



管理类联考数学 必修课4

实数的概念和性质

第一节： 实数概念和性质

1

实数分类和基本性质

2

有理数和无理数

3

奇数和偶数

4

质数和合数

5

倍数和约数

6

运算分类和技巧

第一节 实数的概念和性质

1.1.7 运算技巧——分母有理化和裂项相消

注意：看到分母中有无理数，首先想到有理化。

简称**有理化**，是指将**无理数**的分母化为**有理数**的过程，即将**分母中的根号化去**。

$$\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

平方差公式： $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

乘方运算： $(\sqrt{a})^2 = a$

$$\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$$

实数的概念和性质

实数的分类和基本性质

有理数和无理数

奇数和偶数

质数和合数

倍数和约数

运算分类及技巧

练习题 (2021年1月)

【例1】 $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}} =$

- A. 9 B. 10 C. 11 D. $3\sqrt{11} - 1$ E. $3\sqrt{11}$

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2})^2-(1)^2} = \sqrt{2} - 1$$

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} = \frac{1-\sqrt{2}}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})} = \frac{1-\sqrt{2}}{1^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{1-\sqrt{2}}{1-2} = -(1-\sqrt{2}) = \sqrt{2} - 1$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

练习题 (2021年1月)

【例1】 $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}} =$

- A. 9 B. 10 C. 11 D. $3\sqrt{11} - 1$ E. $3\sqrt{11}$

$$\frac{1}{\sqrt{98}+\sqrt{99}} = \frac{\sqrt{99}-\sqrt{98}}{(\sqrt{99}+\sqrt{98})(\sqrt{99}-\sqrt{98})} = \frac{\sqrt{99}-\sqrt{98}}{(\sqrt{99})^2 - (\sqrt{98})^2} = \sqrt{99} - \sqrt{98}$$

$$\frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}} = \frac{\sqrt{100}-\sqrt{99}}{(\sqrt{99}+\sqrt{100})(\sqrt{100}-\sqrt{99})} = \frac{\sqrt{100}-\sqrt{99}}{(\sqrt{100})^2 - (\sqrt{99})^2} = \sqrt{100} - \sqrt{99}$$

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{98}+\sqrt{99}} + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$$

$$= \sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \dots + \sqrt{99} - \sqrt{98} + \sqrt{100} - \sqrt{99}$$

$$= \sqrt{100} - 1 = 10 - 1 = 9$$

练习题 (模拟题)

【练习2】 $(\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2009}+\sqrt{2010}} + \frac{1}{\sqrt{2010}+\sqrt{2011}}) \times (1 + \sqrt{2011}) =$

A. 2006

B. 2007

C. 2008

D. 2009

E. 2010

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2})^2-(1)^2} = \sqrt{2} - 1$$

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} = \frac{1-\sqrt{2}}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})} = \frac{1-\sqrt{2}}{1^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{1-\sqrt{2}}{1-2} = -(1-\sqrt{2}) = \sqrt{2} - 1$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

练习题 (模拟题)

【练习2】 $(\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2009}+\sqrt{2010}} + \frac{1}{\sqrt{2010}+\sqrt{2011}}) \times (1 + \sqrt{2011}) =$

A. 2006

B. 2007

C. 2008

D. 2009

E. 2010

$$\frac{1}{\sqrt{2010}+\sqrt{2011}} = \frac{\sqrt{2011}-\sqrt{2010}}{(\sqrt{2011}+\sqrt{2010})(\sqrt{2011}-\sqrt{2010})} = \frac{\sqrt{2011}-\sqrt{2010}}{(\sqrt{2011})^2 - (\sqrt{2010})^2} = \sqrt{2011} - \sqrt{2010}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2009}+\sqrt{2010}} + \frac{1}{\sqrt{2010}+\sqrt{2011}} \\ &= \sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \dots + \sqrt{2010} - \sqrt{2009} + \sqrt{2011} - \sqrt{2010} \\ &= \sqrt{2011} - 1 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{原式} = (\sqrt{2011} - 1)(1 + \sqrt{2011}) = 2011 - 1 = 2010$$

