2022～2023 学年第二学期第一次月考试卷

《高等数学 2B》（共 3 页）

考试时间：2023 年 3 月 31 日（14:00-16:00)

题号	一	二	三	成绩	核分人签字
得分					

一、计算题（每小题 8 分，共 32 分）

1. 设函数 $z(x,y)=\mathrm{e}^{-x}\sin\dfrac{x}{y}$，求 $\left.\dfrac{\partial z}{\partial x}\right|_{(2,\frac{1}{\pi})}$ 和 $\left.\dfrac{\partial z}{\partial y}\right|_{(2,\frac{1}{\pi})}$.

2. 设 $z=f(u,x,y)$，$u=x\mathrm{e}^{y}$，其中 f 具有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

3. 求函数 $f(x,y)=x^3+8y^3-24xy$ 的极值.

4. 求旋转椭球面 $\dfrac{x^2}{4}+y^2+z^2=1$ 上平行于平面 $x+y+2z=0$ 的切平面方程.

二、计算题（第 1-3 小题每小题 8 分，第 4 小题 12 分，共 36 分）

1. 设 $u=f(x^2+y^2+z^2)$，f 为可微函数，由方程 $3x+y^3+2z^2=6xyz$ 确定了隐函数 $z=z(x,y)$，求 $\dfrac{\partial u}{\partial x}$ 在 $M(1,1,1)$ 处的值.

2. 求函数 $f(x,y)=\sin x\sin y\sin(x+y)$ 在区域 $D=\left\{(x,y)\middle|x\ge 0,y\ge 0,x+y\le\pi\right\}$ 上的最大值与最小值.

3. 求曲线 $\begin{cases}x^2=3y,\\2xy=9z\end{cases}$ 在点 $M(3,3,2)$ 处的切线方程与法平面方程.

4. 设函数 $f(x,y)=\begin{cases}xy\sin\dfrac{1}{x^2+y^2}, & (x,y)\ne(0,0),\\ 0, & (x,y)=(0,0).\end{cases}$ 求 $f'_x(0,0)$ 和 $f'_y(0,0)$，并讨论

(1) $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处是否可微； (2) $f'_x(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处是否连续.

三、计算题（每小题 8 分，共 32 分）

1. 求函数 $u=\ln(1+z^2)+x^2+y^2$ 在 $M(1,1,1)$ 处沿着曲线 $L:\begin{cases} x=t, \\ y=2t^2-1, \\ z=t^3 \end{cases}$ 在点 M 处的切线方向的方向导数.

2. 计算 $\iint\limits_D |x+y-1|\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 $D=\{(x,y)\,|\,0\le x\le 1,\ 0\le y\le 1\}$.

3. 计算 $I=\iint\limits_D \sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 D 是 $y=\sqrt{1-x^2}, y=x, x=0$ 所围成的区域.

4. 计算 $I=\iint\limits_D \dfrac{x^2+y}{x^2+y^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中 $D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 2x\}$.