

Xử lý số liệu thống kê

Assignment 1

Nhóm E:

Trần Tiến Đạt
Nguyễn Thị Ngọc Anh
Nguyễn Thái Hưng Thịnh

Ngày nộp: November 10, 2025

Contents

Bài 4	2
-------	---

Bài 4

Xét hai bộ dữ liệu $x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_n$ và $y_1 < y_2 < y_3 < \dots < y_n$, có trung bình mẫu tương ứng là \bar{x} , \bar{y} và trung vị lần lượt là m_x và m_y . Đặt $w_i = x_i + y_i$.

(a) Chứng minh hoặc đưa ra phản chứng rằng: $\bar{x} + \bar{y}$ là trung bình mẫu của w_1, w_2, \dots, w_n

Lời giải :

Trước hết, ta xét trung bình mẫu của w_1, w_2, \dots, w_n :

$$\begin{aligned}\bar{w} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n w_i \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i + y_i) \\ &= \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n y_i \right) \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \\ &= \bar{x} + \bar{y}\end{aligned}$$

Vậy suy ra $\bar{w} = \bar{x} + \bar{y}$ là trung bình mẫu của w_1, w_2, \dots, w_n .

(b) Chứng minh hoặc đưa ra phản chứng rằng: $m_x + m_y$ là trung vị của w_1, w_2, \dots, w_n

Lời giải :

Ta sẽ chứng minh mệnh đề trên là đúng, trước hết ta sẽ xét với trường hợp n là số lẻ, tức rằng ta có trung vị của $\{x\}_n$ và $\{y\}_n$ lần lượt là:

$$m_x = x_{\frac{n+1}{2}}$$

$$m_y = y_{\frac{n+1}{2}}$$

Khi đó với dãy w ta có:

$$\begin{aligned}m_w &= w_{\frac{n+1}{2}} \\ &= x_{\frac{n+1}{2}} + y_{\frac{n+1}{2}} \\ &= m_x + m_y\end{aligned}\tag{1}$$

Với trường hợp n là số chẵn, ta có trung vị của $\{x\}_n$ và $\{y\}_n$ lần lượt là:

$$m_x = \frac{1}{2}(x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1})$$

$$m_y = \frac{1}{2}(y_{\frac{n}{2}} + y_{\frac{n}{2}+1})$$

Khi đó với dãy w ta có:

$$\begin{aligned}
m_w &= \frac{1}{2}(w_{\frac{n}{2}} + w_{\frac{n}{2}+1}) \\
&= \frac{1}{2}((x_{\frac{n}{2}} + y_{\frac{n}{2}}) + (x_{\frac{n}{2}+1} + y_{\frac{n}{2}+1})) \\
&= \frac{1}{2}(x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}) + \frac{1}{2}(y_{\frac{n}{2}} + y_{\frac{n}{2}+1}) \\
&= m_x + m_y
\end{aligned} \tag{2}$$

Từ (2) và (1) ta suy ra $m_x + m_y$ là trung vị của w_1, w_2, \dots, w_n với mọi n.