管理类联考数学

必修课2

实数的概念和性质

实数的概念和性质
- 实数的分类和基本性质
- 有理数和无理数
- 奇数和偶数
- 质数和合数
- 倍数和约数
- 运算分类及技巧

第一节：
实数概念和性质

1 实数分类和基本性质

2 有理数和无理数

3 奇数和偶数

4 质数和合数

5 倍数和约数

（1）公倍数与公约数

（2）整除与非整除

6 运算分类和技巧

第一节 实数的概念和性质

1.1.5 倍数和约数——定义和求法

如15=3×5=1×15，所以15有因数1，3，5，15共4个。

约数（因数）： 当a能被正整数m整除，a称为m的倍数，m称为a的约数。

$a \div m = n$

30=1×30=2×15=3×10=5×6

40=1×40=2×20=4×10=5×8

30、40的公约数有1，2，5，10，

最大公约数是10

公因数:

若正整数m**同时**是几个正整数$a_1, a_2, a_3 \ldots\ldots a_n$ 的因数，就称m是$a_1, a_2, a_3 \ldots\ldots a_n$ **的公因数**，并把$a_1, a_2, a_3 \ldots\ldots a_n$的公因数中最大的称为最大公因数(最大公约数）。

第一节 实数的概念和性质

1.1.5 倍数和约数——定义和求法

如$15=3\times5=1\times15$，所以15是1，3，5，15的倍数。

倍数：一个整数能够被另一个整数整除，这个整数就是另一整数的倍数。

$15\div3=5$, 15能被3整除，15是3的倍数。

$60\div12=5$，$120\div12=10$

$60\div15=4$，$120\div15=8$

12、15的公倍数有60，120等

最小公倍数是60

公倍数：

若正整数n同时是几个正整数的$a_1,a_2,a_3\ldots\ldots a_r$倍数，就称n是$a_1,a_2,a_3\ldots\ldots a_r$的公倍数，并把$a_1,a_2,a_3\ldots\ldots a_r$的公倍数中最小的称为最小公倍数。

第一节 实数的概念和性质

1.1.5 倍数和约数——定义和求法

互质:

若正整数m与正整数n的公约数只有1，就称这两个正整数m与n互质，

并称 $\frac{n}{m}$ 为既约分数（最简分数）。

如8,10	不互质	公约数有1和2，不是只有1
7,11,13	互质	公约数只有1

第一节 实数的概念和性质

1.1.5 倍数和约数——定义和求法

注意：如何求两个数的最大公约数和最小公倍数：短除法。

$$
\begin{array}{r|ll}
2 & 84 & 96 \\ \hline
2 & 42 & 48 \\ \hline
3 & 21 & 24 \\ \hline
 & \mathbf{7} & \mathbf{8}
\end{array}
$$

$84=2\times2\times3\times7$

$96=2\times2\times3\times8$

最大公约数$=2\times2\times3$

最小公倍数$=2\times2\times3\times\mathbf{7\times8}$

$84\times96=(2\times2\times3)\times(2\times2\times3\times7\times8)$=最大公约数×最小公倍数

定理：两个整数的乘积等于他们的最大公约数和最小公倍数的乘积。

第一节 实数的概念和性质

1.1.5 倍数和约数——定义和求法

2	84	96
2	42	48
3	21	24
	7	**8**

$84=2\times2\times3\times7=$最大公约数$\times7$

$96=2\times2\times3\times8=$最大公约数$\times8$

最大公约数$=2\times2\times3$

最小公倍数$=2\times2\times3\times\mathbf{7\times8}$

注意：最小公倍数÷最大公约数=最后互质的两个数的乘积。

1.1.5 倍数和约数——定义和求法

注意：如何求三个数的最大公约数和最小公倍数。

$$\begin{array}{r|lll} \boxed{2} & 12 & 30 & 50 \\ \hline 3 & 6 & 15 & 25 \\ \hline 5 & 2 & 5 & 25 \\ \hline & 2 & 1 & 5 \end{array}$$

