4. 정렬

한국외국어대학교 고 석 훈

목차

- 4.1 정렬
- 4.2 선택 정렬
- 4.4 삽입 정렬
- 4.6 병합 정렬
- 4.8 기수 정렬

- 4.3 버블 정렬
- 4.5 쉘 정렬
- 4.7 퀵 정렬
- 4.9 트리 정렬

4. 정렬

4.1 정렬(Sort)

- 정렬(sort)
 - 2개 이상의 자료를 오름차순(ascending)이나 내림차순(descending)으로 재배열하는 것

■ 자료를 정렬하는데 사용하는 기준이 되는 특정 값

4. 정렬 3 / 63

정렬 방법의 분류

- 정렬 방법의 분류
 - 실행 방법에 따른 분류: 비교식/분산식
 - 정렬 장소에 따른 분류: 내부 정렬/외부 정렬
- 비교식 정렬(comparative sort)
 - 비교하고자 하는 각 키 값들을 한번에 두 개씩 비교하여 교환하는 방식
- 분산식 정렬(distribute sort)
 - 키 값을 기준으로 자료를 여러 개의 부분 집합으로 분해하고, 각 부분집합을 정렬함으로써 전체를 정렬하는 방식

4. 정렬 4 / 63

- 내부 정렬(internal sort)
 - 정렬할 자료를 메인 메모리에 올려서 정렬하는 방식
 - 정렬 속도가 빠르지만 메모리 용량의 제한을 받음
- 내부 정렬 방식
 - 교환 방식: 키를 비교하고 교환하는 방식(선택, 버블, 퀵 정렬)
 - 삽입 방식: 키를 비교하고 삽입하는 방식(삽입 정렬, 쉘 정렬)
 - 병합 방식: 키를 비교하고 병합하는 방식(2-way병합, n-way병합)
 - 분배 방식: 여러 부분집합에 분배하여 정렬하는 방식(기수정렬)
 - 선택 방식: 이진 트리를 사용하는 방식(힙 정렬, 트리 정렬)

4. 정렬 5 / 63

- 외부 정렬(external sort)
 - 정렬할 자료를 보조 기억장치에서 정렬하는 방식
 - 대용량의 보조 기억 장치를 사용하기 때문에 내부 정렬보다 속도는 떨어지지만 대용량의 자료의 정렬 가능
- 외부 정렬 방식
 - 병합 방식: 파일을 부분 파일로 분리하여 각각을 내부 정렬하고, 병합하는 정렬 방식 (2-way 병합, n-way 병합)

4. 정렬 6 / 63

정렬의 종류

- 선택 정렬(selection sort)
- 버블 정렬(bubble sort)
- 삽입 정렬(insert sort)
- 쉘 정렬(shell sort)
- 퀵 정렬(quick sort)
- 병합 정렬(merge sort)
- 기수 정렬(radix sort)
- 트리 정렬(tree sort)

4. 정렬 7 / 63

4.2 선택 정렬(Selection Sort)

- 선택 정렬(selection sort)
 - 전체 원소들 중에서 기준 위치에 맞는 원소를 선택하여 자리를 교환하는 방식으로 정렬
- 수행 방법
 - 전체 원소 중 가장 작은 원소를 찾아, 첫 번째 원소와 자리를 교환
 - 그 다음 두 번째로 작은 원소를 찾아, 두 번째 원소와 자리를 교환
 - 그 다음 세 번째로 작은 원소를 찾아, 세 번째 원소와 자리를 교환
 - 이 과정을 반복하면서 정렬을 완성

4. 정렬 8 / 63

선택 정렬 알고리즘

```
selectionSort(a[],n) {
  입력: 정수 배열 a, 배열 크기 n
  출력: 오름차순으로 정렬된 배열 a
  for (i \leftarrow 0; i < n-1; i++) {
     \min \leftarrow i:
     for (j \leftarrow i + 1; j < n; j + +)
         if(a[j] < a[min])
            \min \leftarrow j;
     swap(a[i], a[min]); // 두 변수의 값을 교환
```

4. 정렬 9 / 63

<u>선택 정렬의 예</u>

1단계	69	10	30	2	16	8	31	22 }	7번 비교
2단계	2 {	10	30	69	16	8	31	22 }	6번 비교
3단계	2	8	30	69	16	10	31	22 }	5번 비교
4단계	2	8	10 {	69	16	30	31	22 }	4번 비교
5단계	2	8	10	16	69	30	31	22 }	3번 비교
6단계	2	8	10	16	22	30	31	69 }	2번 비교
7단계	2	8	10	16	22	30 {	31	69 }	1번 비교
	2	8	10	16	22	30	31	69	

4. 정렬 10 / 63

선택 정렬 알고리즘 분석

- 메모리 사용공간
 - \blacksquare n개의 원소에 대하여 n개의 메모리 사용
- 비교횟수
 - 단계별 비교 회수: 1단계 (n-1)번 비교 2단계 (n-2)번 비교

i단계 (n-i)번 비교

(n-2)단계2번 비교(n-1)단계1번 비교

- 전체 비교 회수: $\sum_{i=1}^{n-1} n i = \frac{n(n-1)}{2}$
- 시간 복잡도:

4.3 버블 정렬(Bubble Sort)

