Цель работы

1. Рассмотреть модель конкуренции двух фирм в разных случаях.
2. Построить и проанализировать графики.

Задание №51

Случай 1. Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial M_1}{\partial \theta} = M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{\partial M_2}{\partial \theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2 \end{cases}$$

Случай 2. Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед M1 M2 будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial M_1}{\partial \theta} = M_1 - (\frac{b}{c_1} + 0,00041) M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{\partial M_2}{\partial \theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - (\frac{b}{c_1}) M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2 \end{cases}$$

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами:

$$M_0^1 = 8$$

— оборотные средства фирмы 1

$$M_0^2 = 10$$

— оборотные средства фирмы 2

$$p_{cr} = 50$$

— критическая стоимость продукта

$$N = 50$$

— число потребителей производимого продукта

$$q = 1$$

— максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени

$$\tau_1 = 36$$

— длительность производственного цикла фирмы 1

$$\tau_2 = 30$$

— длительность производственного цикла фирмы 2

$$\tilde{p}_1 = 10$$

— себестоимость продукта у фирмы 1

$$\tilde{p}_2 = 12$$

— себестоимость продукта у фирмы 2

1. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для случая 1.
2. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для случая 2.

Краткая теоретическая справка

Для одной фирмы

Для построения модели конкуренции хотя бы двух фирм необходимо рассмотреть модель одной фирмы. Вначале рассмотрим модель фирмы,производящей продукт долговременного пользования, когда цена его определяется балансом спроса и предложения. Примем, что этот продукт занимает определенную нишу рынка и конкуренты в ней отсутствуют.

Обозначим:

$$N$$

– число потребителей производимого продукта.

$$S$$

– доходы потребителей данного продукта. Считаем, что доходы всех потребителей одинаковы. Это предположение справедливо, если речь идет об одной рыночной нише, т.е. производимый продукт ориентирован на определенный слой населения.

$$M$$

– оборотные средства предприятия

$$\tau$$

– длительность производственного цикла

$$p$$

– рыночная цена товара

$$\tilde{p}$$

– себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции.

$$\delta$$

– доля оборотных средств, идущая на покрытие переменных издержек.

$$\kappa$$

– постоянные издержки, которые не зависят от количества выпускаемой продукции.

$$Q(S/p)$$

– функция спроса, зависящая от отношения дохода S к цене p. Она равна количеству продукта, потребляемого одним потребителем в единицу времени.

Функцию спроса товаров долговременного использования часто представляют в простейшей форме:

$$Q = q - k\frac{P}{S} = q(1 - \frac{p}{p_{cr}}) \quad (1)$$

где

$$q$$

– максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени.

Эта функция падает с ростом цены и при p = pcr (критическая стоимость продукта)потребители отказываются от приобретения товара. Величина pcr = Sq/k. Параметр k – мера эластичности функции спроса по цене. Таким образом, функция спроса в форме (1) является пороговой (то есть, Q(S/p) = 0 при

$$p \geq p_{cr}$$

и обладает свойствами насыщения.

Уравнения динамики оборотных средств можно записать в виде

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -\frac{M\delta}{\tau} + NQp - \kappa = -\frac{M\delta}{\tau} + NQ(1 - \frac{p}{p_{cr}})p - \kappa \quad (2)$$

Уравнение для рыночной цены p представим в виде

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \gamma(-\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}} + NQ(1 - \frac{p}{p_{cr}}) \quad (3)$$

Первый член соответствует количеству поставляемого на рынок товара (то есть, предложению), а второй член – спросу.

Параметр

$$\gamma$$

зависит от скорости оборота товаров на рынке. Как правило, время торгового оборота существенно меньше времени производственного цикла

$$\tau$$

. При заданном M уравнение (3) описывает быстрое стремление цены к равновесному значению цены, которое устойчиво.

В этом случае уравнение (3) можно заменить алгебраическим соотношением

$$-\frac{M\delta}{\tau\tilde{p}} + NQ(1 - \frac{p}{p_{cr}}) = 0 \quad (4)$$

Из (4) следует, что равновесное значение цены p равно

$$p = p_{cr}(1 - \frac{M\delta}{\tau\tilde{p}Nq}) \quad (5)$$

Уравнение (2) с учетом (5) приобретает вид

$$\frac{\partial M}{\partial t} = M\frac{\delta}{\tau}(\frac{p_{cr}}{\tilde{p}} - 1) - M^2(\frac{\delta}{\tau\delta p})^2\frac{p_{cr}}{Nq} - \kappa \quad (6)$$

