



管理类联考数学 必修课

最值专题

思路1：均值不等式（一正二定三相等）

思路2：二次函数对称轴 $x = -\frac{b}{2a}$ ，顶点坐标 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$

思路3：非负性（常见三种形式：平方、绝对值、算术平方根）

思路4：绝对值最值（ $|x-a| + |x-b|$ 或 $|x-a| - |x-b|$ ）

思路5：总和一定，求最值。极端临界情况

求最值——知识点回顾

思路1: 均值不等式 (一正二定三相等) 如: $y = 3x + \frac{4}{x^2} \ (x > 0)$

算术平均值 \geq 几何平均值;

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n} \quad (x_i > 0, \ i = 1, 2, \dots, n)$$

当且仅当实数 $x_1 = x_2 = \dots = x_n$ 时, 等号成立。

积定值,和有最小值;
和定值,积有最大值。

积定或和定

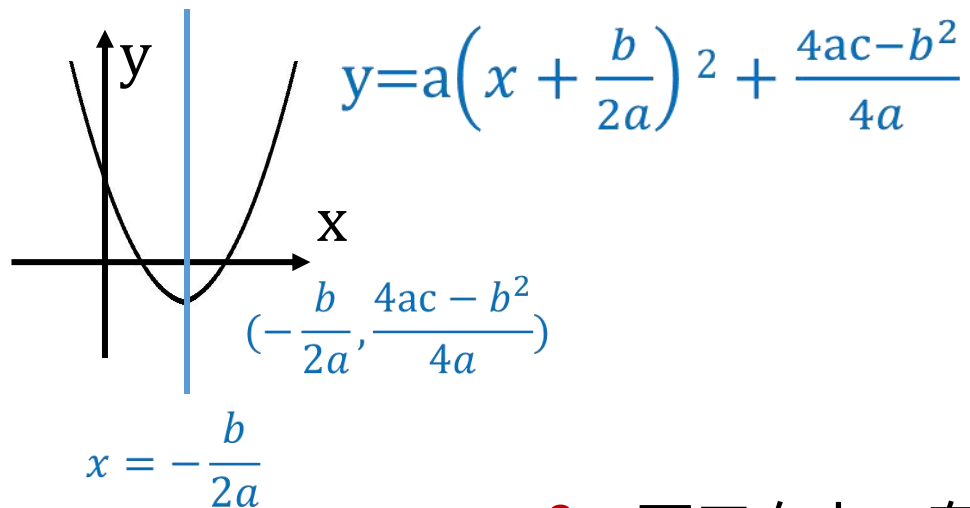
一正、二定、三相等

正实数

“二定” 时有最值, 取最值时这n个正实数相等

求最值——知识点回顾

思路2：二次函数对称轴 $x = -\frac{b}{2a}$ ，顶点坐标 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$ 如： $y=x^2+2x+1$



$a > 0$ ，开口向上，存在最小值；

$a < 0$ ，开口向下，存在最大值

韦达定理：

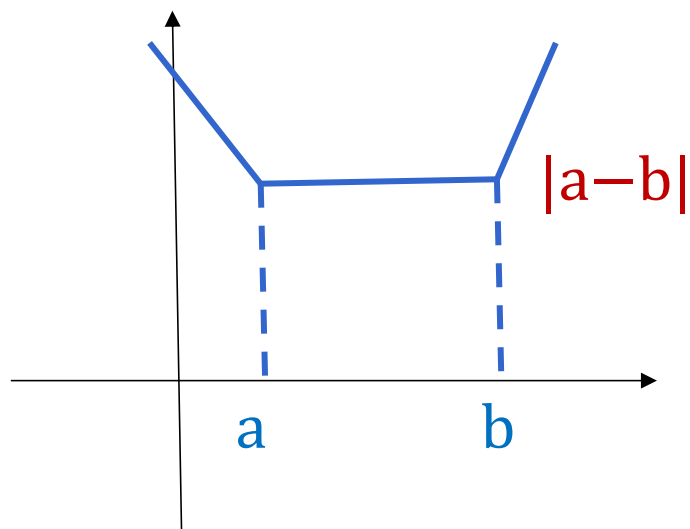
$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

求最值——知识点回顾

思路3：非负性（常见三种形式：平方、绝对值、算术平方根）

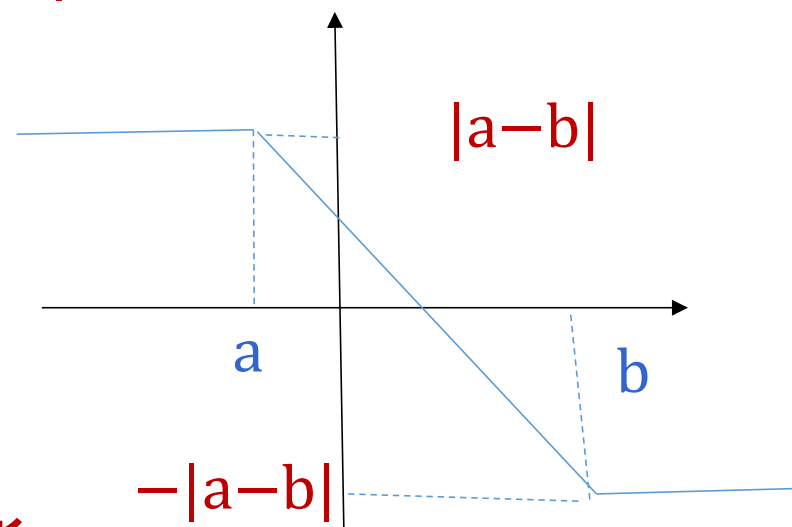
思路4：绝对值最值（ $|x-a|+|x-b|$ 或 $|x-a|-|x-b|$ ）