- 버블 정렬(bubble sort)
 - 차례로 인접한 두 개의 원소를 비교하여 자리를 교환하는 방식
 - 첫 번째 원소부터 마지막 원소까지 인접 원소 비교를 반복하여 한 단계가 끝나면 가장 큰 원소를 마지막 자리로 정렬
 - 첫 번째 원소부터 인접한 원소끼리 계속 자리를 교환하면서 맨 마지막 자리로 이동하는 모습이 물 속에서 물 위로 올라오는 물방울 모양과 같다고 하여 버블(bubble) 정렬이라 부름

4. 정렬 12 / 63

버블 정렬 알고리즘

```
bubbleSort(a[],n) {
  입력: 정수 배열 a, 배열 크기 n
  출력: 오름차순으로 정렬된 배열 a
  for (i \leftarrow n-1; i \geq 0; i--)
  for (j \leftarrow 0; j < i; j++)
  if (a[j] > a[j+1])
  swap(a[j],a[j+1]);
}
```

4. 정렬 13 / 63

<u>버블 정렬의 예 [1/7]</u>

69	10	30	2	16	8	31	22 }
{ 10	69	30	2	16	8	31	22 }
{ 10	30	69	2	16	8	31	22 }
{ 10	30	2	69	16	8	31	22 }
{ 10	30	2	16	69	8	31	22 }
{ 10	30	2	16	8	69	31	22 }
{ 10	30	2	16		31	69	22)
{ 10	30	2	16	8	31	22	69 }

4. 정렬 14 / 63

<u>버블 정렬의 예 [2/7]</u>

10	30	2	16	8	31	22 } <mark>69</mark>
{ 10			16			22 } 69
{ 10	2	30	16	8	31	22 } 69
				8	31	22 } <mark>69</mark>
{ 10	2	16	8	30	31	22 } <mark>69</mark>
	2			30		22 69
{ 10	2	16	8	30	22	31 } 69

4. 정렬 15 / 63

<u>버블 정렬의 예 [3/7]</u>

{	10	2	16	8	30	22 31	69
$\Big\{$	2	10	16	8	30	22 31	69
$\left\{ \right.$	2	10	16	8	30	22 31	69
$\Big\{$	2	10	8	16	30	22 31	69
$\left\{ \right.$	2	10	8	16	30	22 31	69
$\left\{ \right.$	2	10	8	16	22	30 } 31	69

4. 정렬 16 / 63

<u>버블 정렬의 예 [4/7]</u>

{	2	10	8	16	22 30	31	69
$\left\{ \right.$	2	10	8	16	22 30	31	69
$\left\{ \right.$	2	8	10	16	22 } <mark>30</mark>	31	69
$\left\{ \right.$	2	8	10	16	22 30	31	69
{	2	8	10	16	22 } 30	31	69

4. 정렬 17 / 63

<u>버블 정렬의 예 [5/7]</u>

{	2	8	10	16 } <mark>22</mark>	30	31	69
$\left\{ \right.$	2	8	10	16 } <mark>22</mark>	30	31	69
$\left\{ \right.$	2	8	10	16) 22	30	31	69
$\left\{ \right.$	2	8	10	16 } 22	30	31	69

4. 정렬 18 / 63

버블 정렬의 예 [6/7]

4. 정렬 19 / 63

버블 정렬의 예 [7/7]



2 8 10 16 22 30 31 69

4. 정렬

버블 정렬 알고리즘 분석

- 메모리 사용공간
 - $\blacksquare n$ 개의 원소에 대하여 n개의 메모리 사용
- 연산 시간
 - 최선의 경우: 자료가 이미 정렬되어있는 경우
 - ◆ 비교횟수: i번째 실행 시 (n-i)번 비교하므로, $\frac{n(n-1)}{2}$ 번
 - ◆ 자리교환횟수: 자리교환이 발생하지 않는다.
 - 최악의 경우: 자료가 역순으로 정렬되어있는 경우
 - ◆ 비교횟수: i번째 실행 시 (n-i)번 비교하므로, $\frac{n(n-1)}{2}$ 번
 - lacktriangle 자리교환횟수: 모든 i번째 실행 시 (n-i)번 교환하므로, $\frac{n(n-1)}{2}$ 번
 - 시간 복잡도:

4. 정렬

버블 정렬 알고리즘 개선

- 버블 정렬 알고리즘의 특징
 - 실행 도중 모든 자료가 정렬되면 더 이상 자리교환을 하지 않는다.
 - 반대로, *i* 번째 실행에서 한번도 자리교환을 하지 않았다면 모든 자료가 정렬되었음을 알 수 있다.

4. 정렬 22 / 63

버블 정렬 알고리즘 개선

```
bubbleSort2(a[],n) {
  입력: 정수 배열 a, 배열 크기 n
  출력: 오름차순으로 정렬된 배열 a
  for (i \leftarrow n-1; i \ge 0; i--)
     change ← false;
     for (j \leftarrow 0; j < i; j + +)
        if(a[j] > a[j+1])
            swap(a[j], a[j + 1]);
            change \leftarrow true;
     if (change = false) break;
```

4. 정렬 23 / 63

4.4 삽입 정렬(Insert Sort)

