管理类联考数学
必修课5

第一章 实数、比例、绝对值

第二节 比和比例

1.2.3 比例的基本定理

（1）合比定理：$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Longleftrightarrow \frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$ （左边等式两边同时加上1即可推出右边等式）

（2）分比定理：$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Longleftrightarrow \frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$ （左边等式两边同时减去1即可推出右边等式）

（3）等比定理： $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f} \rightarrow \frac{a+c+e}{b+d+f}=\frac{a}{b}$， $(b+d+f\neq0)$ ★

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \rightarrow \frac{a+c}{b+d}=\frac{a-c}{b-d}=\frac{a}{b}$， $(b+d\neq0，\ b-d\neq0)$

第二节 比和比例(证明过程不要求掌握)

1.2.3 比例的基本定理

(3）等比定理： $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}\rightarrow\frac{a+c+e}{b+d+f}=\frac{a}{b}$， (b+d+f≠0)

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\rightarrow\frac{a+c}{b+d}=\frac{a-c}{b-d}=\frac{a}{b}$， (b+d≠0， b−d≠0)

令 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=M$，　则 $a=Mb,\ c=Md,\ e=Mf$

$$\frac{a+c+e}{b+d+f}=\frac{Mb+Md+Mf}{b+d+f}=\frac{M(b+d+f)}{b+d+f}=M=\frac{a}{b}$$

第二节 比和比例(证明过程不要求掌握)

1.2.3 比例的基本定理

(3）等比定理： $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}\rightarrow\frac{a+c+e}{b+d+f}=\frac{a}{b}$，　$(b+d+f\neq 0)$

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\rightarrow\frac{a+c}{b+d}=\frac{a-c}{b-d}=\frac{a}{b}$，　$(b+d\neq 0,\ b-d\neq 0)$

令 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=M$，则$a=Mb$, $c=Md$

$$\frac{a+c}{b+d}=\frac{Mb+Md}{b+d}=\frac{M(b+d)}{b+d}=M=\frac{a}{b}$$

$$\frac{a-c}{b-d}=\frac{Mb-Md}{b-d}=\frac{M(b-d)}{b-d}=M=\frac{a}{b}$$

练习题（模拟题）

根据等比定理$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+d}=\frac{a-c}{b-d}$

【例1】一个最简正分数，如果分子加36，分母加54，分数值不变，则原分数的分母与分子之积为(　)

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 6　　E. 12

思路：设原分数为 $\frac{n}{m}$，由题意可得 $\frac{n+36}{m+54}=\frac{n}{m}$

根据等比定理 $\frac{n+36}{m+54}=\frac{n}{m}=\frac{36}{54}=\frac{2}{3}$

练习题（2009年1月）

【练习2】对于使 $\frac{ax+7}{bx+11}$ 有意义的一切的 x 的值，这个分式为一个定值。

B

(1) $7a-11b=0$.　　(2) $11a-7b=0$

条件(1)	条件(2)	选项
√	×	A
×	√	B
×	×	C (combine)
(1)+(2) √		C (combine)
√	√	D (double)
×	×	E (error)
(1)+(2) ×		E (error)

条件1：7a=11b,，a:b=11k :7k，$\frac{ax+7}{bx+11}=\frac{11Kx+7}{7kx+11}$，不是定值

条件2：11a=7b,，a:b=7k :11k，$\frac{ax+7}{bx+11}=\frac{7Kx+7}{11kx+11}=\frac{7（Kx+1)}{11（Kx+1)}=\frac{7}{11}$，是定值

强化练习题（2002年10月）

【例3】若 $\frac{a+b-c}{c}=\frac{a-b+c}{b}=\frac{-a+b+c}{a}=k$，则 k 的值为（ ）

A. 1　　B. 1或－2　　C. －1或2　　D. －2　　E. 以上都不对

思路：因为$a+b+c$是否为0不确定，故分为两种情况

当a+b+c≠0时，套用等比定理公式得$k=\frac{(a+b-c)+(a-b+c)+(-a+b+c)}{a+b+c}=1$

当a+b+c=0时，

a+b=−c；

a+c=-b;

b+c=-a;

