管理类联考数学

必修课3

强化2010年1月-线性规划

解法1：捆绑

【例】某居民小区决定投资15万元修建停车位，据测算，修建一个室内的费用为5000元，修建一个室外车位的费用为1000元，考虑到实际因素，计划室外车位的数量不少于室内车位的2倍，也不多于室内车位的3倍，这笔投资最多可建车位的数量为（）.

A.78　　B.74　　C.72　　D.70　　E.66

设室内车位为数量为x，室外车位数为y：

当x:y=1:3时，能建最多的车位，1室内+3室外的造价：5000+3000=8000

能建n组：150000÷8000=18……6000

剩余的6000元可以分别建1个室内+1个室外

总车位=18×4+2=74

强化2010年1月-线性规划　　　解法2：取整

【例】某居民小区决定投资15万元修建停车位，据测算，修建一个室内的费用为5000元，修建一个室外车位的费用为1000元，考虑到实际因素，计划室外车位的数量不少于室内车位的2倍，也不多于室内车位的3倍，这笔投资最多可建车位的数量为（）.

A.78　　B.74　　C.72　　D.70　　E.66

设修建室内车位 x 个、室外车位 y 个

化简得

$2x \le y \le 3x$　　$2x \le y \le 3x$

$5000x+1000y \le 150000$　　$5x+y \le 150$

当y=3x时，车位较多

将y=3x 代入5x+y=150求解，代入则x=18.75

取整：x=18，则 y=60，不满足$y \le 3x$

取整：x=19，则 y=55，满足$2x \le y \le 3x$

x+y=74

强化2010年1月-线性规划　　　解法3：线性规划

【例】某居民小区决定投资15万元修建停车位，据测算，修建一个室内的费用为5000元，修建一个室外车位的费用为1000元，考虑到实际因素，计划室外车位的数量不少于室内车位的2倍，也不多于室内车位的3倍，这笔投资最多可建车位的数量为（）.

A.78　　B.74　　C.72　　D.70　　E.66

设室内车位为数量为x，室外车位数为y，则x，y 需要满足：

$$\begin{cases} y \geq 2x \\ y \leq 3x \\ 5000x + 1000y \leq 150000 \end{cases}$$