$12=2\times3\times2$

$30=2\times3\times5\times1$

$50=2\times5\times5$

最大公因数（最大公约数）$=2$

最小公倍数$=2\times3\times5\times2\times1\times5=300$

练习题（模拟题）

【例1】两个正整数的最大公约数是6，最小公倍数是90，满足条件的两个正整数组成的大数在前的数对共有（ ）对。

A. 0对　　B. 1对　　C. 2对　　D. 3对　　E. 无数对

$$\begin{array}{c|cc} \boxed{6} & a & b \\ \hline & x & y \end{array}$$

x	y
1	15
3	5

xy=90÷6=15

其中一组数为6×1=6，6×15=90

另外一组数为6×3=18，6×5=30

组成的大数在前的数对有（90,6）、（30,18）

练习题（模拟题）

【练习2】两个正整数的最大公约数是4，最小公倍数是144，满足条件的两个正整数组成的大数在前的数对共有（ ）对。

A. 5对　B. 1对　C. 2对　D. 3对　E. 无数对

$144 \div 4 = 36$

$36 = 1 \times 36 = 4 \times 9$

$36 = 2 \times 18 = 3 \times 12$

$= 6 \times 6?$

其中一组数为 $4 \times 1 = 4$，$4 \times 36 = 144$

另外一组数为 $4 \times 4 = 16$, $4 \times 9 = 36$

组成的大数在前的数对有（144,4）、（36,16）

练习题（2017年1月）

【练习3】将长、宽、高分别为12、9和6的长方体切割成正方体，且切割后无剩余，则能切割成相同正方体的最少个数为（　）个

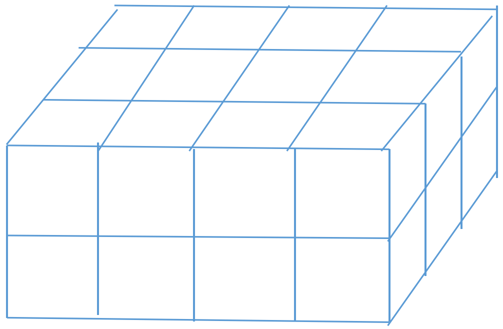
A. 3　　B. 6　　C. 24　　D. 96　　E. 648

∵ 切割后无剩余，

∴是12、9、6的公约数

$$\begin{array}{r|lll} 3 & 12 & 9 & 6 \\ \hline & 4 & 3 & 2 \end{array}$$

正方体个数$=\dfrac{12\times9\times6}{3\times3\times3}=24$



练习题（模拟题）

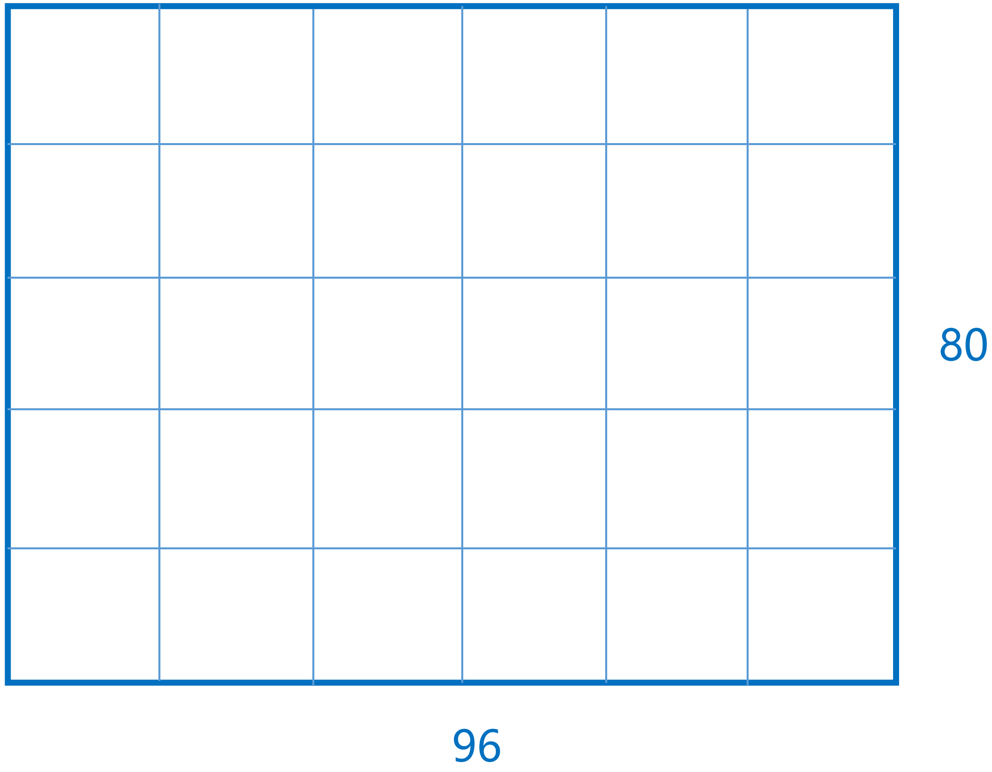
【练习4】一块长方形铁皮，长96厘米，宽80厘米，要把它剪成同样大小的正方形且没有剩余，则至少可以剪成（　）块。