代入原式$\frac{a+b-c}{c}=\frac{-c-c}{c}$可得k=−2

注意：看到a+b+c=0，要能灵活变换三者之间的关系。

练习题（2023年1月）

【例4】一个分数的分母和分子之和为38，其分子分母都减去15，约分后得到 $\frac{1}{3}$，则这个分数的分母与分子之差为（ ）。

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4　　E. 5

思路：若未约分的分数为$\frac{1}{3}$，　$\frac{1+15}{3+15}$　$16+18=34\neq 38$

若未约分的分数为$\frac{2}{6}$，　$\frac{2+15}{6+15}$　$17+21=38$　$\therefore$ 原来的分数为$\frac{17}{21}$

$\therefore$ 原来的分数为$\frac{n}{38-n}$，　$\therefore$ 分子分母都减去15，得 $\frac{n-15}{38-n-15}=\frac{1}{3}$，　即 $\frac{n-15}{23-n}=\frac{1}{3}$，

解得$n=17$，原来的分数为 $\frac{17}{21}$

第二节 比和比例

1.2.4 正比例与反比例

比和比例
- 比和比例的性质
- 比例的基本定理
- 比和比例的应用题
- 正比例与反比例

（1）**正比**：如果两个变量相除等于非零常数，则两者成正比，

即 $\frac{y}{x}=k$（也可写成$y=kx$），$k\neq0$，则称y与x成正比，k称为比例系数。

例：若$y+4$与$x-5$成正比，就可以写成 $y+4=k(x-5)$——正比

（2）**反比**：如果两个变量相乘等于非零常数，则两者成反比

即$yx=k$（也可写成 $y=\frac{k}{x}$），$k\neq0$，则称y与x成反比，k称为比例系数。

例：若 $y-4$与$x+3$成反比，就可以写成$(y-4)(x+3)=k$——反比

第二节 比和比例

比和比例
- 比和比例的性质
- 比例的基本定理
- 比和比例的应用题

比和比例的应用题

原值a，增长率p% ⟶ 现值 $a+a\cdot p\%=a(1+p\%)$

原值a，下降率p% ⟶ 现值 $a-a\cdot p\%=a(1-p\%)$

甲比乙多p% ⟶ 式子 $\frac{甲-乙}{乙}=p\%$

甲是乙的p%
甲占乙的p% ⟶ 式子 $\frac{甲}{乙}=p\%$，即$甲=乙\cdot p\%$

练习（2009年10月）-特殊值法

条件(1)	条件(2)	选项
√	×	A
×	√	B
×	×	C (combine)
(1)+(2) √		
√	√	D (double)
×	×	E (error)
(1)+(2) ×		

【例5】企业今年人均成本是去年的60%。 D

（1）甲企业今年总成本比去年减少25%，员工人数增加25%;

（2）甲企业今年总成本比去年减少28%，员工人数增加20%。

假设去年员工人数100人，总成本100元，人均成本1元。则：

(1)今年成本75元，人数125人，人均成本0.6元；

(2)今年成本72元，人数120人，人均成本0.6元。

练习题（2013年1月）-特殊值法

工作总量=工作效率×时间

【练习6】某工厂生产一批零件，计划10天完成任务，实际提前2天完成，则每天的产量比计划平均提高了(　)

A. 15%　　B. 20%　　C. 25%　　D. 30%　　E. 35%

不妨设零件总数为40，

计划每天产量：40÷10=4

实际每天产量：40÷8=5

产量提高比：$\frac{5-4}{4}\times 100\%=25\%$

练习题（2017年1月）-特殊值法

【练习7】某品牌电冰箱连续两次降价10%后的售价是降价前的（　　）

A. 80%　　B. 81%　　C. 82%　　D. 83%　　E. 85%

因为这里出现了百分号，为了方便计算可设最初的价格为100元

第一次降价10%，价格变为100（1－10%）=90

第二次降价10%，是在第一次降价10%的基础上降价，价格为

90（1－10%）=81

81÷100=0.81=81%

练习题（2013年1月）-见比设k/设未知数x

【练习8】甲、乙两商店同时购进了一批某品牌的电视机，当甲店售出15台时乙售出了10台，此时两店的库存之比为8:7，库存之差为5，甲、乙两商店总进货量为（）

A:75　　B:80　　C:85　　D:100　　E:125

解析：设甲商店购进x台、乙商店购进y台

$$\begin{cases} \text{售出部分甲乙后的比例：} \dfrac{x-15}{y-10}=\dfrac{8}{7} \\ \text{售出部分甲乙后的差值：} (x-15)-(y-10)=5 \end{cases}$$