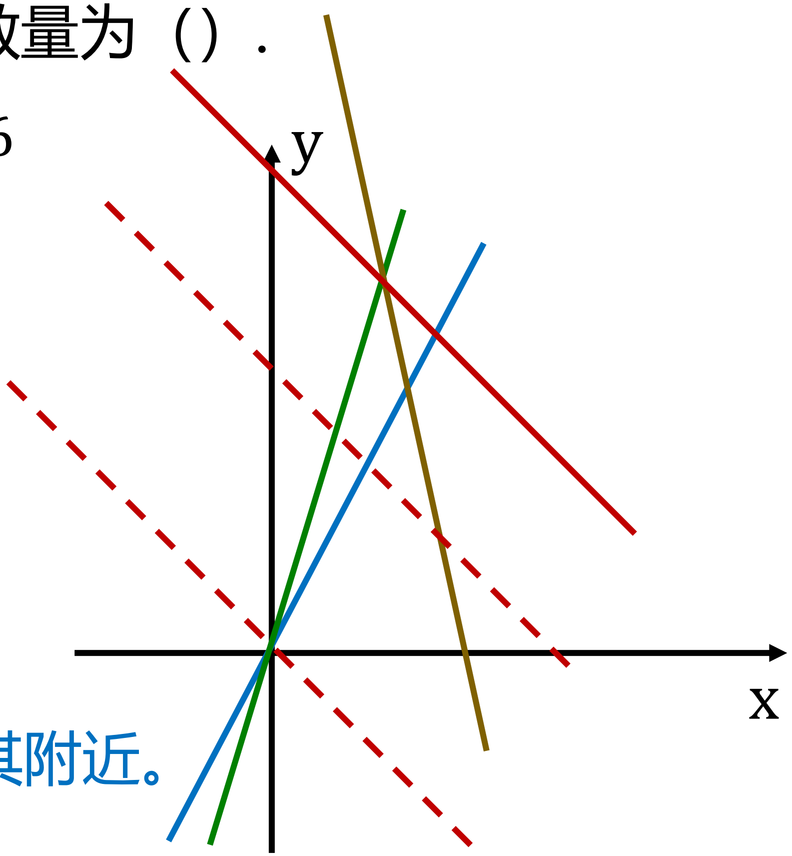
即：

$$\begin{cases} y \geq 2x \\ y \leq 3x \\ 5x + y \leq 150 \end{cases}$$

设总车位为z，则z =x+y →y=$-x+z$

z的最大值应取在直线 $y = 3x$和直线 $5x + y = 150$的交点处或其附近。

交点为(18.75,56.25)，附近满足条件的点为（18,60),(19, 55)。



2010年10月-不定方程

【例】一次考试有20道题，做对一题得8分，做错一题扣5分，不做不计分，某同学共得13分，则该同学没做的题数是（ ）。

A.4　　B.6　　C.7　　D.8　　E.9

设做对x题，做错y题，没做z题，则：

$$\begin{cases} x+y+z=20 \\ 8x-5y=13 \end{cases} \longrightarrow x=\frac{13+5y}{8} \longrightarrow$$

$13+5y$ 必须是8的倍数

13为奇数，$5y$也须是奇数

强化2011年1月-不定方程

【例】在年底的献爱心活动中，某单位共有100人参加捐款，经统计，捐款总额是19000元，个人捐款数额有100元、500元和2000元三种，该单位捐款500元的人数为（ ）。

A.13　　B.18　　C.25　　D.30　　E.28

设捐100的人数为x，捐500的人数为y，捐2000的人数为z，则：

$$\begin{cases} x+y+z=100 \\ 100x+500y+2000z=19000 \end{cases} \longrightarrow \text{化简为} x+5y+20z=190$$

将x替换掉：$(100-y-z)+5y+20z=190 \longrightarrow 4y+19z=90$

z只能取2，则y=13

强化2020年1月-不定方程

【**例**】已知甲、乙、丙三人共捐款3500元，则能确定每人的捐款金额

（1）三人的捐款金额各不相同

（2）三人的捐款金额都是500的倍数

答案：E

设甲、乙、丙三人捐款金额分别为x，y，z

条件1：$x+y+z=3500$，$x \neq y \neq z$，但x,y,z可以有多种组合，不能确定

条件2：三人的金额都是500的倍数，令$x=500m, y=500n, z=500p$

$x+y+z=500m+500n+500p=3500$, $m+n+p=7$,但不确定各自具体的值

联合：$x \neq y \neq z$，且$m+n+p=7$,可令$m=1$，$n=2$，$p=4$或$m=2$，$n=1$，$p=4$

依然不确定具体的甲、乙、丙三人的捐款金额。

实数的概念和性质

第一节：
实数概念和性质

1. 实数分类和基本性质
2. 有理数和无理数
3. 奇数和偶数
4. 质数和合数
5. 倍数和约数
6. 运算分类和技巧

第一节 实数的概念和性质

1.1.6 运算分类

实数的四则运算是指**加**法、**减**法、**乘**法和**除**法四种运算。

满足加法和乘法运算的**交换律**、**结合律和分配律（乘法）**。

加法交换律

在两个数的加法运算中，在从左往右计算的顺序，两个加数相加，交换加数的位置，和不变。

字母： $a+b=b+a$　　$a+c=c+a$

数字： $1+2=2+1$；　$16+30=30+16$

加法结合律：即三个数相加，先把前两个数相加，或者先把后两个数相加，和不变。

字母表示：$a+b+c=a+(b+c)$

数字表示：$18+5+15=18+(5+15)=38$

第一节 实数的概念和性质

1.1.6 运算分类

乘法交换律：两个因数相乘，交换因数的位置，积不变。

字母表示：$a\times b=b\times a$ （有时用·表示乘号，或直接写成ab）

数字表示：$18\times5=5\times18=90$

乘法结合律：即三个数相乘，先把前两个数相乘，或者先把后两个数相乘，积不变。

字母表示：$(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$

数字表示：$18\times5\times2=18\times(5\times2)=180$

乘法分配律：指两个数的和与一个数相乘，可以先把它们分别与这个数相乘，再相加。

字母表示：$(a+b)\times c=a\times c+b\times c$

数字表示：$(18+5)\times2=18\times2+5\times2=46$

第一节 实数的概念和性质

1.1.6 运算分类

乘方运算(a^n: **a称为底数，n称为指数**)