- 삽입 정렬(insert sort)
 - 정렬되어있는 부분집합에 정렬할 새로운 원소의 위치를 찾아 삽입하는 방법
 - 정렬할 자료를 두 개의 부분집합 *S*와 *U*로 가정
 - ◆ 부분집합 *S*: 정렬된(sorted) 앞부분의 원소들
 - ◆ 부분집합 *U*: 아직 정렬되지 않은(unsorted) 나머지 원소들
 - ◆ 정렬되지 않은 부분집합 *U*의 원소를 하나씩 꺼내서, 정렬되어 있는 부분집합 *S*의 마지막 원소부터 비교하여 위치를 찾아 삽입
 - ◆ 삽입 정렬을 반복하면서 부분집합 S의 원소는 하나씩 증가하고 부분집합 U의 원소는 하나씩 감소
 - ◆ 부분집합 U가 공집합이 되면 삽입 정렬 종료

4. 정렬 24 / 63

<u>삽입 정렬 알고리즘</u>

```
insertionSort(a[], n) {
   입력: 정수 배열 a, 배열 크기 n
   출력: 오름차순으로 정렬된 배열 a
  for (i \leftarrow 1; i < n; i + +) {
      val \leftarrow a[i];
      for (pos \leftarrow i; pos > 0; pos - -) {
          if (val < a[pos-1])
             a[pos] \leftarrow a[pos-1];
          else
             break:
      a[pos] \leftarrow val;
```

4. 정렬 25 / 63

<u>삽입 정렬의 예</u>

							이동 히스
$S = \{ 69 \}$	U = { 10	30	2	16	8	31	22 }
S = { 10	<mark>69</mark> } U =	30	2	16	8	31	22 }
S = { 10	69 }	U = {	2	16	8	31	22 }
S = { 2	10 30	69 }	U = {	16	8	31	22 }
S = { 2	10 16	30 6	9 }	U = {	8	31	22 }
S = { 2	8 10	16 3	0 6	9}	U = {	31	22 }
S = { 2	8 10	16 3	0 3	69	}	U = {	22 }
S = { 2	8 10	16 2	3	0 31	6	9 }	s = 15

4. 정렬 26 / 63

삽입 정렬 알고리즘의 분석

- 메모리 사용공간
 - $\blacksquare n$ 개의 원소에 대하여 n개의 메모리 사용
- 연산 시간
 - 최선의 경우: 원소들이 이미 정렬되어있어서 비교횟수가 최소
 - ◆ 이미 정렬되어있는 경우에는 바로 앞자리 원소와 한번만 비교한다.
 - ◆ 전체 비교횟수: n 1
 - 최악의 경우: 모든 원소가 역순으로 되어있어서 비교횟수가 최대
 - ◆ 전체 비교횟수: $1 + 2 + 3 + \dots + (n 1) = n(n 1)/2$
 - 시간 복잡도:

4. 정렬

4.5 쉘 정렬(Shell Sort)

- 쉘 정렬(shell sort)
 - 일정 간격(interval) 떨어져있는 자료들끼리 부분집합을 구성하고, 각 부분집합의 원소들에 대해서 삽입 정렬을 수행하는 작업을 간격을 줄여가며 반복하여 전체 원소들을 정렬하는 방법
 - 삽입정렬보다 복잡하지만, 비교연산과 교환연산 회수 감소
 - 그 이유는? 자료의 이동이 빨라지기 때문!
- 쉘 정렬의 부분집합
 - 부분집합의 기준이 되는 간격을 매개변수 *h*에 저장
 - 한 단계가 수행될 때마다 h의 값을 1/2감소시키고, h가 1이 될 때까지 쉘 정렬을 순환 호출

4. 정렬 28 / 63

<u>쉘 정렬 알고리즘</u>

```
insertionSort2(a[], first, last, h) {
   입력: 정수 배열 a, 배열의 범위 first, last, 간격 h
   출력: 지정된 부분이 오름차순으로 정렬된 배열 a
  for (i \leftarrow first + h; i \leq last; i += h) {
      val \leftarrow a[i]:
      for (pos \leftarrow i; pos > first; pos -= h) {
          if (val < a[pos-h])
              a[pos] \leftarrow a[pos-h];
                                         shellSort(a[], n) {
          else
                                             입력: 정수 배열 a, 배열 크기 n
              break:
                                             출력: 오름차순으로 정렬된 배열 a
                                            for (h \leftarrow n/2; h > 0; h = h/2)
      a[pos] \leftarrow val;
                                                for (i \leftarrow 0; i < h; i + +)
                                                    insertionSort2(a, i, n - 1, h);
```

4. 정렬 29 / 63

<u>쉘 정렬의 예 [1/3]</u>

interval
$$h = 8/2 = 4$$

{ 69	10	30	2	16	8	31	22 }	<u>이동 회수</u>
16	10	30	2	69	8	31	22 }	1
{ 16	8	30	2	69	10	31	22 }	1
{ 16	8	30	2	69	10	31	22 }	0
{ 16	8	30	2	69	10	31	22}	0
{ 16	8	30	2	69	10	31	22 }	U

4. 정렬

쉘 정렬의 예 [2/3]

interval
$$h = 4/2 = 2$$

4. 정렬 31 / 63

쉘 정렬의 예 [3/3]

```
interval h = 2/2 = 1
                                 8 31 10 69 22  <mark>이동 회수</mark>
                    2 30
                                     16
                                                           31
                             10
                                            22
                                                   30
                                                         22
22
22
22
                                                10
                                                    69
                   2 16 }
2 16 30
2 8 16
2 8 16
2 8 10
2 8 10
2 8 10
                                  30
                                                    69
                                                10
                          30 } {
16 30
16 30
10 16
                                                10
                                                    69
                                     3130
                                                         22
                                                10
                                                    69
                                          31
31
                                                         22
                            10 16
                                     30
                                              69
                                                         22
                                     22
                                          30
                                              31
                                                   69 }
                                    16 22
                                                   30
                                                           31
                      8
                             10
```