或者用二元一次方程组的解法

$$\begin{cases} 7(x-15)=8(y-10) \\ x-y-5=5 \end{cases} \qquad \begin{cases} 7x-8y-25=80 \\ x-y-10=0 \end{cases}$$

强化练习题（2021年1月）-见比设k/特殊值

条件(1)	条件(2)	选项
√	×	A
×	√	B
×	×	C (combine)
(1)+(2) √		
√	√	D (double)
×	×	E (error)
(1)+(2) ×		

【例9】某单位进行投票表决，已知该单位男女员工人数比为3：2，则能确定至少有50%的女员工参加了投票。

（1）投赞成票的人数超过总人数的40%

（2）参加投票的女员工比男员工多

C

也可以设总人数为100，男生60人，女生40人（也可设总人数为5k，则男：女=3k：2k）。

条件1：投赞成票的人数超过总人数的40%，即投赞成票的人数＞40

但是并不确定男女各是多少，不充分

条件2：参加投票的女员工比男员工多，但不确定是否超过50%

联合：投赞成票人数＞**40**　　投赞成票人数＞**40**

女员工＞男员工　　**女员工＞20**　　参加投票的女员工＞$\frac{20}{40}$=50%

练习题（2017年1月）-设未知数x

【练习10】某人需要处理若干份文件，第一个小时处理了全部文件的$\frac{1}{5}$，

第二个小时处理了剩余文件的$\frac{1}{4}$，则此人需要处理的文件数为25份。

(1)前两小时处理了10份文件。

(2)第二小时处理了5份文件。

答案：D

【解析】设要处理的文件数为x，第一小时处理了$\frac{1}{5}x$，第二小时处理了$\frac{4}{5}x\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{5}x$

条件1：$\frac{1}{5}x+\frac{1}{5}x=10$，x=25 ——→充分

条件2：$\frac{1}{5}x=5$，x=25 ——→充分

或设要处理的文件数为$5x$

比例问题（2018年1月） -设未知数x

【例11】如果甲公司的年终奖总额增加25%，乙公司的年终奖总额减少10%，则两者相等，则能确定两公司的员工人数之比。

$$x(1+25\%)=y(1-10\%)$$

$$\frac{x}{y}=\frac{90}{125}=\frac{18}{25}$$

(1)甲公司的人均年终奖与乙公司的相同；

(2)两公司的员工人数之比与两公司的年终奖总额之比相等。

答案：D

设甲公司的年终奖总额为x，人数为a；

设乙公司的年终奖总额为y，人数为b；

条件1：$\frac{x}{a}=\frac{y}{b} \Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{x}{y}$

