Цель работы

- Рассмотреть простейшую модель боевых действий – модель Ланчестера:
- Научиться составлять системы дифференциальных уравнений изменения численностей армий;
- Научиться строить графики для моделей боевых действий.

Задание №51

Между страной *X* и страной *У* идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями *x(t)* и *y(t)*. В начальный момент времени страна *X* имеет армию численностью 25000 человек, а в распоряжении страны *У* армия численностью в *39000* человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты *a, b, c, h* постоянны. Также считаем *P(t)* и *Q(t)* непрерывные функции.

Постройте графики изменения численности войск армии *X* и армии *У* для следующих случаев:

```
                  1.Модель боевых действий между регулярными войсками
```

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -0.441x(t) - 0.773y(t) + sin(2t) + 1$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -0.55x(t) - 0.664y(t) + cos(2t) + 1$$

```
                  2.Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и
партизанских отрядов
```

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -0.399x(t) - 0.688y(t) + sin(2t) + 2$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -0.299x(t)y(t) - 0.811y(t) + cos(3t) + 1$$

Краткая теоретическая справка

Рассмотрим некоторые простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера. В противоборстве могут принимать участие как регулярные войска, так и партизанские отряды. В общем случае главной характеристикой соперников являются численности сторон. Если в какой-то момент времени одна из численностей обращается в нуль, то данная сторона считается проигравшей (при условии, что численность другой стороны в данный момент положительна).

Рассмотри три случая ведения боевых действий:

1. Боевые действия между регулярными войсками.
2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов.
3. Боевые действия между партизанскими отрядами.
    - В первом случае численность регулярных войск определяется тремя факторами:

скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство);

- Скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связанно с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.);
- Скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени). В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом.

В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$
$$\frac{\partial y}{\partial t} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

Потери, не связанные с боевыми действиями, описывают члены *-a(t)x(t)* и *-h(t)y(t)* , члены *-b(t)y(t)* и *-c(t)x(t)* отражают потери на поле боя. Коэффициенты *b(t)* и *c(t)* указывают на эффективность боевых действий со стороны *y* и *x* соответственно, *a(t), h(t)* - величины, характеризующие степень влияния различных факторов на потери. Функции *P(t), Q(t)* учитывают возможность подхода подкрепления к войскам *X* и *У* в течение одного дня.

```
Во втором случае в борьбу добавляются партизанские отряды. Нерегулярные войска в
отличии от постоянной армии менее уязвимы, так как действуют скрытно, в этом
случае сопернику приходится действовать неизбирательно, по площадям, занимаемым
партизанами. Поэтому считается, что тем потерь партизан, проводящих свои операции
в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только
численности армейских соединений, но и численности самих партизан. В результате
модель принимает вид:
```

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$
$$\frac{\partial y}{\partial t} = -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

В этой системе все величины имеют тот же смысл, описанный выше.

Выполнение лабораторной работы

Случай 1: Модель боевых действий между регулярными войсками

model lab03

parameter Real t;

constant Real a=0.441;
constant Real b=0.89;
constant Real c=0.299;
constant Real h=0.811;

Real p;
Real q;
Real x;
Real y;

initial equation
x=25000;
y=39000;
t=0;

equation
p= sin(2*t) + 2;*
*q= cos(3*t) + 1;
der(x)=-a*x-b*y+p;
der(y)=-c*x-h*y+q;

end lab03;

График первого случая (рис.01).