4. 정렬 32 / 63

쉘 정렬 알고리즘의 분석

- 메모리 사용공간
 - n개의 원소에 대하여 n개의 메모리와 매개변수 n에 대한 저장공간 사용
- 연산 시간
 - 비교횟수는 원소의 상태에 상관없이 매개변수 h에 의해 결정
 - 최악의 경우 시간복잡도: *0*(*n*²)
 - 실험을 통해 확인한 시간 복잡도:
 - 쉘 정렬이 삽입정렬에 비해 빠른 이유
 - ◆ 쉘 정렬은 삽입정렬에 비해 최종 위치로 이동하는 속도가 빠름
 - ◆ 예) 69의 경우, 삽입정렬은 7회 이동, 쉘 정렬은 3회 이동

4. 정렬 33 / 63

분할 정복(Divide-and-Conquer) 기법

● 분할 정복(divide-and-conquer) 알고리즘

- 분할(divide): 주어진 문제를 부분 문제(sub-problem)로 분할
 - ◆ 더 이상 분할 할 수 없는 상태까지 반복해서 분할
 - ◆ 일반적으로 재귀 호출 방식 사용
- 정복(conquer): 분할된 문제의 부분 해(sub-solution)를 구함
 - ◆ 일반적으로 각 부분 해를 <mark>병합(combine</mark>)하는 작업 필요
- 예) 병합정렬

4. 정렬 34 / 63

분할 정복 예제

```
findMax(a[],m,n) {
  입력: 정수 배열 a, 배열의 범위 m, n
  출력: 배열 a[m:n]의 원소 중의 최대값
  if (m < n) {
     // divide
     mid = (m+n)/2;
     max1 = findMax(a[], m, mid);
     max2 = findMax(a[], mid + 1, n);
     // conquer and combine
     if (max1 > max2)
        return max1;
     else
        return max2;
  return a[m];
```

4. 정렬 35 / 63

4.6 병합 정렬(Merge Sort)

- 병합 정렬(merge sort)
 - 여러 개의 정렬된 자료의 집합을 병합하여 한 개의 정렬된 집합으로 만드는 방법
 - 입력 자료를 부분집합으로 분할(divide)하고, 각 부분집합에 대해서 정렬 작업을 완성(conquer) 한 다음에 정렬된 부분집합들을 다시 결합(combine)하는 분할 정복(divide and conquer) 기법
- 병합 정렬의 종류
 - 2-way 병합: 2개의 정렬된 자료를 결합하여 하나의 집합으로 합체
 - n-way 병합: n개의 정렬된 자료를 결합하여 하나의 집합으로 합체

4. 정렬 36 / 63

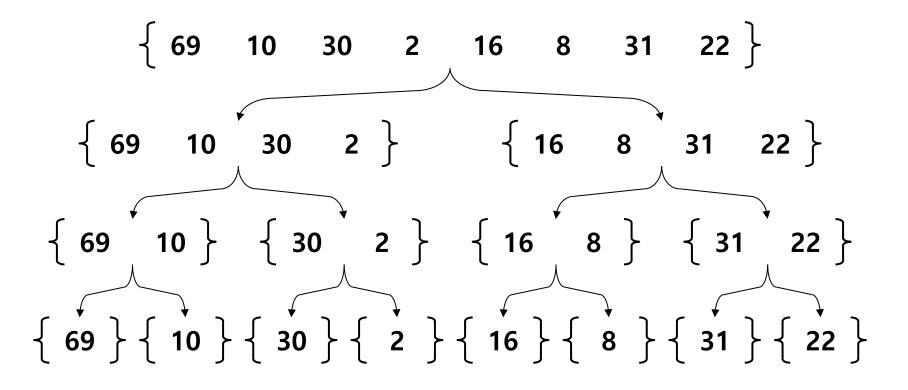
병합 정렬 알고리즘

```
mergeSort(a[], m, n) {
  입력: 정수 배열 a, 배열의 범위 m, n
  출력: 오름차순으로 정렬된 배열 a[m:n]
  if(a[m:n])의 원소수 \ge 2)
    // 전체 집합을 두개의 부분집합으로 분할
    mid = (m+n)/2;
    mergeSort(a[], m, mid);
    mergeSort(a[], mid + 1, n);
    merge(a[m:mid], a[mid + 1:n]);
  // 원소가 1개 이하면 자연적인 정렬 상태
```

4. 정렬 37 / 63

병합 정렬의 예 [1/2]

