

Цель работы

В данной лабораторной работе нам предстоит научиться решать задачу о погоне через полярные координаты, строить графики траектории движения в Scilab, выводить уравнение, описывающее движение.

Вариант 51

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 16,2 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

Выполнение лабораторной работы

Постановка задачи

1. Место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения:

$$t_0 = 0, x_{л0} = 0$$

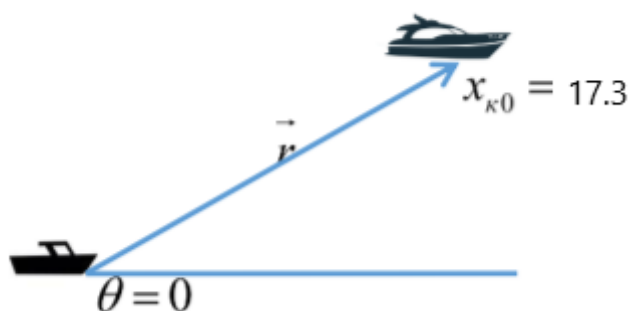
Место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки:

$$x_{к0} = 17.3$$

2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров,

$$x_{л0}(\theta = x_{л0} = 0)$$

а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны (рис.01)



3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса, только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.
4. Чтобы найти расстояние x (расстояние, после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер — $k - x$ (или $k + x$ в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как

$$x/v$$

или

$$k - x/5.1v$$

во втором случае

$$k + x/5.1v.$$

Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения:

в первом случае

$$\frac{x}{v} = \frac{17.3 - x}{5.1v}$$

во втором случае

$$\frac{x}{v} = \frac{17.3 + x}{5.1v}.$$

Отсюда мы найдем два значения

$$x_1 = \frac{17.3}{4.1}$$

$$x_2 = \frac{17.3}{6.1}$$

, задачу будем решать для двух случаев.

5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса, удаляясь от него со скоростью лодки V . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие :

— радиальная скорость

$$v_r$$

— тангенциальная скорость.

$$v_\tau$$

Радиальная скорость - это скорость, с которой катер удаляется от полюса:

$$v_r = \frac{dr}{dt}.$$

Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем

$$\frac{dr}{dt} = v.$$

Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна

$$v_\tau = r \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

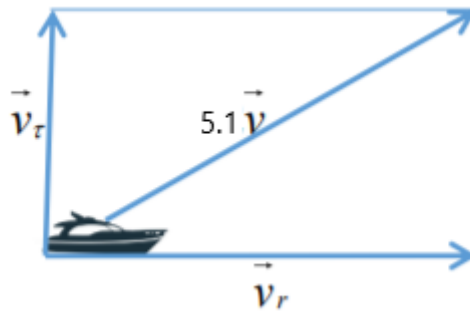
Из рисунка (рис.02) видно:

$$v_\tau = \sqrt{26.01v^2 - v^2} = \sqrt{25.01}v$$

(учитывая, что радиальная скорость равна v).

Тогда получаем

$$r \frac{\partial \theta}{\partial t} = \sqrt{25.01}v$$



6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial r}{\partial t} = v \\ r \frac{\partial \theta}{\partial t} = \sqrt{25.01}v \end{cases}$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 \end{cases}$$

и

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по t , можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{\partial r}{\partial \theta} = \frac{r}{\sqrt{25.01}}.$$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

Код программы

Данная лабораторная работа выполнялась в программе Scilab 6.1.1.