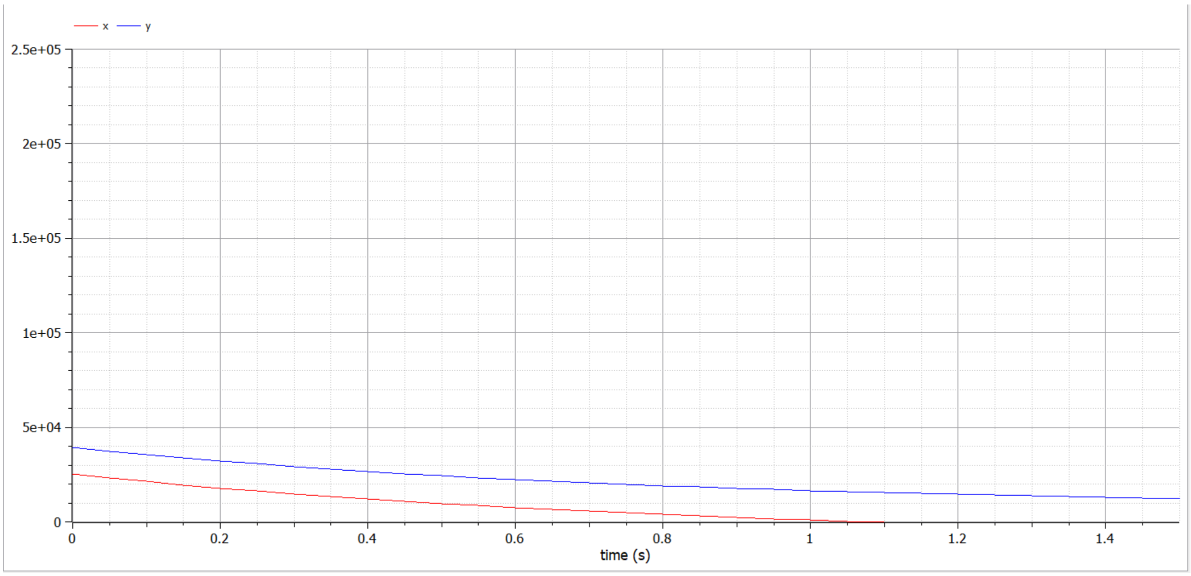

рис.01

Победила страна Y.

Случай 2: Модель боевых действий между регулярными войсками и партизанами

model lab03

parameter Real t;

constant Real a=0.399;
constant Real b=0.688;
constant Real c=0.299;
constant Real h=0.811;

Real p;
Real q;
Real x;
Real y;

initial equation
x=25000;
y=39000;
t=0;

equation
p= sin(2*t) + 2;*
*q= cos(3*t) + 1;
der(x)=-a*x-b*y+p;
der(y)=-c*x*y-h*y+q;

end lab03;

График второго случая (рис.02).

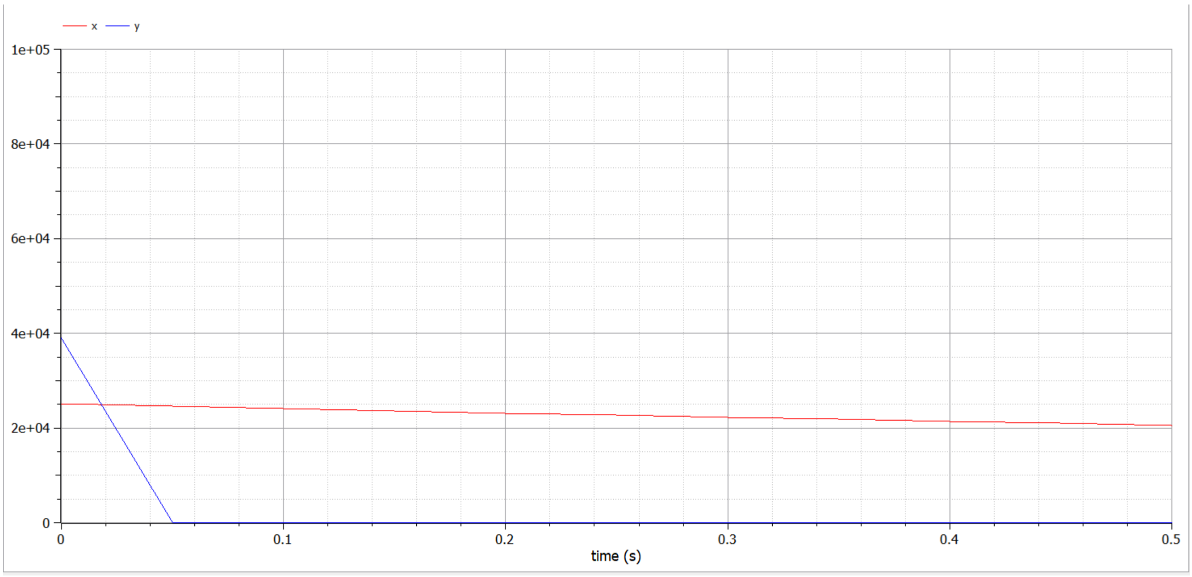

рис.02

Победила страна X.

Вывод

- Научился строить простые модели
- Научился строить графики моделей военных действий (численность армии)
- Рассмотрел модель боевых действий - модель Ланчествера

Список литературы

Кулябов Д.С "Лабораторная работа №3": https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1343805/mod_resource/content/2/Лабораторная%20работа%20№%202.pdf