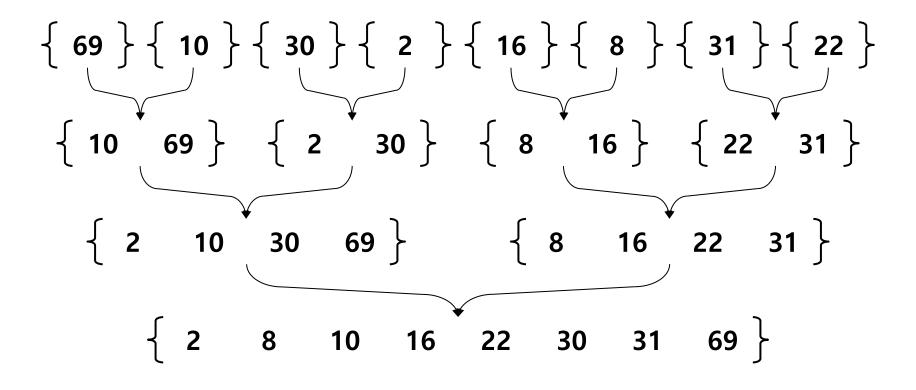
• 분할 단계



4. 정렬 38 / 63

병합 정렬의 예 [2/2]

● 병합 단계



4. 정렬 39 / 63

병합 정렬 알고리즘 분석

- 메모리 사용공간
 - 각 단계에서 병합하여 만든 부분집합을 저장할 공간이 필요
 - \blacksquare 원소 n개에 대해서 2n개의 메모리 공간 사용
- 연산 시간
 - 분할 단계: n개의 원소를 분할하기 위해서 $\log_2 n$ 번의 단계 수행
 - 병합 단계: 부분집합의 원소를 비교하면서 병합하는 단계에서 최대 n번의 비교연산 수행
 - 전체 병합 정렬의 시간 복잡도:

4. 정렬 40 / 63

4.7 퀵 정렬(Quick Sort)

- 퀵 정렬(quick sort)
 - 기준 값을 중심으로 작은 원소들은 왼쪽 부분집합으로 큰 원소들은 오른쪽 부분집합으로 분할하여 정렬
 - 기준 값:
 - ◆ 좌, 우, 중앙, 또는 평균값으로 선택
 - 퀵 정렬은 정복하며 분할하는 원리로 실행
 - ◆ 정복(conquer): 기준 값보다 작은 원소들은 왼쪽 부분집합으로 기준 값보다 큰 원소들은 오른쪽 부분집합으로 구분
 - ◆ 분할(divide): 기준 값을 중심으로 2개의 부분 집합으로 분할
 - ◆ 부분 집합의 크기가 1보다 크면 재귀호출을 이용하여 다시 분할

4. 정렬 41 / 63

퀵 정렬 알고리즘 [1/2]

```
quickSort(a[], begin, end) {
  입력: 정수 배열 a, 정렬 범위 begin, end
  출력: 오름차순으로 정렬된 배열 a
  if (begin < end) {
     pivot \leftarrow partition(a, begin, end);
     quickSort(a[], begin, pivot - 1);
     quickSort(a[], pivot + 1, end);
```

4. 정렬 42 / 63

퀵 정렬 알고리즘 [2/2]

```
partiton(a[], begin, end) {
  입력: 정수 배열 a, 정렬 범위 begin, end
  출력: 새로운 pivot
  pivot ← begin; // 제일 왼쪽 원소를 pivot으로 지정
  L \leftarrow begin;
  R \leftarrow end:
  while (L < R) {
     while (a[L] \le a[pivot] \text{ and } L < end) L + +;
     while (a[R] > a[pivot]) R - -;
     if(L < R) swap(a[L], a[R]); //L의 원소와 R의 원소 교환
  swap(a[pivot], a[R]); //R의 원소와 <math>pivot의 원소 교환
  return R; // 새로운 pivot 위치 리턴
```

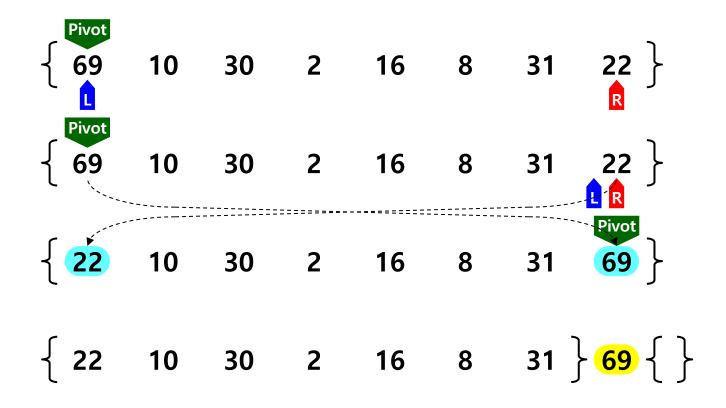
4. 정렬 43 / 63

퀵 정렬 알고리즘 설명

- (1) 가장 왼쪽 원소를 pivot으로 지정, L인덱스를 가장 왼쪽, R인덱스를 가장 오른쪽에 위치
- (2) L인덱스는 pivot보다 큰 값이 나올 때까지 오른쪽으로 이동, R인덱스는 pivot보다 작거나 같은 값이 나올 때까지 왼쪽으로 이동
- (3) L과 R이 만나지 않았으면, 두 인덱스의 값을 교환하고 (2)로 이동
 - 교환하는 이유는 <u>L인덱스의 원소 값이 pivot보다 크므로 오른쪽으로 보내고,</u> R인덱스의 원소 값이 pivot보다 작거나 같으므로 왼쪽으로 보내기 위함이다.
- (4) L인덱스와 R인덱스가 교차하였으면, pivot과 R인덱스의 값을 교환
 - (2)의 이동 규칙에 따라, L인덱스의 왼쪽 원소는 모두 pivot보다 작거나 같고, R인덱스의 오른쪽 원소는 모두 pivot보다 크다.
 - L과 R이 교차하였으므로 <u>R인덱스의 왼쪽 원소 모두 pivot보다 작거나 같다.</u>
 - pivot과 R인덱스의 위치를 교환하고, 새로운 pivot의 위치를 기준으로 좌우로 pivot보다 작은 원소들의 부분집합과 큰 원소들의 부분집합으로 분할
- (5) 좌우의 부분집합에 대해 퀵 정렬 알고리즘을 재귀 호출