(1) 基本： $\underbrace{a\cdot a\cdot\ldots\ldots\cdot a}_{K个a连乘}=a^k$ $3\times3\times3\times3\times3\times3=3^6$

(2) 同底数幂法则：同底数幂相乘除，原来的底数作底数，指数的和或差作指数。

$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$ ， $a^m\div a^n=a^{m-n}$ $a^3\cdot a^2=a^5$; $\frac{a^3}{a^2}=a$;

$3^3\times3^2=27\times9=243$； $3^{3+2}=3^5=243$

$3^3\div3^2=27\div9=3$； $3^{3-2}=3$

(3) 分数的乘方法则：

$(\frac{a}{b})^n=\frac{a^n}{b^n}$ $(\frac{a}{b})^2=\frac{a^2}{b^2}$ $\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{3^2}{4^2}=\frac{9}{16}$

第一节 实数的概念和性质

1.1.6 运算分类

乘方运算(a^n: **a称为底数，n称为指数**)

(4）幂的乘方法则：幂的乘方，底数不变，指数相乘。

$(a^m)^n = a^{mn}$　　$(a^2)^3 = a^6$，$(2^2)^3 = (4)^3 = 64$

$(2^2)^3 = (2)^6 = 64$

(5）积的乘方：积的乘方，先把积中的每一个因数分别乘方，再把所得的幂相乘。

$(ab)^n = a^n b^n$　　$(ab)^2 = a^2 b^2$

$(3 \times 4)^2 = 12^2 = 144$；$3^2 \times 4^2 = 9 \times 16 = 144$

第一节 实数的概念和性质

1.1.6 运算分类

乘方运算

特殊：当$a\neq0$时，$a^0=1$，$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$，如$3^{-3}=\frac{1}{3^3}$。

对于$a^0=1$，

$a^n\div a^n=a^{n-n}=a^0$，

而$a^n\div a^n=\frac{a^n}{a^n}=1$

对于$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$，

$a^{-n}=a^{0-n}=a^0\div a^n=\frac{a^0}{a^n}=\frac{1}{a^n}$.

第一节 实数的概念和性质　汇总页

1.1.6 运算分类

乘方运算　$a^n = \overbrace{a \cdot a \cdots a}^{n个a}$

乘方运算性质:

$$\boxed{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}, \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, (ab)^n = a^n \cdot b^n, \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, \boxed{(a^m)^n = a^{mn}}$$

$$a^5 \cdot a^3 = a^8; \quad \frac{a^5}{a^3} = a^2; \quad (ab)^5 = a^5 b^5; \left(\frac{a}{b}\right)^5 = \frac{a^5}{b^5}; \quad (a^2)^3 = a^6$$

乘方运算性质：当a≠0时，$a^0 = 1$，$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$。

第一节 实数的概念和性质

1.1.6 运算分类

开方运算（与乘方运算互为逆运算）

$\underbrace{a\cdot a\cdot a\ldots\ldots a}_{n\text{个}a\text{连乘}}=a^n=b$ $a=\sqrt[n]{a^n}=\sqrt[n]{b}$

乘方运算：（±2）^{2}=4

开方运算：$\pm\sqrt{4}=\pm\sqrt{2^2}=\pm2$

①在实数范围内，**负实数无偶次方根**；（因为反过来，任何实数的偶次方是≥0的）

如$y=x^2$，则$y\geq0$，$x=\pm\sqrt{y}$；

②0的奇/偶次方根是0，即$\sqrt[n]{0}=0$；

③正实数的偶次方根有两个，且互为相反数，其中正的偶次方根称为算术根。

如：**当a>0时**，a的平方根是$\pm\sqrt{a}$,其中$\sqrt{a}$是正实数a的算术平方根；**当a=0**时，算术平方根为0.

