



管理类联考数学 必修课

等差数列 (2015年1月)

【练习1】 设数列 $\{a_n\}$ 为等差数列，则能确定数列 $\{a_n\}$.

(1) $a_1 + a_6 = 0$.

(2) $a_1 a_6 = -1$.

答案： E

条件1: 1个方程两个未知数，解不出 不充分

条件2: 1个方程两个未知数，解不出 不充分

联合: $a_1 = 1, a_6 = -1$

$a_1 = -1, a_6 = 1$

不唯一，不确定，不充分

等比数列 (2013年1月)

【练习2】 设数列 $\{a_n\}$ 为等比数列, 则 $a_2=2$.

(1) $a_1 + a_3 = 5$.

(2) $a_1 a_3 = 4$.

答案: E

数列1: $a_1 = 1, a_2 = -2, a_3 = 4$

数列2: $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 4$

$a_2 = -2$ 或 2

强化 综合运用(2016年1月)

【练习3】 已知数列 a_1, a_2, \dots, a_{10} , 则 $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 \dots + a_9 - a_{10} \geq 0$

(1) $a_n \geq a_{n+1}$, $n=1,2,3,\dots,9$.

(2) $a_n^2 \geq a_{n+1}^2$, $n=1,2,3,\dots,9$.

条件1: $a_n - a_{n+1} \geq 0$

$$a_1 - a_2 \geq 0$$

$$a_3 - a_4 \geq 0$$

.....

$$a_9 - a_{10} \geq 0$$

相加: $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 \dots + a_9 - a_{10} \geq 0$

充分

强化 综合运用(2016年1月)

【练习3】 已知数列 a_1, a_2, \dots, a_{10} , 则 $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 \dots + a_9 - a_{10} \geq 0$

(1) $a_n \geq a_{n+1}$, $n=1,2,3,\dots,9$.

(2) $a_n^2 \geq a_{n+1}^2$, $n=1,2,3,\dots,9$.

A

条件2: $a_n^2 - a_{n+1}^2 \geq 0$ $(a_n - a_{n+1})(a_n + a_{n+1}) \geq 0$

情况1:

$$a_n - a_{n+1} \geq 0$$

$$a_n + a_{n+1} \geq 0$$

情况2:

$$a_n - a_{n+1} \leq 0$$

$$a_n + a_{n+1} \leq 0$$

情况2不成立, 不充分

强化 综合运用(2016年1月)

$$a_n - a_{n+1} \geq 0$$

【练习3】 已知数列 a_1, a_2, \dots, a_{10} , 则 $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 \dots + a_9 - a_{10} \geq 0$

(1) $a_n \geq a_{n+1}$, $n=1,2,3,\dots,9$.

(2) $a_n^2 \geq a_{n+1}^2$, $n=1,2,3,\dots,9$.

n 比较大, 将其缩小为 $n=1$

要验证结论: $a_1 - a_2 \geq 0$

(1) $a_1 \geq a_2$, $n=1$.

(2) $a_1^2 \geq a_2^2$, $n=1$.

A

强化练习题 (2015年1月) 整体思维

【练习4】已知 $M = (a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1})(a_2 + a_3 + \dots + a_n)$

B

$N = (a_1 + a_2 + \dots + a_n)(a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1})$, 则 $M > N$.

(1) $a_1 > 0$

n 太大, 将其缩小为 $n=3$

(2) $a_1 a_n > 0$

$$M = (a_1 + a_2)(a_2 + a_3)$$

$$N = (a_1 + a_2 + a_3) a_2$$

(1) $a_1 > 0$

(2) $a_1 a_3 > 0$

做题思路: 直接乘开不现实, 找式子的公共部分作为整体,
观察发现 $a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1}$ 是公共部分, 设为 A

$$M = (a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1})(a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n)$$

$$N = (a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} + a_n)(a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1})$$

强化 综合运用(2011年1月)

【练习5】实数 a, b, c 成等差数列。

(1) e^a, e^b, e^c 成等比数列。

(2) $\ln a, \ln b, \ln c$ 成等差数列。

条件1: $e^b \cdot e^b = e^a \cdot e^c \rightarrow e^{2b} = e^{a+c} \rightarrow 2b = a + c$