Уравнение (6) имеет два стационарных решения, соответствующих условию :

$$\frac{\partial M}{\partial t} = 0$$

$$\tilde{M}_{1,2} = \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - b} \quad (7)$$

где

$$a = Nq(1 - \frac{\tilde{p}}{\ })\tilde{p}\frac{\tau}{\ }, b = \kappa Nq\frac{(\tau\tilde{p})^2}{\ } \quad (8)$$

$$\ldots p_{cr} \ldots \delta \ldots p_{cr}\delta^2$$

Из (7) следует, что при больших постоянных издержках (в случае a^2 < 4b) стационарных состояний нет. Это означает, что в этих условиях фирма не может функционировать стабильно, то есть, терпит банкротство. Однако, как правило, постоянные затраты малы по сравнению с переменнымии играют роль, только в случае, когда оборотные средства малы. При

$$b \ll a$$

стационарные значения M равны

$$\tilde{M}*+ = Nq\frac{\tau}{\delta}(1-\frac{\tilde{p}}{p*cr})\tilde{p}, \tilde{M}*- = \kappa\tilde{p}\frac{\tau}{\delta(p*cr-\tilde{p})} \qquad (9)$$

Первое состояние

$$\tilde{M}*+$$

устойчиво и соответствует стабильному функционированию предприятия.

Второе состояние

$$\tilde{M}*-$$

неустойчиво, так что при

$$M < \tilde{M}*-$$

оборотные средства падают

$$(\partial M/\partial t < 0)$$

,

то есть, фирма идет к банкротству.

По смыслу

$$\tilde{M}*-$$

соответствует начальному капиталу, необходимому для входа в рынок.

Для двух фирм

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Последнее означает, что у потребителей в этой нише нет априорных предпочтений, и они приобретут тот или иной товар, не обращая внимания на знак фирмы.

В этом случае, на рынке устанавливается единая цена, которая определяется балансом суммарного предложения и спроса. Иными словами, в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.)

Уравнения динамики оборотных средств запишем по аналогии с (2) в виде

$$\begin{cases} \frac{\partial M_1}{\partial t} = -\frac{M_1}{\tau_1} + N_1 q(1-\frac{p}{p_{cr}})p - \kappa_1 \\ \frac{\partial M_2}{\partial t} = -\frac{M_2}{\tau_2} + N_2 q(1-\frac{p}{p_{cr}})p - \kappa_2 \end{cases} \qquad (10)$$

где использованы те же обозначения, а индексы 1 и 2 относятся к первой и второй фирме, соответственно. Величины N_1 и N_2 – числа потребителей, приобретших товар первой и второй фирмы.

Учтем, что товарный баланс устанавливается быстро, то есть, произведенный каждой фирмой товар не накапливается, а реализуется по цене p. Тогда

$$\begin{cases} \frac{M_1}{\ldots} = -N_1 q(1-\frac{p}{\ldots}) \ldots \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{}{\tau_1\tilde{p}*1} = -N_1q(1 - \frac{}{p*cr}) \\ \frac{M_2}{\tau_2\tilde{p}*2} = -N_2q(1 - \frac{p}{p*cr}) \end{cases} \tag{11}$$

где

$$\tilde{p}_1 u \tilde{p}_2$$

– себестоимости товаров в первой и второй фирме.

С учетом (10) представим (11) в виде

$$\begin{cases} \frac{\partial M_1}{\partial t} = -\frac{M_1}{\tau_1}(1 - \frac{p}{\tilde{p}_1}) - \kappa_1 \\ \frac{\partial M_2}{\partial t} = -\frac{M_2}{\tau_2}(1 - \frac{p}{\tilde{p}_2}) - \kappa_2 \end{cases} \tag{12}$$

Уравнение для цены, по аналогии с (3),

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\gamma(\frac{M_1}{\tau_1\tilde{p}_1} + \frac{M_2}{\tau_2\tilde{p}*2} - Nq(1 - \frac{p}{p*cr}) \tag{13}$$

Считая, как и выше, что ценовое равновесие устанавливается быстро, получим:

$$p = p_{cr}(1 - \frac{1}{Nq}(\frac{M_1}{\tau_1\tilde{p}_1} + \frac{M_2}{\tau_2\tilde{p}_2})) \tag{14}$$