4的平方根有两个：±2；但是算术平方根只有一个，为2。 **算术平方根≥0**

第一节 实数的概念和性质

1.1.6 运算分类

开方运算（与乘方运算互为逆运算）

开方运算性质：在**有意义**的前提下（**负实数无偶次方根**）

$$a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}\,; \qquad \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}\,; \qquad \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}\,;$$

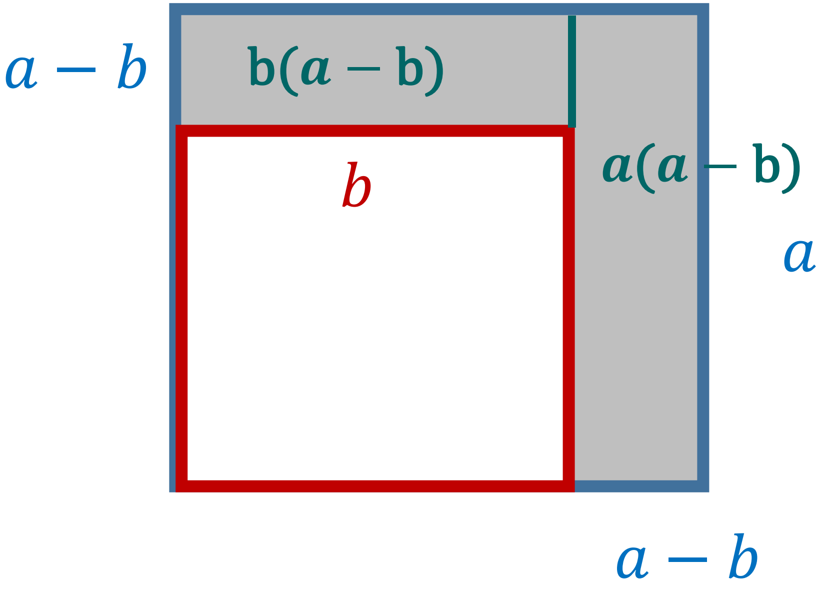
$$a^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{a^3}\,; \qquad \sqrt[5]{ab} = \sqrt[5]{a}\cdot\sqrt[5]{b}\,; \qquad \sqrt[4]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt[4]{b}}\,;$$

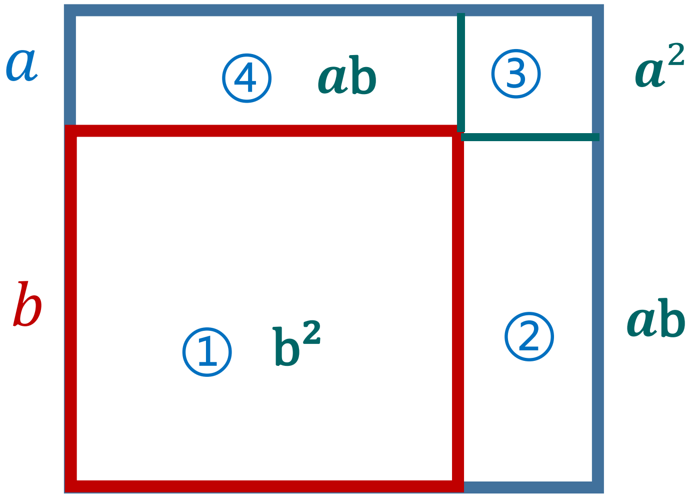
$$\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3^{\frac{3}{3}} = 3^1 = 3 \qquad \sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{2^4} = 2^{\frac{4}{3}}$$