延伸-整数部分和小数部分

一个数减去一个整数后，所得的差大于等于0小于1，那么减数就是其整数部分，差是其小数部分。一个整数的整数部分是它本身。

如 5.2，整数部分就是5，小数部分就是0.2； **小数部分=数字本身-整数部分**

注意以下几个：

	整数部分	小数部分
$\sqrt{2} \approx 1.414$	1	$\sqrt{2} - 1$
$\sqrt{3} \approx 1.732$	1	$\sqrt{3} - 1$
$\sqrt{5} \approx 2.236$	2	$\sqrt{5} - 2$
$\sqrt{6} \approx 2.45$	2	$\sqrt{6} - 2$

练习题(模拟题)

平方差公式: $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

乘方运算: $(\sqrt{a})^2=a$

【例3】把 $\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$ 的整数部分记作 a , 小数部分记作 b , 则 $ab-\sqrt{5}=(\quad)$

- A. 1 **B. -1** C. 0 D. $\sqrt{5}$ E. $-\sqrt{5}$

思路: $\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1} = \frac{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)} = \frac{(\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5} + 1}{(\sqrt{5})^2 - 1^2} = \frac{6 + 2\sqrt{5}}{4} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} < 3$

$$\therefore b = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} - 2 = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

$$a=2,$$

$$ab - \sqrt{5} = 2 \times \frac{\sqrt{5} - 1}{2} - \sqrt{5} = -1$$

练习题(模拟题)

【练习4】把无理数 $\sqrt{5}$ 记作 a ，它的小数部分记作 b ，则 $a - \frac{1}{b} = (\quad)$

A. 1

B. -1

C. 2

D. -2

E. 以上都不对

思路： $\sqrt{5} \approx 2.236$ ，整数部分为2，则小数部分 $b = \sqrt{5} - 2$ ，

$$a - \frac{1}{b} = \sqrt{5} - \frac{1}{\sqrt{5} - 2}$$

$$= \sqrt{5} - \frac{\sqrt{5} + 2}{(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2)} = \sqrt{5} - (\sqrt{5} + 2) = -2$$

第一节 实数的概念和性质

1.1.7 运算技巧——分母有理化和裂项相消

有理数计算： 常用于题干中出现多个分数求和的情况。

➤ 分数的加减法——通分： $\frac{b}{a} + \frac{n}{m} = \frac{bm}{am} + \frac{an}{am} = \frac{bm+an}{am}$

例： $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{6 \times 7}$

$$\frac{1}{1 \times 2} : \frac{1}{1} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2 \times 3} : \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{3 \times 4} : \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

连续的数字

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

$$= \frac{n+1}{n(n+1)} - \frac{n}{n(n+1)}$$

$$= \frac{1}{n(n+1)}$$

实数的概念和性质

实数的分类和基本性质

有理数和无理数

奇数和偶数

质数和合数

倍数和约数

运算分类及技巧

练习题（模拟题）

【例5】求代数式 $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} = (\quad)$

- A. $\frac{6}{7}$ B. $\frac{7}{8}$ C. $\frac{5}{6}$ D. $\frac{3}{4}$ E. 以上都不对

思路：裂项相消后，只剩下第一项和最后一项

$$\text{原式} = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{6 \times 7}$$

$$= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \dots - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7}$$

$$= 1 - \frac{1}{7}$$

第一节 实数的概念和性质

1.1.7 运算技巧——分母有理化和裂项相消

有理数计算： 常用于题干中出现多个分数求和的情况。

例： $\frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \dots + \frac{1}{17 \times 20}$

$$\frac{1}{2 \times 5} : \frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{3}{10} \times \frac{1}{3}$$

