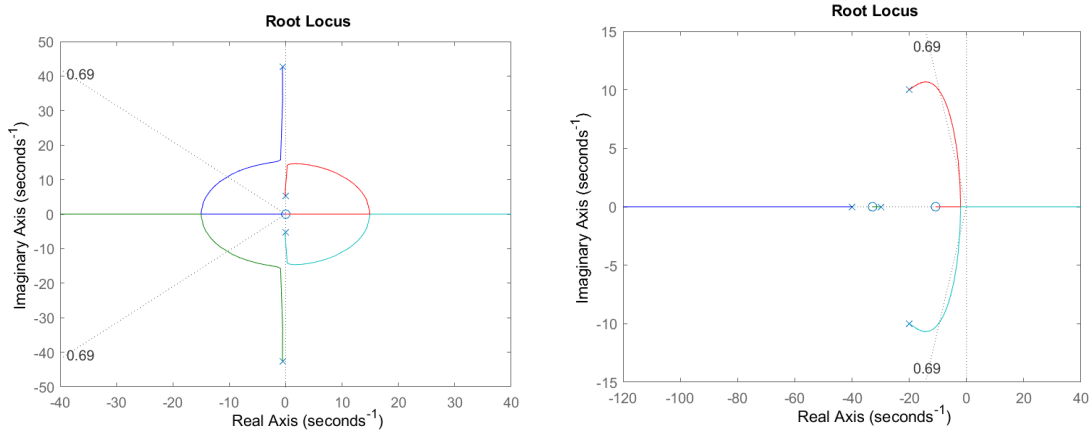
Ha a rendszerbe még elhelyezzük ezeket a pólusokat:

```
p1 = -20 + 10i;  
p2 = -20 - 10i;  
p3 = -30;  
p4 = -40;
```

A komplex konjugált gyökpárt úgy helyezzük el, hogy a túllövés kritériumainak megfeleljen, a másik 2 pólus meg azért szükséges, mert csak annyit rakhatunk be, amennyi tároló van a rendszerben. Ha a képzetes tengelytől messze helyezzük el, akkor elég gyorsak lesznek, javít a beállási időn is. Ekkora a válasz a következő.



16. Ábra: Póluselhelyezés után a rendszer válasza



17. Ábra: Gyökhelygörbe póluselhelyezés előtt és után

Az új gyökök elhelyezése után létezik olyan erősítés, amelyre a domináns póluspár a túllövésnek az elvárásait teljesíti. A hibája, hogy nem teljesen ugyan az, mint amikor átviteli függvényel terveztük meg G_1 -et, és G_2 -őt.