A. 12　　B. 16　　C. 20　　D. 30　　E. 36

$$
\begin{array}{r|ll}
2 & 80 & 96 \\ \hline
2 & 40 & 48 \\ \hline
2 & 20 & 24 \\ \hline
2 & 10 & 12 \\ \hline
 & 5 & 6
\end{array}
$$

边长为$2\times2\times2\times2=16$

正方形个数$=\dfrac{96\times80}{16\times16}=30$



第一节 实数的概念和性质

1.1.5 倍数和约数——整除和非整除

$18 \div 6 = 3$ 18能被6整除； 6能整除18。

两个数之间相除有两种读法，分别读作“除”和“除以”。

例如“$15 \div 3$”读作“15除以3”或读作“3除15”

被除数 除数

第一节 实数的概念和性质

1.1.5 倍数和约数——整除和非整除

常见整除的特点

能**被2整除**的数：个位为0，2，4，6，8；

能**被3整除**的数：各位数字之和必能被3整除；

能**被5整除**的数：个位为0或5；

能**被9整除**的数：各位数字之和必能被9整除;

能**被10整除**的数：个位必为0。

第一节 实数的概念和性质

1.1.5 倍数和约数——整除和非整除

实数的分类和基本性质
有理数和无理数
奇数和偶数
质数和合数
倍数和约数
运算分类及技巧
实数的概念和性质

能**被3整除**的数：各位数字之和必能被3整除。 **（自己作为了解）**

假设这个数是xyz （百十个位上的数字分别为x、y、z），各位数字之和为x+y+z

则该三位数可以表示为100x+10y+z= 99x+9y+(x+y+z)

若 x+y+z 能被3整除，且99，9也能被3整除 所以原数一定能被3整除。

能**被9整除**的数：各位数字之和必能被9整除。

第一节 实数的概念和性质

1.1.5 倍数和约数——整除和非整除

练1：398是否可以被3整除？ $3+9+8=20$ 20不是3的倍数 ×

练2：927是否可以被3整除？9整除？ $9+2+7=18$ 是3和9的倍数√ √

练3：785是否可以被5整除？ 尾数是5 √

第一节 实数的概念和性质

1.1.5 倍数和约数——整除和非整除

非整除：$20 \div 3 = 6 \cdots\cdots 2$　　**文字表示是**：被除数÷除数=商……余数。

变形1：(被除数-余数) ÷除数=商， $(20-2) \div 3 = 6$

变形2：被除数=除数×商+余数，$20 = 3 \times 6 + 2$

0≤余数＜除数

当余数=0时，即为整除。

一个数$n(n>1)$除以4余1，除以5余1，除以6余1，求n.

∵ 余数都是1，∴ $n-1$就可以能被4、5、6整除，

$n-1$是4、5、6的公倍数，$n-1=60k$， $n=60k+1$

2	4	5	6
	2	5	3

非整除-练习题（模拟题）

【例5】设 n为自然数，被10除余数是9，被9除余数是8，被8除余数是7，已知$100<n<1000$,这样的数有（　　）个.