不连续的数字

$$\frac{1}{5 \times 8} : \frac{1}{5} - \frac{1}{8} = \frac{3}{40} \times \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{8 \times 11} : \frac{1}{8} - \frac{1}{11} = \frac{3}{88} \times \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{n(n+k)} = \frac{1}{k} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+k} \right)$$

$$\frac{1}{k} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+k} \right)$$

$$= \frac{1}{k} \left[\left(\frac{n+k}{n(n+k)} - \frac{n}{n(n+k)} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{k} \cdot \frac{k}{n(n+k)}$$

$$= \frac{1}{n(n+k)}$$

实数的概念和性质

实数的分类和基本性质

有理数和无理数

奇数和偶数

质数和合数

倍数和约数

运算分类及技巧

练习题 (模拟题)

【例6】求代数式 $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{2017 \times 2019} = (\quad)$

A. $\frac{2018}{2019}$

B. $\frac{1009}{2019}$

C. $\frac{1009}{4038}$

D. $\frac{1}{2}$

E. 以上都不对

思路：裂项相消后，只剩下第一项和最后一项

$$\frac{1}{1 \times 3} : \frac{1}{1} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3 \times 5} : \frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{15} \times \frac{1}{2} \quad \frac{1}{5 \times 7} : \frac{1}{5} - \frac{1}{7} = \frac{2}{35} \times \frac{1}{2}$$

$$\text{原式} = \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2019} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{2019} \right) = \frac{1}{2} \times \frac{2018}{2019} = \frac{1009}{2019}$$

第一节 实数的概念和性质

1.1.7 运算技巧——分母有理化和裂项相消

有理数计算： 常用于题干中出现多个分数求和的情况。

实数的概念和性质

实数的分类和基本性质

有理数和无理数

奇数和偶数

质数和合数

倍数和约数

运算分类及技巧

连续的数字

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

不连续的数字

$$\frac{1}{n(n+k)} = \frac{1}{k} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+k} \right)$$

让 $k=1$ ，则两个公式合并为一个公式。

练习题 (2013年1月)

【练习7】 已知 $f(x) = \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} \cdots + \frac{1}{(x+9)(x+10)}$, 则 $f(8) = ()$

A. $\frac{1}{9}$

B. $\frac{1}{10}$

C. $\frac{1}{16}$

D. $\frac{1}{17}$

E. $\frac{1}{18}$

思路：裂项相消后，只剩下第一项和最后一项

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+2} \cdots - \frac{1}{x+9} + \frac{1}{x+9} - \frac{1}{x+10} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+10} \\ &= \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+10} \end{aligned}$$

$$f(8) \text{ 就意味将 } x=8 \text{ 代入 } f(x) \text{ 中, } f(x) = \frac{1}{9} - \frac{1}{18} = \frac{1}{18}$$

有理数和无理数——总结

(1) 组合性质

A. 有理数(+ - × ÷)有理数, 仍为有理数。 (注意, 此处要保证除法的分母有意义, 分母不为0)

B. 无理数(+ - × ÷)无理数, 有可能为无理数, 也有可能为有理数

C. 有理数(+ -)无理数=无理数, 非零有理数(× ÷)无理数=无理数

★ 推论: 已知a、b为有理数, λ 为无理数, 若 $a+b\lambda=0$. 则必有 $a=b=0$

(2) 无理数: 分母有理数

平方差公式: $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

乘方运算: $(\sqrt{a})^2=a$

$$\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$$

有理数和无理数——总结

(3) 有理数：裂项相消

连续的数字

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

不连续的数字

$$\frac{1}{n(n+k)} = \frac{1}{k} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+k} \right)$$