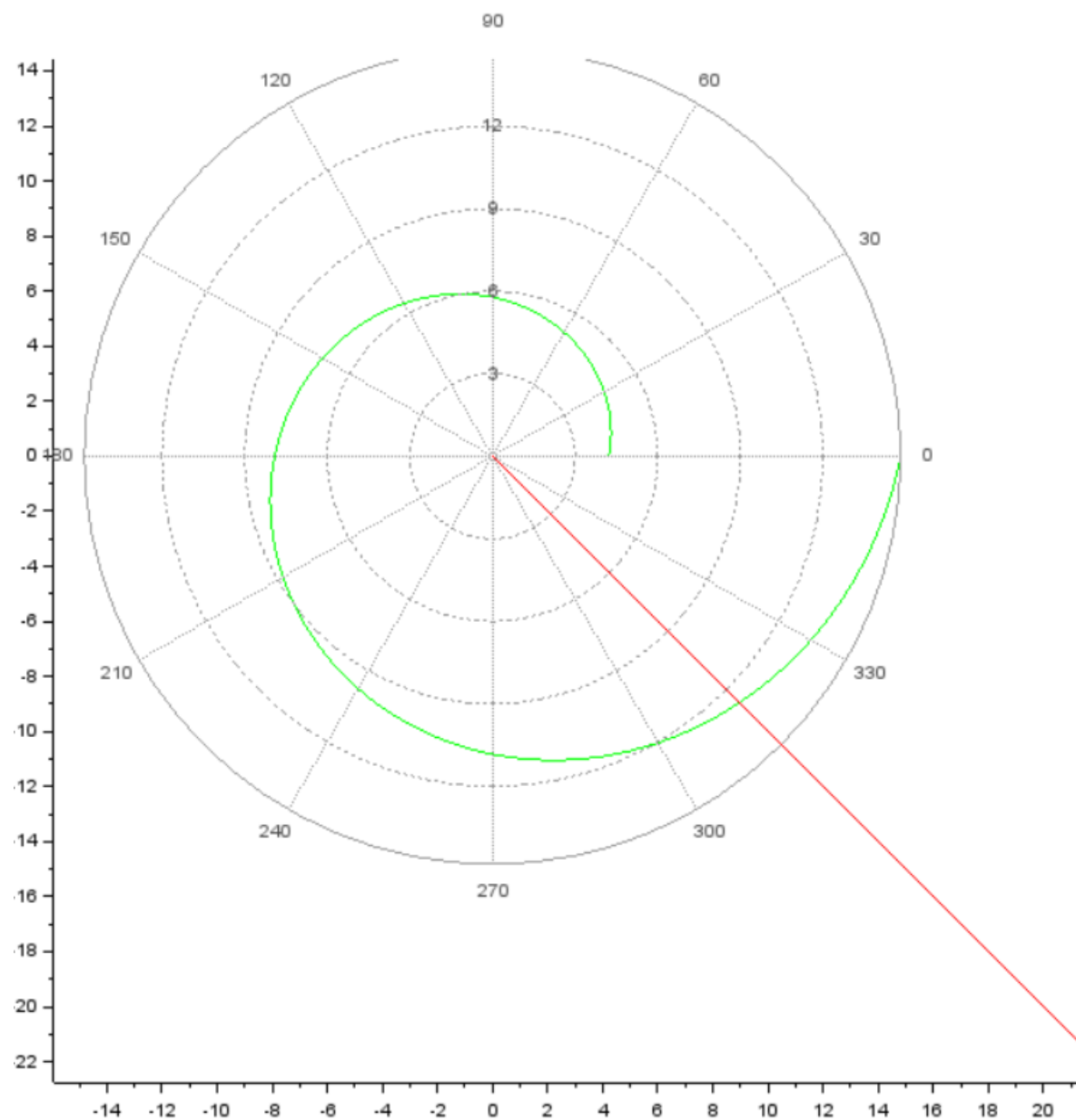
Код представлен ниже. (рис.03)

```
1 //случай 1
2 r0=17.3/4.1;
3 tetha0=0;
4
5 //случай 2
6 //r0=17.3/6.1;
7 //tetha0=-%pi;
8
9 //движение катера береговой охраны
1 function dr=f(tetha, r)
2 dr=r/sqrt(25.01);
3 endfunction;
13 //движение лодки браконьеров
1 function xt=f2(t)
2 xt=tan(fi)*t;
3 endfunction
17
18 fi=3*pi/4;
19 tetha=tetha0:0.001:2*pi;
20 r=ode(r0,tetha0,tetha,f);
21 t=0:1:800;
22
23
24
25 // Построение траектории движения катера (зеленый) и лодки (красный)
26 polarplot(tetha,r,style=color('green'));
27 plot2d(t,f2(t),style=color('red'));
```