Подставив (14) в (12) имеем:

$$\begin{cases} \frac{\partial M_1}{\partial t} = c_1M_1 - bM_1M_2 - a_1M_1^2 - \kappa_1 \\ \frac{\partial M_2}{\partial t} = c_2M_2 - bM_1M_2 - a_2M_2^2 - \kappa_2 \end{cases} \tag{15}$$

где

$$a_1 = \frac{p_{cr}}{\tau_1^2\tilde{p}*1^2Nq}, a_2 = \frac{p*cr}{\tau_2^2\tilde{p}*2^2Nq}, b = \frac{p*cr}{\tau_1^2\tilde{p}_1^2\tau_2^2\tilde{p}*2^2Nq}, c_1 = \frac{p*cr - \tilde{p}_1}{\tau_1^2\tilde{p}*1^2}, c_2 = \frac{p*cr - \tilde{p}_2}{\tau_2^2\tilde{p}_2^2} \tag{16}$$

Исследуем систему (15) в случае, когда постоянные издержки (к*1, к*2) пренебрежимо малы. И введем нормировку

$$t = c_1\theta.$$

Получим следующую систему:

$$\begin{cases} \frac{\partial M_1}{\partial \theta} = M_1 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_1}{c_1}M_1^2 \\ \frac{\partial M_2}{\partial \theta} = \frac{c_2}{c_1}M_2 - \frac{b}{c_1}M_1M_2 - \frac{a_2}{c_1}M_2^2 \end{cases} \tag{17}$$

Стационарная точка

Приравниваем первое уравнение из системы (17) к нулю и находим корни:

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = \frac{c_1 - by}{a_1} \end{cases} \tag{18}$$

Отбрасываем 0, потому что он не может быть стационарным состоянием, и находим вторую точку:

$$\begin{cases} x = \frac{c_1 - by}{a_1} \\ y = \frac{a_1c_2 - bc_1}{a_1a_2 - b^2} \end{cases} \tag{18}$$

Подставляем значение y и получаем:

$$\begin{cases} x = \frac{c_1a_2 - bc_2}{a_1a_2 - b^2} \\ y = \frac{a_1c_2 - bc_1}{a_1a_2 - b^2} \end{cases} \tag{19}$$

Выполнение лабораторной работы

Код программы

```
model lab8

constant Real p_cr=50; //критическая стоимость продукта
constant Real tau1=36; //длительность производственного цикла фирмы 1
constant Real p1=10; //себестоимость продукта у фирмы 1
constant Real tau2=30; //длительность производственного цикла фирмы 2
constant Real p2=12; //себестоимость продукта у фирмы 2
constant Real N=50; //число потребителей производимого продукта
constant Real q=1; //максимальная потребность одного человека в продукте в единицу
времени

constant Real a1=p_cr/(tau1*tau1*p1*p1*N*q);
constant Real a2=p_cr/(tau2*tau2*p2*p2*N*q);
constant Real b=p_cr/(tau1*tau1*tau2*tau2*p1*p1*p2*p2*N*q);
constant Real c1=(p_cr-p1)/(tau1*p1);
constant Real c2=(p_cr-p2)/(tau2*p2);

Real M1;
Real M2;

initial equation //начальные условия
M1=8;
M2=10;

equation
//первый случай
/*der(M1)=M1-(b/c1)*M1*M2-(a1/c1)*M1*M1;
der(M2)=(c2/c1)*M2-(b/c1)*M1*M2-(a2/c1)*M2*M2;*/

//второй случай
der(M1)=M1-(b/c1+0,00041)*M1*M2-(a1/c1)*M1*M1;
der(M2)=(c2/c1)*M2-(b/c1)*M1*M2-(a2/c1)*M2*M2;

end lab8;
```

Графики

Первый случай(рис.01):