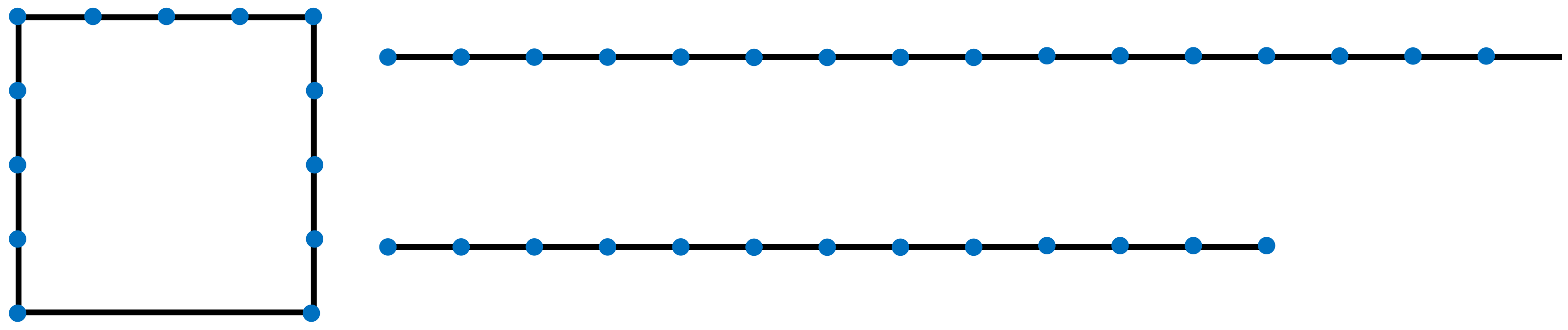
条件2：$\frac{a}{b}=\frac{x}{y}$

强化练习题（2019年1月）-设未知数x

【例12】将一批树苗种在一个正方形花园边上，四角都种，如果每隔3米种一颗，那么剩下10棵树苗；如果每隔2米种一颗，那么恰好种满正方形的3条边，则这批树苗有（）棵

A. 54　　B. 60　　C. 70　　D. 82　　E. 94

设正方形边长为x米，则：



树苗总数：$\frac{4x}{3}+10$

树苗总数：$\frac{3x}{2}+1$

由 $\frac{4x}{3}+10=\frac{3x}{2}+1$ 解得x=54，所以树苗总数为82

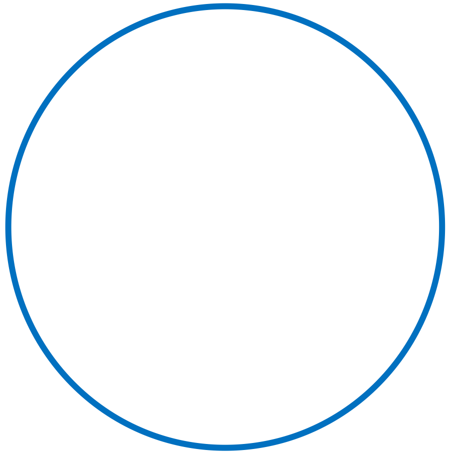
练习题（模拟题）

【例13】现在要在一个圆形花坛周围摆放兰花，花坛的周长为36米，每隔4米摆一盆兰花，一共要摆（　　）盆。

A.9　　B.10　　C.8　　D.均不正确

圆形花坛，首尾位置相连。

36÷4=9



练习题

【自行练习14】已知abc≠0，且$\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{4}$,那么$\frac{2a^2-3bc+b^2}{a^2-2ab-c^2}=$（　）

A. $\frac{19}{24}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{3}{5}$　　E. $\frac{7}{22}$

做题思路1： 令$\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{4}=1$，则a=2,b=3,c=4

$$\frac{2a^2-3bc+b^2}{a^2-2ab-c^2}=\frac{2\times 2^2-3\times 3\times 4+3^2}{2^2-2\times 2\times 3-4^2}=\frac{-19}{-24}=\frac{19}{24}$$

做题思路2： 令$\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{4}=k$ (比例中的见比设k），则a=2k, b=3k, c=4k

总结

（1）比与比例的性质

比的基本性质 $a:b=ma:mb\ (m\neq0)$

比例的基本性质 $a:b=c:d \leftrightarrow b:a=d:c \leftrightarrow b:d=a:c \leftrightarrow d:b=c:a$

因为ad=bc（内项之积=外项之积），灵活转换

（2）比例的基本定理

1）合比定理：$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \leftrightarrow \quad =\frac{c+d}{d}$

2）分比定理：$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \leftrightarrow \frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$

3）等比定理： $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f} \rightarrow \frac{a+c+e}{b+d+f}=\frac{a}{b}$，$(b+d+f\neq0)$

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \rightarrow \frac{a+c}{b+d}=\frac{a-c}{b-d}=\frac{a}{b}$，$(b+d\neq0,\ b-d\neq0)$