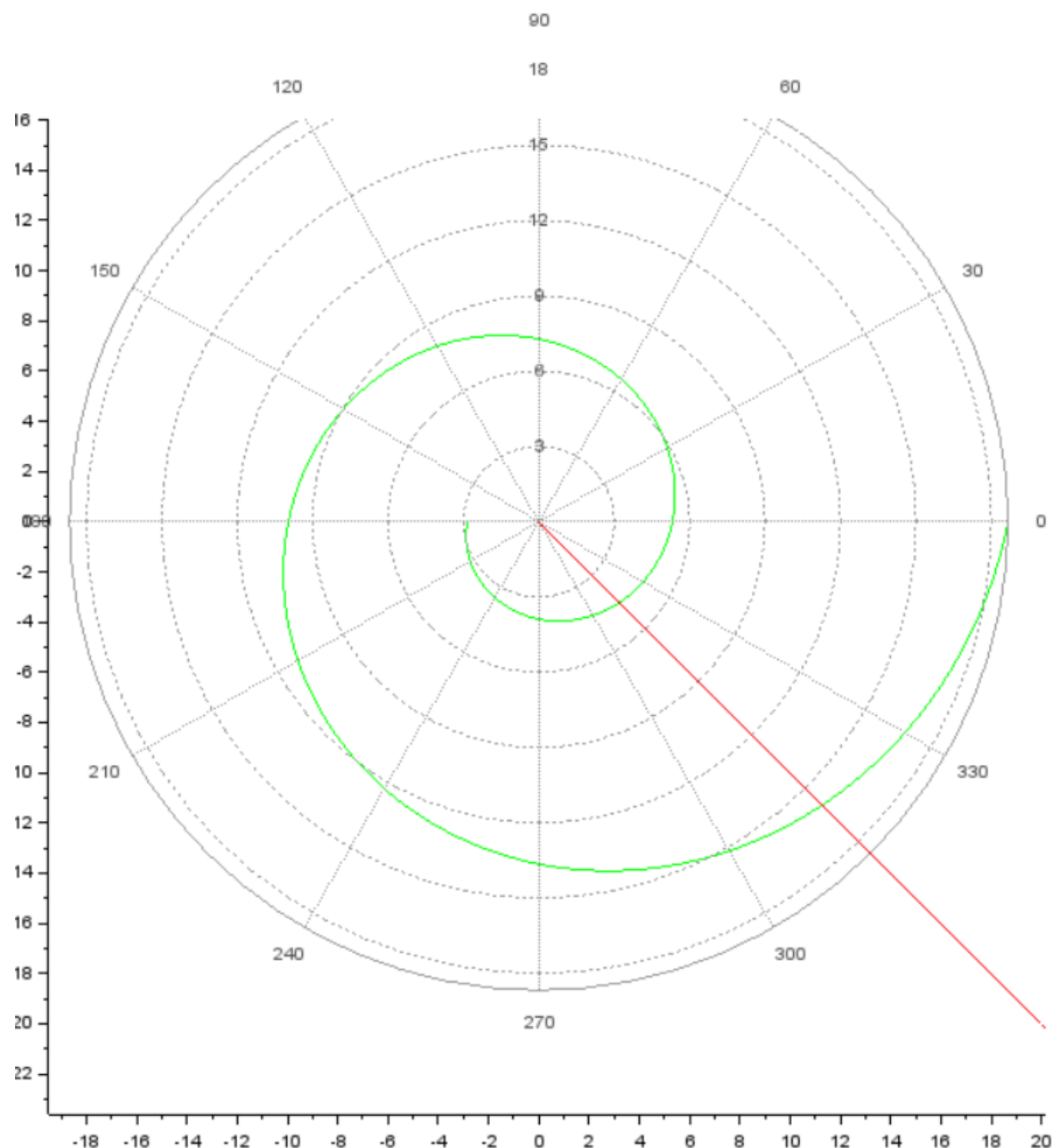
Построение траектории движения и точки пересечения

Графики движения и точки пересечения. Зелёным цветом — охрана, красным — браконьеры.

Случай первый. (рис.04)



Случай второй. (рис.05)



Выводы

1. Записал уравнение описывающее движение катера и лодки с начальными условиями.
2. Построил траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Нашел точку пересечения
4. Научился решать подобные задачи и работать в Scilab

Список литературы