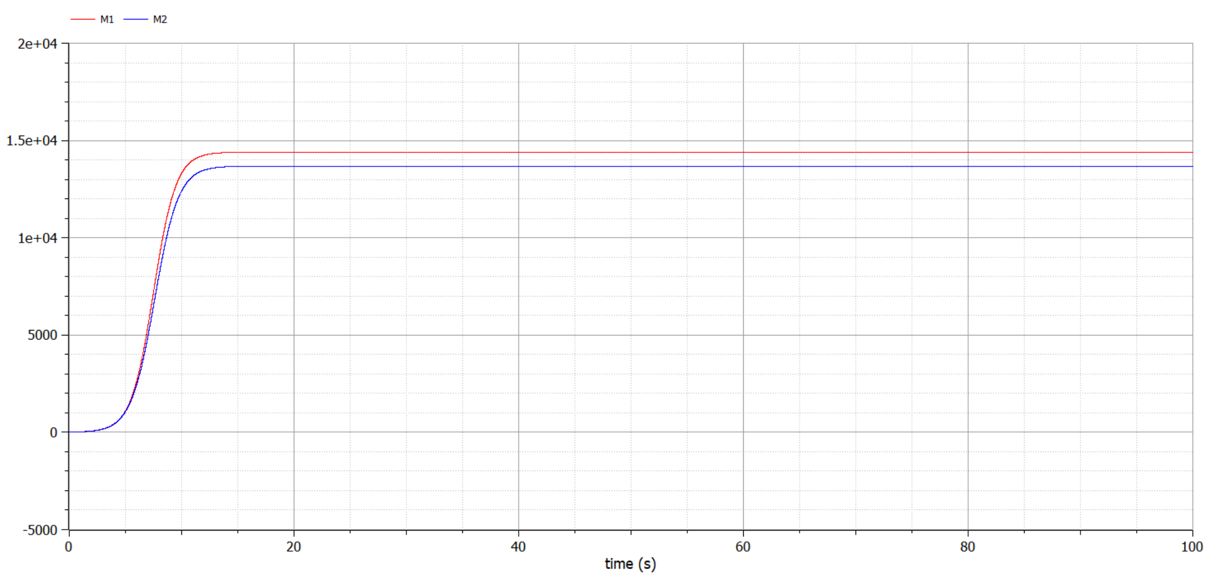

рис.01

Каждая фирма достигает свое максимальное значение объема продаж и остается на рынке с этим значением, то есть каждая фирма захватывает свою часть рынка потребителей, которая не изменяется.

Второй случай(рис.02):

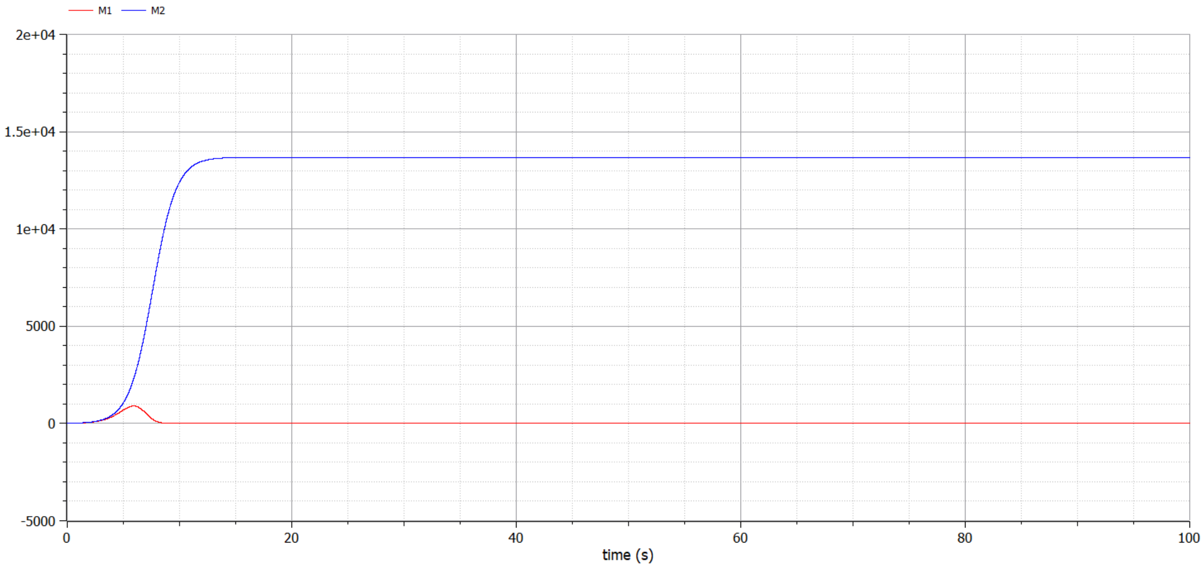

рис.02

По графику видно, что первая фирма (M2), несмотря на начальный рост, достигнув своего максимального объема продаж, начитает нести убытки и в итоге стаблизирует ситуацию. Динамика роста объемов оборотных средств второй фирмы остается без изменения: достигнув максимального значения, остается на этом уровне.

Вывод

1. Рассмотрел модель конкуренции двух фирм в разных случаях.
2. Построил и проанализировать графики.

Список литературы

Кулябов Д.С "Лабораторная работа №8": https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1343825/mod_resource/content/2/Лабораторная%20работа%20№%207.pdf