平方差公式和完全平方公式

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$





$b(a-b) + a(a-b) = (a-b)(a+b)$

实数的概念和性质

第一节：
实数概念和性质

1 实数分类和基本性质

2 有理数和无理数

3 奇数和偶数

4 质数和合数

5 倍数和约数

6 运算分类和技巧

1.1.2 有理数和无理数

有理数：整数和分数统称为有理数。

无理数：无限不循环小数。

- 实数(R)
  - 有理数(Q)
    - 整数(Z)
      - 正整数(Z^+)　(1, 2, 3, 4 , ……)
      - 0
      - 负整数(Z^-)　(-1, -2, -3, -4……)
      - （正整数与 0）自然数(N)
    - 分数
      - 有限小数 ($\frac{1}{2} \to 0.5$, $\frac{1}{5} \to 0.2$, $\frac{3}{8} \to 0.375$, ……)
      - 无限循环小数 ($\frac{1}{3} \to 0.\dot{3}$, $\frac{1}{6} \to 0.1\dot{6}$, $\frac{1}{7} \to 0.\dot{1}\dot{4}\dot{2}\dot{8}\dot{5}\dot{7}$, ……)
  - 无理数——无限不循环小数 ($\sqrt{2}$, π, e, log_3^4……)

第一节 实数的概念和性质

1.1.2 有理数和无理数

组合性质 $0，1, \sqrt{2}，\sqrt{3}$

有理数±有理数= **有理数**； 有理数×有理数= **有理数**； 有理数÷**非零**有理数= **有理数**

0 ± 1 0×1 $0\div1$

A. 有理数(＋ － ×÷)有理数，仍为有理数。 (注意：要保证除法中分母有意义，分母≠0)

无理数±无理数= **不确定** ； 无理数×无理数= **不确定**； 无理数÷无理数= **不确定**

$\sqrt{2}+\sqrt{2}=2\sqrt{2}$ $\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2$ $\sqrt{2}\div\sqrt{2}=1$

$\sqrt{2}-\sqrt{2}=0$ $\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$ $\sqrt{2}\div\sqrt{3}=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

B. 无理数(＋ － ×÷)无理数，有可能为无理数，也有可能为有理数

第一节 实数的概念和性质

1.1.2 有理数和无理数

组合性质 $0，1，\sqrt{2}，\sqrt{3}$

有理数±无理数=**无理数**；**非零**有理数×无理数=**无理数** **非零**有理数÷无理数= **无理数**

$1\pm\sqrt{2}$ $1\times\sqrt{2}=\sqrt{2}$ $1\div\sqrt{2}=\frac{1\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. 有理数(＋ －)无理数=无理数，非零有理数(×÷)无理数=无理数

A. 有理数(＋ － ×÷)有理数，仍为有理数。 （注意，此处要保证除法的分母有意义,分母不为0）

B. 无理数(＋ － ×÷)无理数，有可能为无理数，也有可能为有理数

C. 有理数(＋ －)无理数=无理数，非零有理数(×÷)无理数=无理数

第一节 实数的概念和性质

1.1.2 有理数和无理数

组合性质

推论：已知a、b为有理数，λ为无理数，若a+bλ=0.则必有a=b= 0

a有理数　　0有理数

a+bλ=0

bλ有理数,且λ是无理数，所以b=0

注意：把有理数、无理数分开写。

延伸——二元一次方程组的解法

例：解方程组 $\begin{cases} x-3y=-7 & (1) \\ 2x+y=0 & (2) \end{cases}$

解题思路：加减消元法

先消去y，(2)×3，　$6x+3y=0$ 式子(3)

(1)+ (3)得出，　$7x=-7$, $x=-1$,　代入式子(2)，得$y=2$

解题思路：代入消元法

由(2)知，$y=-2x$，代入(1)

$x-3\times(-2x)=-7$ 即 $7x=-7$, $x=-1$,　代入式子(2) ,得$y=2$

练习题（2009年10月）

【例1】若x、y是有理数，且满足$(1+2\sqrt{3})x+(1-\sqrt{3})y-2+5\sqrt{3}=0$,则x,y的值分别为（ ）

A. 1，3

B. −1 ,2

C. − 1，3

D. 1，2

E. 以上结论都不正确

方法1：直接选项代入

方法2：分别写出有理数和无理数的式子

$(1+2\sqrt{3})x+(1-\sqrt{3})y-2+5\sqrt{3}$

$=x+2\sqrt{3}x+y-\sqrt{3}y-2+5\sqrt{3}$

$=\underbrace{(x+y-2)}_{a}+\underbrace{(2x-y+5)}_{b\lambda}\sqrt{3}=0$

$\begin{cases} x+y-2=0 \\ 2x-y+5=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases}$