总结

（3）比与比例的应用

原值a，增长率p% → 现值 $a+a\cdot p\%=a(1+p\%)$

原值a，下降率p% → 现值 $a-a\cdot p\%=a(1-p\%)$

甲比乙多p% → 式子 $\frac{甲-乙}{乙}=p\%$

甲是乙的p%

甲占乙的p% → 式子 $\frac{甲}{乙}=p\%$，即$甲=乙\cdot p\%$

（4）正比例与反比例

正比：$\frac{y}{x}=k$（也可写成$y=kx$），$k\neq0$

反比：$yx=kx$（也可写成 $y=\frac{k}{x}$），$kx\neq0$

第一章 实数、比例、绝对值

1 实数的概念和性质

2 比、比例

3 绝对值及其性质

4 平均值及运算

第三节：绝对值

1.3.1 绝对值的定义

去绝对值：$|a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$

$|2|=2$； $|-2|=2$ ； $|0|=0$

正数的绝对值是它本身，负数的绝对值是它的相反数；零的绝对值还是零。

$|A| \geq A$

$|a|\geq a$, $|a-b|\geq a-b$

A为正数，如2，$|2|=2$；，

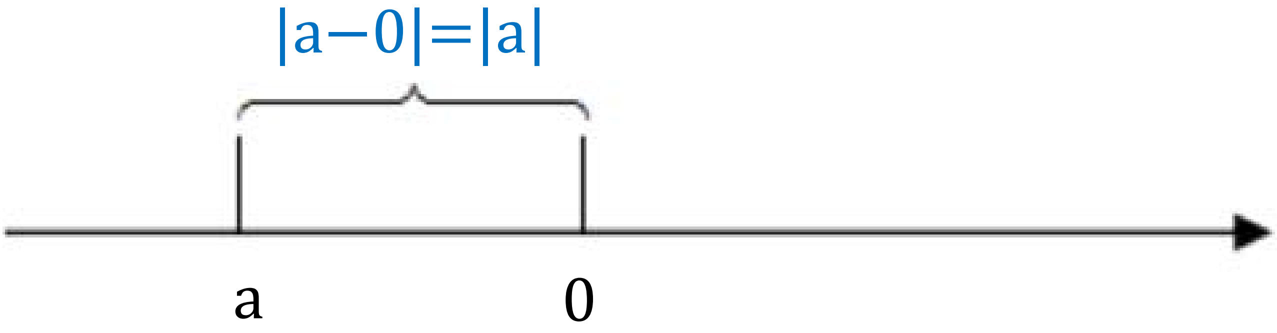
A为0，$|0|=0$；，

A为负数，如-2，$|-2|>-2$。

第三节：绝对值

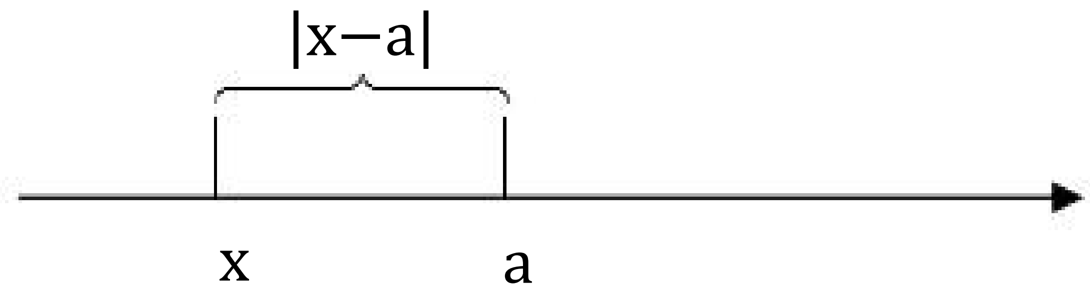
1.3.2 绝对值的几何含义

（1）实数a在数轴上对应一点，|a|表示这个**点到原点的距离。**



（2）|x-a|的几何意义：表示在数轴上x点到a点的距离值

如|x+2|表示x到 −2的距离　|x+2|= |x− (−2)|



第三节：绝对值

1.3.3 绝对值的性质

非负性、对称性、自比性、等价性

（1）非负性：任何实数a的绝对值为**非负数**，即$|a| \geq 0$。

重点：$|a| \geq 0$，$a^2 \geq 0$，$\sqrt{a} \geq 0$（着重关注这三个形式）

重要推论：若干个具有非负性质的数之和等于零时，则每个非负数必然为零。

令$x=|a|$; $y=b^2$；$z=\sqrt{c}$,

若$x+y+z=0$，则 $a=b=c=0$

特点：几个非负性的式子相加后和为0.