条件2: $\ln b + \ln b = \ln a + \ln c \rightarrow b^2 = ac$

(1) $\log_a M + \log_a N = \log_a MN$

(2) $\log_a M - \log_a N = \log_a \frac{M}{N}$

充分，等差中项进行判断。

答案：A

进阶综合运用(2011年1月)

【例6】已知 $\{a_n\}$ 为等差数列，则该数列的公差为零 $d = 0$

(1) 对于任何正整数 n 有 $a_1 + a_2 + \dots + a_n \leq n$

答案: C

(2) $a_2 \geq a_1$

条件1: $a_1 + a_2 + \dots + a_n = n \times \frac{a_1 + a_n}{2} \leq n$ 对任何正整数 n 恒成立

即 $\frac{a_1 + a_n}{2} \leq 1$, 对任何正整数 n 恒成立 则 $\frac{a_1 + a_n}{2} \leq 1$, 数列每一项 $a_n \leq 1$ 且 $d \leq 0$

不充分

条件2: $a_2 \geq a_1$ $a_2 - a_1 = d \geq 0$

不充分

联合: $d = 0$ 充分

进阶综合运用(2011年1月)

【例6】已知 $\{a_n\}$ 为等差数列，则该数列的公差为零

(1) 对于任何正整数 n 有 $a_1 + a_2 + \dots + a_n \leq n$

(2) $a_2 \geq a_1$

答案： C

条件1： 数列： 1, 1, 1, 1,1

此时 $d = 0$

$1+1+1+\dots+1 \leq n$ 满足条件1,

$d \leq 0$, 存在反例, 不充分

数列： 1, 0, - 1, - 2, - 3, - 4.....

此时 $d = -1$

$a_1 + a_2 + \dots + a_n \leq n$ 满足条件1,

条件2： $a_2 \geq a_1$ $a_2 - a_1 = d \geq 0$

不充分

联合： $d=0$ 充分

强化公式运用(2012年1月)

$$S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

【练习7】某人在保险柜中存放了M元现金，第一天取出它的 $\frac{2}{3}$ ，以后每天取出前一天

所取的 $\frac{1}{3}$ ，共取了7次，保险柜中剩余的现金为（ ）

A. $\frac{M}{3^7}$

B. $\frac{M}{3^6}$

C. $\frac{2M}{3^6}$

D. $[1 - (\frac{2}{3})^7]M$

E. $[1 - 7 \times (\frac{2}{3})^7]M$

第一天 $\frac{2}{3}M$

第二天 $\frac{2}{3}M \times \frac{1}{3}$

第三天 $\frac{2}{3}M \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$

以 $\frac{2}{3}M$ 为首项， $\frac{1}{3}$ 公比的等比数列

$$7\text{天共取出 } S_7 = \frac{\frac{2}{3}M[1 - (\frac{1}{3})^7]}{1 - \frac{1}{3}} = [1 - (\frac{1}{3})^7]M$$

$$\text{剩余: } M - [1 - (\frac{1}{3})^7]M$$

强化公式运用(2012年1月)

$$S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

【练习7】某人在保险柜中存放了M元现金，第一天取出它的 $\frac{2}{3}$ ，以后每天取出前一天

所取的 $\frac{1}{3}$ ，共取了7次，保险柜中剩余的现金为（ ）

n=7时

A. $\frac{M}{3^7}$

B. $\frac{M}{3^6}$

C. $\frac{2M}{3^6}$

D. $[1 - (\frac{2}{3})^7]M$

E. $[1 - 7 \times (\frac{2}{3})^7]M$

n=1时 $\frac{M}{3^1}$

~~$\frac{M}{3^0}$~~

~~$\frac{2M}{3^0}$~~

~~$[1 - (\frac{2}{3})^1]M = \frac{M}{3}$~~

$[1 - 1 \times (\frac{2}{3})^1]M = \frac{M}{3}$

n=2时 $\frac{M}{3^2}$

~~$[1 - (\frac{2}{3})^2]M = \frac{5M}{9}$~~

$[1 - 2 \times (\frac{2}{3})^2]M = \frac{M}{9}$

第一天 $\frac{2}{3}M$ 第二天 $\frac{2}{3}M \times \frac{1}{3}$ 第三天 $\frac{2}{3}M \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$ 以 $\frac{2}{3}M$ 为首项， $\frac{1}{3}$ 公比的等比数列