练习题（模拟题）

<table>
<tr><th>条件(1)</th><th>条件(2)</th><th>选项</th></tr>
<tr><td>√</td><td>×</td><td>A</td></tr>
<tr><td>×</td><td>√</td><td>B</td></tr>
<tr><td>×</td><td>×</td><td rowspan="2">C
(combine)</td></tr>
<tr><td colspan="2">(1)+(2) √</td></tr>
<tr><td>√</td><td>√</td><td>D
(double)</td></tr>
<tr><td>×</td><td>×</td><td rowspan="2">E
(error)</td></tr>
<tr><td colspan="2">(1)+(2) ×</td></tr>
</table>

【练习2】 a=b=0

$(1)ab \geq 0$，且$\left(\frac{1}{2}\right)^{a+b} = 1$

$(2)a$、b为有理数，m是无理数，且$a + bm = 0$

D

条件1：$\because \left(\frac{1}{2}\right)^{\mathrm{a+b}} = 1$， $\therefore \mathrm{a + b = 0}$，且$ab \geq 0$，两个同时满足，只能是a=b=0，充分。

条件2：有理数+有理数=有理数，故bm为有理数，a=b=0，充分。

练习题（模拟题）

【练习3】若x、y是有理数，且满足$(1+e)x-(2e+1)y+e-2=0$,则$x-y$的值为（ ）

A. -1

B. -2

C. 0

D. 1

E. 2

分别写出有理数和无理数的式子

这里的无理数为 e（自然常数）

$$(1+e)x-(2e+1)y+e-2=0$$

$$x+ex-2ey-y+e-2=0$$

$$\begin{cases} x-y-2=0 \\ x-2y+1=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x=5 \\ y=3 \end{cases}$$

有理数和无理数——总结

(1) 组合性质

A. 有理数(+ - ×÷)有理数，仍为有理数。 (注意，此处要保证除法的分母有意义,分母不为0)

B. 无理数(+ - ×÷)无理数，有可能为无理数，也有可能为有理数

C. 有理数(+ -)无理数=无理数，非零有理数(×÷)无理数=无理数

推论：已知a、b为有理数，λ为无理数，若$a+b\lambda=0$.则必有$a=b=0$

条件(1)	条件(2)	选项
√	×	A
×	√	B
×	×	C (combine)
(1)+(2) √		
√	√	D (double)
×	×	E (error)
(1)+(2) ×		

练习题（模拟题）

若a、b为有理数，λ为无理数，且a+λb=0，则a=b=0

【自行练习4】 a=b=0

(1)a、b为有理数，且$a+b\sqrt{2}=0$

(2)a、b为有理数，且$a+b\sqrt{4}=0$

答案：A

条件1：a是有理数，0也是有理数，

有理数+有理数=有理数，故b$\sqrt{2}$为有理数，

而b是有理数，$\sqrt{2}$为无理数，因此b只能取0，此时a也只能取0。

条件2：$\sqrt{4}$=2是有理数， b取2 ，a取−4，满足条件2，但得不出结论。

练习题（2007年10月）

【自行练习5】设x、y是有理数，且满足$(\frac{1}{2}+\frac{\pi}{3})x+(\frac{1}{3}+\frac{\pi}{2})y-4-\pi=0$,则x−y的值为（ ）

A. 16　　B. 17　　C. 18　　D. 19　　E. 20

分别写出有理数和无理数的式子

$(\frac{1}{2}+\frac{\pi}{3})x+(\frac{1}{3}+\frac{\pi}{2})y-4-\pi=0$

即 $\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{3}x+\frac{1}{3}y+\frac{\pi}{2}y-4-\pi=0$

$\underbrace{(\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y-4)}_{a}+\underbrace{(\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}y-1)}_{b\lambda}\pi=0$

$$\begin{cases}\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y-4=0 & (1)\\ \frac{1}{3}x+\frac{1}{2}y-1=0 & (2)\end{cases}$$

解方程组：将(1)、(2)两个式子均乘以6

$$\begin{cases}3x+2y-24=0 & (3)\\ 2x+3y-6=0 & (4)\end{cases}$$

(3)−(4)：$x-y-18=0, x-y=18$

END · Thanks for listening