练习题（2011年1月）

【例1】若实数a,b,c满足 $|a-3|+\sqrt{3b+5}+(5c-4)^2=0$，则abc=（　）

A. -4　　B. $-\frac{5}{3}$　　C. $-\frac{4}{3}$　　D. $\frac{4}{5}$　　E. 3

三个非负数加相加的和为0，那么这三个数都等于0

即$a-3=0$，$3b+5=0$，$5c-4=0$

$a=3$，$b=-\frac{5}{3}$，$c=\frac{4}{5}$

练习题（2009年1月）

【例2】已知实数a，b，x，y满足 $y+|\sqrt{x}-\sqrt{2}|=1-a^2$，$|x-2|=y-1-b^2$，则 $3^{x+y}+3^{a+b}$=(　)

A. 25　　B. 26　　C. 27　　D. 28　　E. 29

$\mathbf{y-1=}-a^2-|\sqrt{x}-\sqrt{2}|$

$\mathbf{y-1}=|x-2|+b^2$

$-a^2-|\sqrt{x}-\sqrt{2}|=|x-2|+b^2 \rightarrow |x-2|+b^2+a^2+|\sqrt{x}-\sqrt{2}|=0$

$x=2,b=a=0,y=1$

$3^{x+y}+3^{a+b}=3^{2+1}+3^{0+0}=27+1=28$

3^0	3^1	3^2	3^3
1	3	9	27

练习题（2010年1月）

|a|≥a, |a-b|≥a-b,则 |A|≥A

条件(1)	条件(2)	选项
√	×	A
×	√	B
×	×	C (combine)
(1)+(2) √		
√	√	D (double)
×	×	E (error)
(1)+(2) ×		

【例3】 $a|a-b| \geq |a|(a-b)$

（1）实数$a > 0$

（2） 实数a,b满足$a > b$

答案：A

条件1： $a > 0$， $|a|=a$ 要想 $a|a-b| \geq |a|(a-b)$成立，需要$|a-b| \geq a-b$

$|a-b| \geq a-b$恒成立，充分

条件2： $a > b$，$a-b > 0$， $|a-b|=a-b$

要想 $a|a-b| \geq |a|(a-b)$成立，需要$a \geq |a|$，不一定成立，不充分

第三节：绝对值

绝对值

绝对值的几何含义

绝对值的性质

绝对值最值

1.3.3 绝对值的性质

非负性、对称性、自比性、等价性

（2）对称性：互为相反数的两个数的绝对值相等，

即 $|-a|=|a|$。

如$|-2|=|2|=2$

第三节：绝对值

1.3.3 绝对值的性质　非负性、对称性、自比性、等价性

(3）自比性：$\dfrac{|x|}{x}=\dfrac{x}{|x|}=\begin{cases}1 & x>0\\-1 & x<0\end{cases}$

自比性问题的关键是**判断符号**，因此需要掌握以下几个表达式：

$abc>0$，说明a,b,c有三正或两负一正。

$abc<0$，说明a,b,c有三负或两正一负。

$abc=0$，说明a,b,c,中至少有一个为0.

$a+b+c>0$，说明a,b,c至少有一正。

$a+b+c<0$，说明a,b,c至少有一负。

$a+b+c=0$，说明a,b,c,至少有一正一负或全为0。

练习题（模拟题）

轮换对称式：a→b， b→c， c→a，式子的值不变

$$\frac{|b|}{b}+\frac{c}{|c|}+\frac{|a|}{a}+\frac{|bc|}{bc}+\frac{ca}{|ca|}+\frac{|ab|}{ab}$$

【例4】若$abc<0$， $a+b+c=0$，则$\frac{|a|}{a}+\frac{b}{|b|}+\frac{|c|}{c}+\frac{|ab|}{ab}+\frac{bc}{|bc|}+\frac{|ca|}{ca}$ =( )

A. 0　　B. 1　　C. -1　　D. 2　　E. 以上答案均不正确

思路：abc < 0，a,b,c中全负或两正一负

a+b+c=0, 至少一正一负或全是0

两个条件同时满足，a,b,c中是两正一负

假设a > 0， b > 0, c < 0，然后去绝对值

原式=0

特殊值：令a=1，b=1，c= −2

强化 练习题（2008年1月）

条件(1)	条件(2)	选项
√	×	A
×	√	B
×	×	C (combine)
(1)+(2) √		C (combine)
√	√	D (double)
×	×	E (error)
(1)+(2) ×		E (error)

【例5】代数式$\frac{b+c}{|a|}+\frac{a+c}{|b|}+\frac{a+b}{|c|}=1$。

（1）实数 a，b，c 满足$a+b+c=0$.