A:5　B:4　C:3　D:2　E:1

被10除余数是9，被9除余数是8，被8除余数是7（除数和余数相差1）

如果除数是 a，说明 $n÷a$最后的余数是 $a-1$

则$n+1$ 可以被10、9、8整除，∴ $n+1$是10、9、8的公倍数

10、9、8的最小公倍数为$2×5×9×4=360$

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 10 & 9 & 8 \\ \hline & 5 & 9 & 4 \end{array}$$

∵ $100<n<1000$，　∴ $n+1=360$或720

$n=359$或719

条件(1)	条件(2)	选项
√	×	A
×	√	B
×	×	C (combine)
(1)+(2) √		
√	√	D (double)
×	×	E (error)
(1)+(2) ×		

练习题（2008年10月）

【例6】 $\frac{n}{14}$是一个整数 **A**

（1） n是一个整数，且$\frac{3n}{14}$也是个整数；

（2） n是一个整数，且$\frac{n}{7}$也是个整数。

条件1：$\frac{3n}{14}$是个整数，因为3和14互质，所以n一定是14的倍数，充分；

条件2：$\frac{n}{7}$是个整数，n是7的倍数，但不一定是14的倍数，如 21，不充分。

整除问题（不定方程）2016年1月

条件(1)	条件(2)	选项
√	×	A
×	√	B
×	×	C (combine)
(1)+(2) √		
√	√	D (double)
×	×	E (error)
(1)+(2) ×		

【例7】用长度为a和b的两种管材能连接成长度为37的管道（单位：米）

（1） a=3, b=5

（2） a=4, b=6

$$\begin{cases} x+2y=3 \\ x-y=0 \end{cases}$$

$$x+2y=3.$$

不定方程求解（未知数的个数多于方程的个数）

解题关键：利用整数特点，穷举

条件(1)	条件(2)	选项
√	×	A
×	√	B
×	×	C (combine)
(1)+(2) √		
√	√	D (double)
×	×	E (error)
(1)+(2) ×		

整除问题（不定方程）2016年1月

【例7】用长度为a和b的两种管材能连接成长度为37的管道（单位：米）

（1） a=3, b=5

（2） a=4, b=6

A

设长度为a的管道m根，长度为b的管道n根，

（1）3m+5n=37，

（2）4m+6n=37，不可能有整数解，因为4m和6n都是偶数，不充分。

对于条件1：3m+5n=37， 5n=37-3m $n=\frac{37-3m}{5}$ （37-3m的个位数是0或者5）

m=4,n=5 或 m=9,n=2

整除问题（2017年1月）

【练习8】某公司用1万元购买了价格分别为1750和950的甲、乙两种办公设备，则购买的甲、乙办公设备的件数分别为（　　）

A. 3，5　　B. 5，3　　C. 4，4　　D. 2，6　　E. 6，2

思路一：将甲乙捆绑，看做整体

可以转化为：先求共同买了多少组，剩下的就是更多的那个设备的钱

10000÷（1750+950）=3……1900

如果多买的是甲：1900÷1750=1……150（仍有余钱，不符合）

多买的是乙：1900÷950=2

∴ 买了甲3，乙3+2=5

整除问题（2017年1月）

【练习8】某公司用1万元购买了价格分别为1750和950的甲、乙两种办公设备，则购买的甲、乙办公设备的件数分别为（　　）

A. 3，5　　B. 5，3　　C. 4，4　　D. 2，6　　E. 6，2

思路二：设甲m，乙n

1750m+950n=10000　　化简：35m+19n=200　　$m=\frac{200-19n}{35}=\frac{200-19n}{5\times7}$，

m、n都是整数，分母是$35=5\times7$，要想m是整数，

则分子$200-19n$的个位数字为0或5，

解得：n=5，m=3

直接代选项！！！

强化-整除问题（2010年1月）

【练习9】某居民小区决定投资15万元修建停车位，据测算，修建一个室内车位的费用为5000元，修建一个室外车位的费用为1000元，考虑到实际因素，计划室外车位的数量不少于室内车位的2倍，也不多于室内车位的3倍，这笔投资最多可建车位的数量为（　）