END • Thanks for listening

等差数列 (2008年10月)

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

【自行练习8】 $a_1 a_8 < a_4 a_5$

(1) $\{a_n\}$ 为等差数列, 且 $a_1 > 0$ 不充分

(2) $\{a_n\}$ 为等差数列, 且公差 $d \neq 0$ 充分

答案: B

$$a_1 a_8 = a_1 (a_1 + 7d) = a_1^2 + 7a_1 d$$

$$a_4 a_5 = (a_1 + 3d)(a_1 + 4d) = a_1^2 + 7a_1 d + 12d^2$$

要想 $a_1 a_8 < a_4 a_5$, 即 $a_1^2 + 7a_1 d < a_1^2 + 7a_1 d + 12d^2$

$0 < 12d^2$ (根据平方的非负性, 只要 $d \neq 0$, 该式子就成立)

强化 综合运用(2011年1月) ——解法1

【自行练习9】在一次数学考试中，某班前6名同学的成绩恰好成等差数列，若前6名同学的平均成绩为95分，前4名同学的成绩之和为388分，则第6名同学的成绩为（ ）分。

A.92 B.91 C.90 D.89 E.88

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 570 \quad 6a_1 + 15d = 570 \quad d = -2$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 388 \quad 4a_1 + 6d = 388 \quad a_1 = 100$$

$$a_6 = a_1 + (6 - 1)d = 100 + 5 \times (-2) = 90$$

强化 综合运用(2011年1月) ——解法2

【自行练习9】在一次数学考试中，某班前6名同学的成绩恰好成等差数列，若前6名同学的平均成绩为95分，前4名同学的成绩之和为388分，则第6名同学的成绩为（ ）分。

A.92 B.91 C.90 D.89 E.88

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 95 \times 6$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 388$$

$$6a_{3.5} = 95 \times 6$$

$$4a_{2.5} = 388$$

$$a_{3.5} = 95$$

$$a_{2.5} = 97$$

$$a_6 = a_{3.5} + (6 - 3.5)d = 95 + 2.5 \times (-2) = 90$$

备注：利用项数 \times 中间项，这样可以不用求 a_1 ，减少求未知数的个数。

强化 综合运用(2013年10月)

【课后练习10】 设 a, b 为常数, 则关于 x 的二次方程 $(a^2+1)x^2+2(a+b)x+b^2+1=0$ 具有重实根。

(1) $a, 1, b$ 成等差数列 等差中项: $2 = a + b$

B

(2) $a, 1, b$ 成等比数列 等比中项: $1 = ab$

具有重实根, 说明是两个相等的实数根, 即 $\Delta=0$

$$\Delta = [2(a+b)]^2 - 4 \times (a^2+1)(b^2+1) = 0$$

$$\text{式子化简整理: } -4(a^2 b^2 - 2ab + 1) = 0$$

$$\text{即: } -4(ab - 1)^2 = 0$$

$$ab = 1$$

对应条件2充分

强化 综合运用(2013年10月)

【课后练习10】 设 a, b 为常数, 则关于 x 的二次方程 $(a^2+1)x^2+2(a+b)x+b^2+1=0$ 具有重实根。

(1) $a, 1, b$ 成等差数列 用满足条件的特殊值来代入验证是否有重实根!!

(2) $a, 1, b$ 成等比数列

B

条件1: $a, 1, b$ 成等差数列

特殊值: 0、1、2, 方程整理为: $x^2+4x+5=0$ 不是重实根 不充分

条件2: $a, 1, b$ 成等比数列

特殊值: 1、1、1, 方程整理为: $2x^2+4x+2=0$ 是重实根 满足结论

特殊值: -1, 1, -1, 方程整理为: $2x^2-4x+2=0$ 是重实根 满足结论