（2）实数 a，b，c满足$abc>0$.

条件1：举反例 a=1, b=1,c=−2 ,原式=− 1，不充分

条件2：举反例 a=b=c=1,原式=6，不充分

条件1： a+b+c=0, 则 a+b=－c， a+c=－b, b+c=－a

$$\frac{b+c}{|a|}+\frac{a+c}{|b|}+\frac{a+b}{|c|}=\frac{-a}{|a|}+\frac{-b}{|b|}+\frac{-c}{|c|}$$，但不知道**a, b, c**的具体正负情况

有可能为两正一负(a, b为正，c为负) 此时$\frac{-a}{|a|}+\frac{-b}{|b|}+\frac{-c}{|c|}=\frac{-a}{a}+\frac{-b}{b}+\frac{-c}{-c}=-1$，不充分。

条件2： abc > 0，知道两负一正或全正，但得不出结论,不充分。

强化 练习题（2008年1月）

条件(1)	条件(2)	选项
√	×	A
×	√	B
×	×	C (combine)
(1)+(2) √		
√	√	D (double)
×	×	E (error)
(1)+(2) ×		

【例5】代数式$\frac{b+c}{|a|}+\frac{a+c}{|b|}+\frac{a+b}{|c|}=1$。

（1）实数 a，b，c 满足$a+b+c=0$.

（2）实数 a，b，c满足$abc>0$.

答案：C

联合：

$abc>0$　　a、b、c 全为正数或两负一正

$a+b+c=0$　　a、b、c 至少为一正一负或全为0

综合：a、b、c 两负一正

∵a+b+c=0，∴ b+c=－a, a+c=－b, a+b=－c

令a、b为负，c为正，

$$\frac{b+c}{|a|}+\frac{a+c}{|b|}+\frac{a+b}{|c|}=\frac{-a}{|a|}+\frac{-b}{|b|}+\frac{-c}{|c|}=\frac{-a}{-a}+\frac{-b}{-b}+\frac{-c}{c}=1+1+(-1)=1$$

充分

练习题（2011年1月）

【练习6】设a，b，c 是小于12的三个不同的质数（素数），且$|a-b|+|b-c|+|c-a|=8$，则$a+b+c=$（ ）

A.10　　B.12　　C.14　　D.15　　E.19

不妨设$a>b>c$，则 $|a-b|+|b-c|+|c-a|=a-b+b-c+[-(c-a)]=2(a-c)=8$，$a-c=4$

小于12的质数分别为2、3、5、7、11，

只有当$a=7,c=3$满足要求（中间还要间隔一个质数$b=5$）

$a+b+c=7+5+3=15$

找符合条件特殊值：3,5,7

第三节：绝对值

1.3.3 绝对值的性质

非负性、对称性、自比性、等价性

（4）等价性：①$|a|=\sqrt{a^2}$

②$|a|^2=a^2$

用法1：如：$|3x-2|<|4x-10|$，

去掉“| |”，两边平方得：$(3x-2)^2<(4x-10)^2$。

用法2：如$a^2-2|a|=0$，求a.