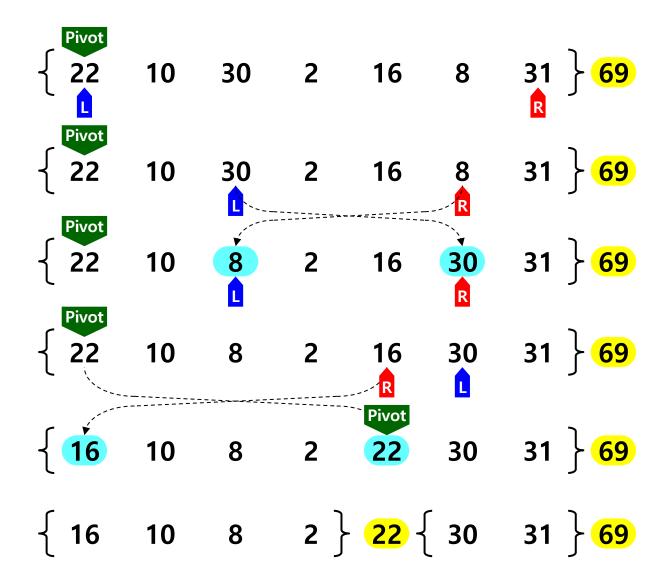
4. 정렬 44 / 63

퀵 정렬의 예 [1/6]



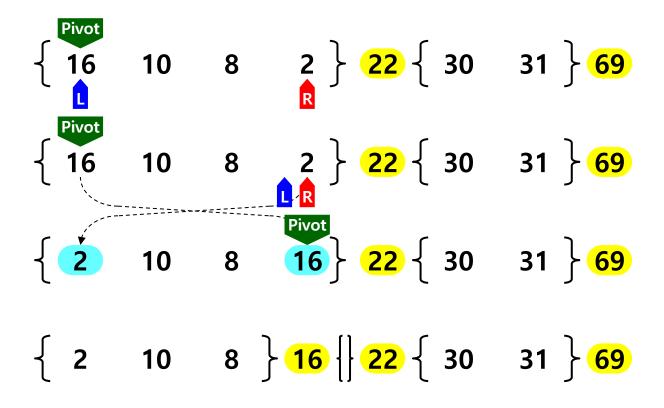
4. 정렬 45 / 63

퀵 정렬의 예 [2/6]



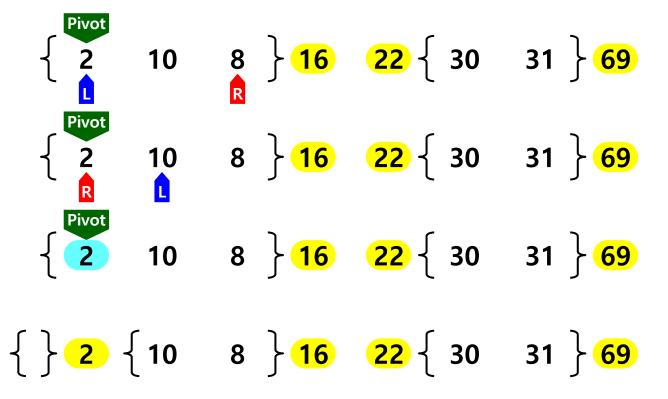
4. 정렬

퀵 정렬의 예 [3/6]



4. 정렬 47 / 63

퀵 정렬의 예 [4/6]

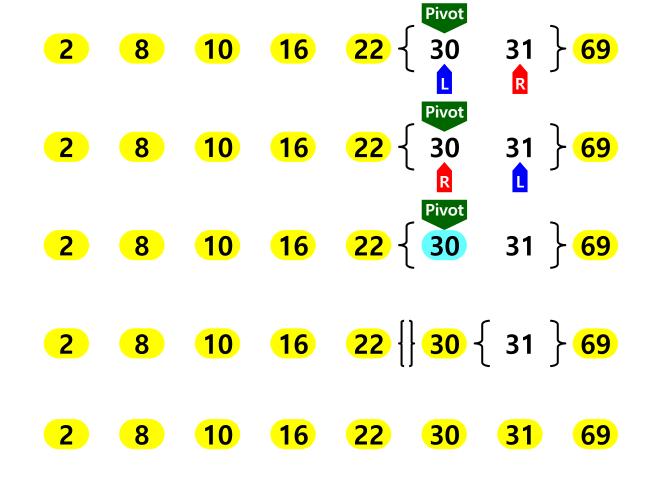


4. 정렬 48 / 63

퀵 정렬의 예 [5/6]

4. 정렬

퀵 정렬의 예 [6/6]