让 $k=1$ ，则两个公式合并为一个公式。

第一章 实数、比例、绝对值

1

实数的概念和性质

2

比、比例

3

绝对值及其性质

4

平均值及运算

第二节 比和比例

比和比例

比和比例的性质

比例的基本定理

比和比例的应用题

1.2.1 比、比例的定义

(1) **比** 两个数相除，称为这两个数的比，即 $a:b=\frac{a}{b}$ 。相除所得商叫做比值。

记作 $a:b=\frac{a}{b}=k$ ，如 $25:50=\frac{1}{2}=0.5=50\%$ （分数、小数、百分比的相互转化）。

(2) **比例** 相等的比称为比例，记作 $a:b=c:d$ 或 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ ；

其中 a 和 d 称为**比例外项**， b 和 c 称为**比例内项**。

当 $a:b=b:c$ 时， b 叫做 a 和 c 的**比例中项**。

第二节 比和比例

1.2.2 比、比例的性质

(1) 比的基本性质

$$\textcircled{1} a:b=k \leftrightarrow a=bk \left(a:b=\frac{a}{b}=k \right)$$

$$\textcircled{2} a:b=ma:mb \ (m \neq 0) \quad \left(\text{即} \frac{a}{b}=\frac{ma}{mb} \right)$$

(2) 比例的基本性质

$$\textcircled{1} a:b=c:d \leftrightarrow ad=bc$$

$$\textcircled{2} a:b=b:c \leftrightarrow b^2=ac$$

因为 $ad=bc$, 可以用不同的表示方式

$$\textcircled{3} a:b=c:d \leftrightarrow b:a=d:c \leftrightarrow b:d=a:c \leftrightarrow d:b=c:a$$

比和比例的性质

比和比例

比例的基本定理

比和比例的应用题

练习题 (2006年10月) - 见比设k

【例8】甲、乙两仓库存储的粮食重量之比为4:3，现从甲库中调出10万吨粮食，则甲、乙两仓库存粮吨数之比为7:6。甲仓库原有粮食的万吨数是（ ）

A.70

B.78

C.80

D. 85

E.90

思路：见比设k（最基本做法）

设甲乙原本有 $4k$ 万吨、 $3k$ 万吨，那么调出10吨后：

$$\frac{4k-10}{3k} = \frac{7}{6}, \quad 6 \times (4k - 10) = 7 \times 3k,$$

$$3k = 60, \text{ 解得 } k = 20$$

甲仓库原有粮食 $4k=80$ 万吨

☆ 利用整数特性!!!

练习题 (2006年10月) - 公倍数法

【例8】 甲、乙两仓库存储的粮食重量之比为4:3，现从甲库中调出10万吨粮食，则甲、乙两仓库存粮吨数之比为7:6。甲仓库原有粮食的万吨数是（ ）

A.70

B.78

C.80

D. 85

E.90

变动前 甲：乙=4:3 =8:6

变动后 甲：乙=7:6 =7:6

甲仓库少了1份，对应的是调出的10万

从甲仓库调出，乙仓库是不变的

练习题 (2016年1月) - 公倍数法

【例9】某家庭在一年总支出中，子女教育支出与生活资料支出的比为3:8，文化娱乐支出与子女教育支出的比为1:2。已知文化娱乐支出占家庭总支出的10.5%，则生活资料支出占家庭总支出的（ ）

A:40%

B:42%

C:48%

D:56%

E:64%

文化：子女 = 1:2 = 3:6

子女：生活 = 3:8 = 6:16

子女是中间的衔接桥梁

文化：子女：生活 = 3:6:16

文化3份——10.5%

生活资料16份——56%

☆ 特殊值：令家庭总支出为1000

练习题 (2001年1月) - 公倍数法

【练习10】一公司向银行借款34万元，欲按 $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{9}$ 的比例分配给下属甲乙丙三车间进行技术改造，则甲车间应得多少钱？

A:4万元

B:8万元

C:12万元

D:18万元

E:以上都不正确

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{9} = 9:6:2$$

$$34 \times \frac{9}{9+6+2} = 18$$

练习题（模拟题）

【自行练习11】 $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{623}+\sqrt{625}} =$