A. 78　　　B. 74　　　C. 72　　　D. 70　　　E. 66

内

外

外

方案1：1内2外（3个车位）

方案2：1内3外（4个车位）

内

外

外

外

要想建更多的车位，方案2的组合更多，选择方案2

1室内+3室外的造价：5000+3000=8000

能建n组：150000÷8000=18……6000

即18内，54外，还剩余6000

强化-整除问题（2010年1月）

【练习9】某居民小区决定投资15万元修建停车位，据测算，修建一个室内车位的费用为5000元，修建一个室外车位的费用为1000元，考虑到实际因素，计划室外车位的数量不少于室内车位的2倍，也不多于室内车位的3倍，这笔投资最多可建车位的数量为（　）

A. 78　　B. 74　　C. 72　　D. 70　　E. 66

能建n组：150000÷8000=18……6000

即18内，54外，还剩余6000

若剩余的6000全部用来建室外，可以建6个，此时18内，60外

不满足题干的“不多于室内车位的3倍”

剩余的6000元可以分别建1个室内+1个室外

总车位=18×4+2=74

强化练习题（2019年1月）

<table>
<tr><th>条件(1)</th><th>条件(2)</th><th>选项</th></tr>
<tr><td>√</td><td>×</td><td>A</td></tr>
<tr><td>×</td><td>√</td><td>B</td></tr>
<tr><td>×</td><td>×</td><td rowspan="2">C
(combine)</td></tr>
<tr><td colspan="2">(1)+(2) √</td></tr>
<tr><td>√</td><td>√</td><td>D
(double)</td></tr>
<tr><td>×</td><td>×</td><td rowspan="2">E
(error)</td></tr>
<tr><td colspan="2">(1)+(2) ×</td></tr>
</table>

【例10】设n为正整数，则能确定n除以5的余数

（1）已知n除以2的余数

（2）已知n除以3的余数

E

条件1：n除以2的余数，余数可以是0、1，若余数为0，如 n=6、8等，

当n=6时，除以5的余数是1；当n=8时，除以5的余数是3；

不唯一，不确定，不充分

条件2：n除以3的余数，余数可以是0、1、2，若余数为0，如 n=6、9等，

当n=6时，除以5的余数是1；当n=9时，除以5的余数是4；

不唯一，不确定，不充分

联合：两个条件联立取交集：余数为0、1

当余数为0时，说明n是6的倍数，如6、12、18等，除以5的余数分别为1、2、3

不唯一，不确定，依然不充分

练习题（2019年1月）

【练习11】能确定小明的年龄.

（1）小明的年龄是完全平方数

（2）20年后小明的年龄是完全平方数

答案：C

【解析】设年龄为Q，

条件1：$Q=x^2$，不确定 x 值，Q不确定 →不充分

条件2：$Q+20=y^2$，不确定 y 值，Q不确定 →不充分

联合：

16——36

$1^2=1$	$2^2=4$	$3^2=9$	$4^2=16$	$5^2=25$
$6^2=36$	$7^2=49$	$8^2=64$	$9^2=81$	$10^2=100$
$11^2=121$	$12^2=144$			

强化练习题（2017年1月）

【例12】某机构向12位教师征题，共征集到5种题型的试题52道，则能确定供题教师的人数。

（1）每位供题教师提供题数相同。

（2）每位供题教师提供的题型不超过2种。

C

条件1：12位老师可以有的出题，有的不出题。

52=1×52=2×26=4×13

1位老师→每人出52题√

2位老师→每人出26题√

4位老师→每人出13题√

13位老师→超出12位教师了

不唯一，不确定，不充分

条件2：每位老师不超过2种题，共5种题型

如果是2位老师，

提供的题型2种+3种=5种，不符合条件；

3位老师→1+2+2=5种√

4位老师→1+1+1+2=5种√

5位老师→ 1+1+1+1+1=5种√

不唯一，不确定，不充分

联合：取交集，交集部分是4位老师，唯一，充分

倍数和约数——总结

（1）公倍数与公约数

求两个数的最大公约数和最小公倍数：**短除法。**

最小公倍数÷最大公因数=最后互质的两个数的乘积。

公倍数——通分

公约数——约分

（2）整除与非整除

被除数÷除数=商……余数，即被除数=除数×商+余数

“确定”：存在且唯一

0≤余数＜除数

当余数=0时，即为整除。

不定方程：未知数的个数多于方程的个数，

解题关键——未知数皆为整数（列举）

END • Thanks for listening