4. 정렬

퀵 정렬 알고리즘 분석

- 메모리 사용공간
 - $\blacksquare n$ 개의 원소에 대하여 n개의 메모리 사용
- 연산 시간
 - 최선의 경우
 - ◆ 왼쪽 부분 집합과 오른쪽 부분 집합 분할이 정확히 이등분 되는 경우
 - 최악의 경우: $O(n^2)$
 - ◆ 부분집합이 1개와 n-1개로 치우쳐 분할되는 경우가 반복되는 경우
 - 시간 복잡도:
 - ◆ 같은 시간 복잡도를 가지는 다른 정렬 방법에 비해서 자리 교환 횟수를 줄임으로써 더 빨리 실행되어 실행 시간 성능이 좋은 정렬 방법

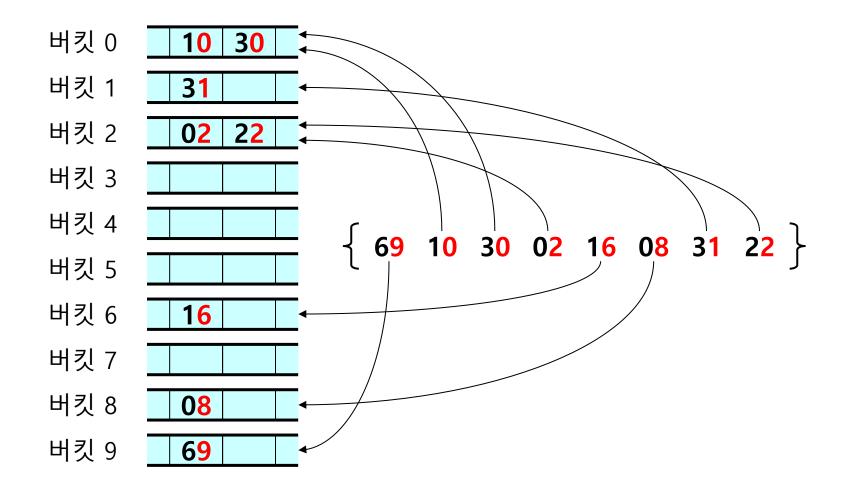
4. 정렬 51 / 63

4.8 기수 정렬(Radix Sort)

- 기수 정렬(radix sort)
 - 원소의 키값을 나타내는 기수를 이용한 정렬 방법
 - ◆ 정렬할 원소의 키 값에 해당하는 버킷(bucket)에 원소를 분배하였다가 버킷의 순서대로 원소를 꺼내는 방법을 반복하면서 정렬
 - ◆ 원소의 키를 표현하는 기수만큼의 버킷 사용. 예) 10진수로 표현된 키 값을 가진 원소들을 정렬할 때에는 0부터 9까지 10개의 버킷 사용
 - 키 값의 자리수 만큼 기수 정렬을 반복
 - ◆ 키 값의 일의 자리에 대해 기수 정렬, 십의 자리에 대해 기수 정렬, 백의 자리에 대해 기수 정렬, ···
 - 한 단계가 끝날 때마다 버킷에 분배된 원소들을 버킷에 넣은 순서 대로 꺼내야 하므로 큐(queue)를 사용하여 버킷을 만든다.