A. 10

B. 11

C. 12

D. 13

E. 14

$$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{1}}{(\sqrt{3}+\sqrt{1})(\sqrt{3}-\sqrt{1})} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{1}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{1})^2} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{1}}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{623}+\sqrt{625}} = \frac{\sqrt{625}-\sqrt{623}}{(\sqrt{625}+\sqrt{623})(\sqrt{625}-\sqrt{623})} = \frac{\sqrt{625}-\sqrt{623}}{(\sqrt{625})^2 - (\sqrt{623})^2} = \frac{\sqrt{625}-\sqrt{623}}{2}$$

练习题（模拟题）

【自行练习11】 $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{623}+\sqrt{625}} =$

A. 10

B. 11

C. 12

D. 13

E. 14

$$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{623}+\sqrt{625}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}-\sqrt{1}}{2} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2} + \dots + \frac{\sqrt{625}-\sqrt{623}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}-\sqrt{1}+\sqrt{5}-\sqrt{3}+\dots+\sqrt{623}-\sqrt{621}+\sqrt{625}-\sqrt{623}}{2}$$

$$= \frac{-\sqrt{1}+\sqrt{625}}{2}$$

$$= \frac{-1+25}{2} = 12$$

练习题 (模拟题)

【自行练习12】 $\frac{1}{18} + \frac{1}{54} + \frac{1}{108} \cdots + \frac{1}{990} = ()$

A. $\frac{1}{98}$

B. $\frac{13}{98}$

C. $\frac{10}{99}$

D. $\frac{13}{99}$

E. $\frac{20}{97}$

$$\frac{1}{3 \times 6} : \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{3}{18} \times \frac{1}{3} \quad \frac{1}{6 \times 9} : \frac{1}{6} - \frac{1}{9} = \frac{3}{54} \times \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{30 \times 33} : \frac{1}{30} - \frac{1}{33} = \frac{3}{990} \times \frac{1}{3}$$

$$\text{原式} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{9} + \cdots + \frac{1}{30} - \frac{1}{33} \right)$$

$$= \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{33} \right)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{10}{33} = \frac{10}{99}$$

练习题 (2015年1月) - 见比设k

【自行练习13】 若实数 a, b, c 满足 $a:b:c=1:2:5$, 且 $a+b+c=24$, 则 $a^2 + b^2 + c^2 = (\quad)$

A. 30

B. 90

C. 120

D. 240

E. 270

思路：见比设k (最基本做法)

设若实数 a, b, c 分别为 $k, 2k, 5k$, 则 $k+2k+5k=8k=24$, $\therefore k=3$

则 a, b, c 分别为 3, 6, 15

$$a^2 + b^2 + c^2 = 3^2 + 6^2 + 15^2 = 270$$

练习题 (2018年1月) - 见比设k

【自行练习14】学科竞赛一等奖、二等奖和三等奖,比例为1:3:8,获奖率为30%,已知10人获得一等奖,则参加竞赛的人数为 ()

- A. 300 **B. 400** C. 500 D. 550 E. 600

思路: 见比设k (最基本做法)

一等奖、二等奖和三等奖,比例为 $k : 3k : 8k$

因为获得一等奖的有10人, 即 $k = 10$

获奖人数一共 $10 + 30 + 80 = 120$ 人

获奖率为30%, 总人数 $= 120 \div 30\% = 400$ 人。

练习题（模拟题）-公倍数法

【自行练习15】红旗小学的师生在植树节栽种柳树、杨树、槐树共860棵，其中柳树和杨树的棵数比为3:4，杨树与槐树的棵数比为5:2，请问，这三种树各栽种了多少棵？

$$\text{柳树：杨树} = 3:4 = 15:20$$

$$\text{杨树：槐树} = 5:2 = 20:8$$

杨树是中间的衔接桥梁

$$\text{柳树：杨树：槐树} = 15:20:8$$

一共是 $15+20+8=43$ 份，共860棵，
每份为20棵。

柳树、杨树、槐树分别为300、400、160。

END • Thanks for listening