$|a|^2-2|a|=0$，

$|a|(|a|-2)=0$，$|a|=0$ 或$|a|=2$

总结-绝对值的性质

（1）非负性

$|a| \geq 0$

重点： $|a|\geq 0$，$a^2 \geq 0$ ，$\sqrt{a} \geq 0$（着重关注这三个形式）

非负性的几个式子相加

（2）对称性

互为相反数的两个数的绝对值相等,即 $|-a|=|a|$。

（3）自比性

$$\frac{|x|}{x}=\frac{x}{|x|}=\begin{cases}1 & x>0 \\ -1 & x<0\end{cases}$$

注意abc和a+b+c两个式子。

（4）等价性

① $|a|=\sqrt{a^2}$　　② $|a|^2=a^2$

用法1：如：$|3x-2|<|4x-10|$→两边同时平方

用法2：如$a^2-2|a|=0$→$|a|$看成整体

练习题（2009年真题变形）

<table>
<tr><th>条件(1)</th><th>条件(2)</th><th>选项</th></tr>
<tr><td>√</td><td>×</td><td>A</td></tr>
<tr><td>×</td><td>√</td><td>B</td></tr>
<tr><td>×</td><td>×</td><td rowspan="2">C
(combine)</td></tr>
<tr><td colspan="2">(1)+(2) √</td></tr>
<tr><td>√</td><td>√</td><td>D
(double)</td></tr>
<tr><td>×</td><td>×</td><td rowspan="2">E
(error)</td></tr>
<tr><td colspan="2">(1)+(2) ×</td></tr>
</table>

【自行练习7】 $2^{x+y}+2^{a+b}=17$

答案：C

（1）实数a，b，x，y满足 $y+|\sqrt{x}-\sqrt{3}|=1-a^2+\sqrt{3}b$.

（2）实数a，b，x，y满足 $|x-3|+\sqrt{3}b=y-1-b^2$.

条件1：$y-1-\sqrt{3}b+|\sqrt{x}-\sqrt{3}|+a^2=0$， 有多个未知数，且无法使用非负性特点计算，

不确定a，b，x，y 的具体值，不充分

条件2：$1-y+\sqrt{3}b+|x-3|+b^2=0$， 有多个未知数，且无法使用非负性特点计算，

不确定a，b，x，y 的具体值，不充分

联合：$y-1-\sqrt{3}b=-|\sqrt{x}-\sqrt{3}|-a^2$

$y-1-\sqrt{3}b=|x-3|+b^2$

$|x-3|+b^2=-|\sqrt{x}-\sqrt{3}|-a^2$

$\therefore |\sqrt{x}-\sqrt{3}|+a^2+|x-3|+b^2=0$

$x=3, a=b=0, y=1$

$$2^{x+y}+2^{a+b}=2^{3+1}+2^{0+0}=17$$

练习题（模拟题）

【自行练习8】设x、y、z满足$|x-2z|+(y-z+1)^2+\sqrt{5-x-y}=0$，则$x+y+z=$(　)

A. 8　　B. 7　　C. 6　　D. 9　　E. 10

$5-x-y=0$　　$x+y=5$ ①

$x-2z=0$　　$x=2z$ ②

$y-z+1=0$　　$y=z-1$ ③

把②③代入①得：

$2z+z-1=5$

$z=2$

$x=4$

$y=1$

$x+y+z=7$

练习题（模拟题）

【自行练习9】 $\frac{|a|}{a}-\frac{|b|}{b}=-2$

答案：C

(1) $a<0$

(2) $b>0$

<table>
<tr><th>条件(1)</th><th>条件(2)</th><th>选项</th></tr>
<tr><td>√</td><td>×</td><td>A</td></tr>
<tr><td>×</td><td>√</td><td>B</td></tr>
<tr><td>×</td><td>×</td><td rowspan="2">C
(combine)</td></tr>
<tr><td colspan="2">(1)+(2) √</td></tr>
<tr><td>√</td><td>√</td><td>D
(double)</td></tr>
<tr><td>×</td><td>×</td><td rowspan="2">E
(error)</td></tr>
<tr><td colspan="2">(1)+(2) ×</td></tr>
</table>

条件1： $a<0$，$\frac{|a|}{a}=-1$，但是不知道b的情况，不充分；

条件2： $b>0$，$\frac{|b|}{b}=1$，但是不知道 a 的情况，不充分；

联合： $-1-1=-2$，充分。

练习题（模拟题）

【自行练习10】代数式$\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}+\frac{|abc|}{abc}$可能的取值有（　）个

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1　　E. 不确定

分情况讨论a、b、c的正负性：三正、三负、一正两负、一负两正

a,b,c均为正数时，$\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}+\frac{|abc|}{abc}=1+1+1+1=4$

a,b,c两正一负时，假设a,b为正，$\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}+\frac{|abc|}{abc}=1+1-1-1=0$

a,b,c一正两负时，假设a为正，$\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}+\frac{|abc|}{abc}=1-1-1+1=0$

a,b,c均为负数时，$\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}+\frac{|abc|}{abc}=-1-1-1-1=-4$

可能的值为4、0、－4。

END · Thanks for listening