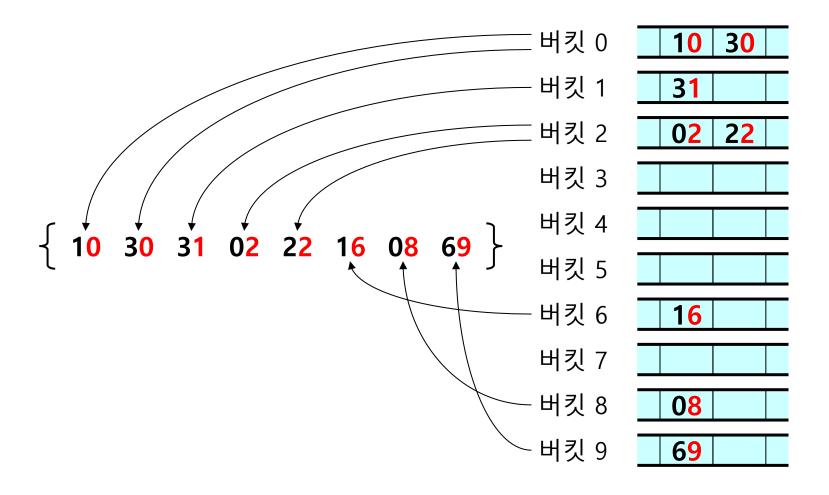
4. 정렬 52 / 63

<u>기수 정렬의 예 [1/4]</u>



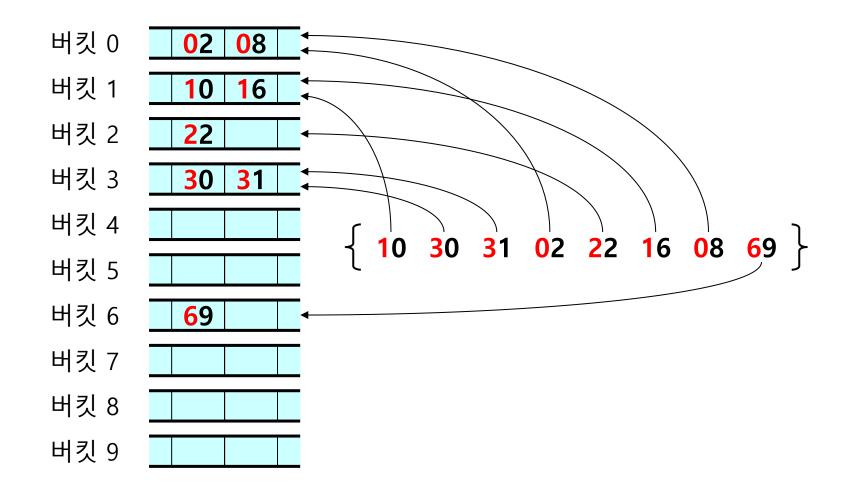
4. 정렬 53 / 63

<u>기수 정렬의 예 [2/4]</u>



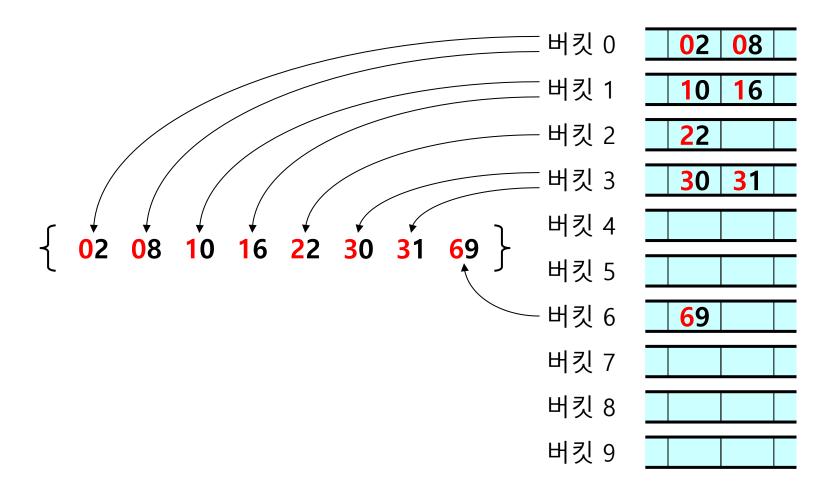
4. 정렬 54 / 63

<u>기수 정렬의 예 [3/4]</u>



4. 정렬 55 / 63

<u>기수 정렬의 예 [4/4]</u>



4. 정렬 56 / 63

기수 정렬 알고리즘 분석

- 메모리 사용공간
 - \blacksquare 원소 n개에 대해서 n개의 메모리 공간 사용
 - \blacksquare 기수 r에 따라 버킷 공간이 추가로 필요
- 연산 시간
 - 연산 시간은 정렬할 원소의 수 n과 키 값의 자릿수 d와 버킷의 수를 결정하는 기수 r에 따라서 달라진다.
 - ◆ 정렬할 원소 n개를 r개의 버킷에 분배하는 작업: (n+r)
 - ◆ 이 작업을 자릿수 *d* 만큼 반복
 - 수행할 전체 작업:
 - 시간 복잡도:

4. 정렬 57 / 63

4.9 트리 정렬(Tree Sort)

- 트리 정렬(tree sort)
 - 이진 탐색 트리(BST: Binary Search Tree)를 이용하여 정렬
- 트리 정렬 수행 방법
 - 1. 정렬할 원소들을 이진 탐색 트리로 구성한다.
 - 2. 중위 순회(inorder traverse) 경로가 오름차순 정렬이 된다.

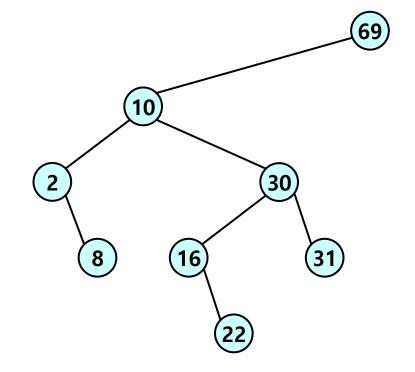
4. 정렬 58 / 63

트리 정렬 알고리즘

```
treeSort(a[],n) {
 입력: 정수 배열 a, 배열 크기 n
 출력: 오름차순으로 정렬된 배열 a
 for (i \leftarrow 0; i < n; i + +)
    insert(BST, a[i]); // 이진 탐색 트리 삽입
 inorder(BST); // 중위 순회 연산
```

4. 정렬 59 / 63

트리 정렬의 예



Inorder Traverse: $\{ 2 \ 8 \ 10 \ 16 \ 22 \ 30 \ 31 \ 69 \}$

4. 정렬 60 / 63

트리 정렬 알고리즘의 분석

- 메모리 사용공간
 - 원소 n개에 대해서 n개의 메모리 공간 사용
 - 크기 n의 이진 탐색 트리 저장 공간
- 연산 시간
 - 노드 한 개에 대한 이진 탐색 트리 구성 시간:
 - n개의 노드에 대한 시간 복잡도:

4. 정렬 61 / 63

요약

정렬 방법	메모리 사용공간	연산 시간
선택 정렬(selection sort)	n	$O(n^2)$
버블 정렬(bubble sort)	n	$O(n^2)$
퀵 정렬(quick sort)	n	$O(n\log_2 n)$
삽입 정렬(insert sort)	n	$O(n^2)$
쉘 정렬(shell sort)	n	$O(n^{1.25})$
병합 정렬(merge sort)	2n	$O(n\log_2 n)$
기수 정렬(radix sort)	n + r (버킷)	O(d(n+r))
트리 정렬(tree sort)	n (트리)	$O(n\log_2 n)$

4. 정렬 62 / 63

Q&A



4. 정렬 63 / 63