平底锅图形

形如 $y = |x-a| + |x-b|$

此时有最小值，为 $|a-b|$



Z图形

形如 $y = |x-a| - |x-b|$

此时有最小值，为 $-|a-b|$

此时有最大值，为 $|a-b|$

强化练习题 (2019年1月)

【例1】函数 $F(x)=2x+\frac{a}{x^2}$ ($a > 0$) 在 $(0, +\infty)$ 内的最小值为 $F(x_0)=12$, 则 $x_0=$ ()

- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2 E. 1

强化 2020年真题-24

【例2】设 a, b 是正实数, 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 存在最小值

(1) 已知 ab 的值

(2) 已知 a, b 是方程 $x^2 - (a+b)x + 2 = 0$ 的两个不同实根

强化 2018年真题-19

【例3】 甲、乙、丙三人的年收入成等比数列，则能确定乙的年收入的最大值。

- (1) 已知甲、丙两人的年收入之和；
- (2) 已知甲、丙两人的年收入之积。

练习题 (2003年1月)

【例4】 已知某厂生产 x 件产品的总成本为 C 为

$C=25000+200x+\frac{1}{40}x^2$ (元), 要使平均成本最小, 所应生产的产品件数是 ()

A. 100件 B. 200件 C. 1000件 D. 2000件 E. 以上结果都不正确

强化 练习题 (2010年1月)

【例5】甲商店销售某种商品，该商品的进价每件90元，若每件定为100元，则一天内能售出500件，在此基础上，定价每增1元，一天能少售出10件，要使甲商店获得最大利润，则该商品的定价应（ ）。

A:115元 B:120元 C:125元 D:130元 E:135元

强化 练习题（2016年1月）

【练习6】 某商场将每台进价为2000元的冰箱以2400元销售时，每天销售8台，调研表明这种冰箱的售价每降低50元，每天就能多销售4台，若要每天销售利润最大，则该冰箱的定价应为（ ）元。

- A. 2200 B. 2250 C. 2300 D. 2350 E. 2400

强化练习题 (2022年1月)

【例7】 设 x 、 y 为实数, 则 $f(x,y)=x^2+4xy+5y^2-2y+2$ 的最小值 ()

- A. 1 B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. $\frac{3}{2}$ E. 3

强化 练习题 (2012年10月)

【例8】 设实数 x, y 满足 $x+2y=3$, 则 $x^2 + y^2 + 2y$ 的最小值为 ()

- A. 4 B. 5 C. 6 D. $\left(\frac{1}{2}\right)^5 - 1$ E. $\left(\frac{1}{2}\right)^5 + 1$

强化 练习题 (2021年1月)

【例9】 函数 $f(x)=x^2-4x-2|x-2|$ 的最小值为 ()

A. -4

B. -5

C. -6

D. -7

E. -8

强化 2011年1月

【例10】某年级共有8个班。在一次年级考试中，共有21名学生不及格，每班不及格的学生最多有3名，则(一)班至少有1名学生不及格。

- (1) (二)班的不及格人数多于(三)班
- (2) (四)班不及格的学生有2名

强化 2012年1月

【例11】 已知三种水果的平均价格为10元/千克，则每种水果的价格均不超过18元/千克。

- (1) 三种水果中价格最低的为6元/千克
- (2) 购买重量分别是1千克、1千克和2千克的三种水果共用了46元

强化 2014年10月——思路5

【例12】 a, b, c, d, e 五个数满足 $a \leq b \leq c \leq d \leq e$ ，其平均数 $m = 100$ ， $c = 120$ ，则 $e - a$ 的最小值是（ ）

A.45

B.50

C.55

D.60

E.65

强化 2020年真题-08

【例13】某网店对单价为55元、75元、80元的三种商品进行促销，促销策略是每单满200元减 m 元，如果每单减 m 后实际售价均不低于原价的8折，那么 m 的最大值为()

- A. 40 B. 41 C. 43 D. 44 E. 48

2022年真题-17强化

【例14】 设实数 x 满足 $|x-2| - |x-3|=a$, 则能确定 x 的值。

(1) $0 < a \leq \frac{1}{2}$

(2) $\frac{1}{2} < a \leq 1$

强化 练习题 (2010年1月) 这个题目前面已经讲过

【自行练习】 设实数 x 、 y 满足 $x^2 - 4xy + 4y^2 + \sqrt{3}x + \sqrt{3}y - 6 = 0$, 求 $x + y$ 的最大值 ()

- A. 2 B. 3 C. $2\sqrt{3}$ D. $3\sqrt{2}$ E. $3\sqrt{3}$

练习题 (2003年10月)

【自行练习】已知某厂生产 x 件产品的总成本为 C 为

$C=25000+200x+\frac{1}{40}x^2$ (元), 若产品以每件500元售出, 则使利润最大的产量是 ()

A.2000件 B.3000件 C.4000件 D. 5000件 E.6000件

END • Thanks for listening