Лабораторная работа №8

Модель конкуренции двух фирм

Смирнов Артем"

Содержание

# Цель работы

1. Рассмотреть модель конкуренции двух фирм в разных случаях.
2. Построить и проанализировать графики.

# Задание №51

**Случай 1.** Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

**Случай 2.** Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед M1 M2 будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами:

— оборотные средства фирмы 1

— оборотные средства фирмы 2

— критическая стоимость продукта

— число потребителей производимого продукта

— максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени

— длительность производственного цикла фирмы 1

— длительность производственного цикла фирмы 2

— себестоимость продукта у фирмы 1

— себестоимость продукта у фирмы 2

1. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для случая 1.
2. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для случая 2.

# Краткая теоретическая справка

### Для одной фирмы

Для построения модели конкуренции хотя бы двух фирм необходимо рассмотреть модель одной фирмы. Вначале рассмотрим модель фирмы,производящей продукт долговременного пользования, когда цена его определяется балансом спроса и предложения. Примем, что этот продукт занимает определенную нишу рынка и конкуренты в ней отсутствуют.

Обозначим:

– число потребителей производимого продукта.

– доходы потребителей данного продукта. Считаем, что доходы всех потребителей одинаковы. Это предположение справедливо, если речь идет об одной рыночной нише, т.е. производимый продукт ориентирован на определенный слой населения.

– оборотные средства предприятия

– длительность производственного цикла

– рыночная цена товара

– себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции.

– доля оборотных средств, идущая на покрытие переменных издержек.

– постоянные издержки, которые не зависят от количества выпускаемой продукции.

– функция спроса, зависящая от отношения дохода S к цене p. Она равна количеству продукта, потребляемого одним потребителем в единицу времени.

Функцию спроса товаров долговременного использования часто представляют в простейшей форме:

$$\tag{1} Q = q - k \frac{P}{S} = q(1 - \frac{p}{p\_{cr}})$$

где

– максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени.

Эта функция падает с ростом цены и при p = pcr (критическая стоимость продукта)потребители отказываются от приобретения товара. Величина pcr = Sq/k. Параметр k – мера эластичности функции спроса по цене. Таким образом, функция спроса в форме (1) является пороговой (то есть, Q(S/p) = 0 при

и обладает свойствами насыщения.

Уравнения динамики оборотных средств можно записать в виде

$$\tag{2} \frac{\partial M}{\partial t} = -\frac{M \delta}{\tau} + NQp - \kappa = -\frac{M \delta}{\tau} + NQ(1 - \frac{p}{p\_{cr}})p - \kappa$$

Уравнение для рыночной цены p представим в виде

$$\tag{3} \frac{\partial p}{\partial t} = \gamma (-\frac{M \delta}{\tau \tilde{p}} + NQ(1 - \frac{p}{p\_{cr}})$$

Первый член соответствует количеству поставляемого на рынок товара (то есть, предложению), а второй член – спросу.

Параметр

зависит от скорости оборота товаров на рынке. Как правило, время торгового оборота существенно меньше времени производственного цикла

. При заданном M уравнение (3) описывает быстрое стремление цены к равновесному значению цены, которое устойчиво.

В этом случае уравнение (3) можно заменить алгебраическим соотношением

$$\tag{4} -\frac{M \delta}{\tau \tilde{p}} + NQ(1 - \frac{p}{p\_{cr}}) = 0$$

Из (4) следует, что равновесное значение цены p равно

$$\tag{5} p = p\_{cr}(1 - \frac{M \delta}{\tau \tilde{p} Nq})$$

Уравнение (2) с учетом (5) приобретает вид

$$\tag{6} \frac{\partial M}{\partial t} = M \frac{\delta}{\tau}(\frac{p\_{cr}}{\tilde{p}} - 1) - M^2 (\frac{\delta}{\tau \delta{p}})^2 \frac{p\_{cr}}{Nq} - \kappa$$

Уравнение (6) имеет два стационарных решения, соответствующих условию :

$$\tag{7} \tilde{M}\_{1,2} = \frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - b}$$

где

$$\tag{8} a = Nq(1 - \frac{\tilde{p}}{p\_{cr}}) \tilde{p} \frac{\tau}{\delta}, b = \kappa Nq \frac{(\tau \tilde{p})^2}{p\_{cr} \delta^2}$$

Из (7) следует, что при больших постоянных издержках (в случае a^2 < 4b) стационарных состояний нет. Это означает, что в этих условиях фирма не может функционировать стабильно, то есть, терпит банкротство. Однако, как правило, постоянные затраты малы по сравнению с переменнымии играют роль, только в случае, когда оборотные средства малы. При

стационарные значения M равны

$$\tag{9} \tilde{M}\*+ = Nq \frac{\tau}{\delta}(1 - \frac{\tilde{p}}{p\*{cr}}) \tilde{p}, \tilde{M}\*- = \kappa \tilde{p} \frac{\tau}{\delta(p\*{cr} - \tilde{p})}$$

Первое состояние

устойчиво и соответствует стабильному функционированию предприятия.

Второе состояние

неустойчиво, так что при

оборотные средства падают

,

то есть, фирма идет к банкротству.

По смыслу

соответствует начальному капиталу, необходимому для входа в рынок.

### Для двух фирм

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Последнее означает, что у потребителей в этой нише нет априорных предпочтений, и они приобретут тот или иной товар, не обращая внимания на знак фирмы.

В этом случае, на рынке устанавливается единая цена, которая определяется балансом суммарного предложения и спроса. Иными словами, в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.)

Уравнения динамики оборотных средств запишем по аналогии с (2) в виде

$$\tag{10} \begin{cases} \frac{\partial M\_1}{\partial t} = - \frac{M\_1}{\tau\_1} + N\_1q(1 - \frac{p}{p\_{cr}})p - \kappa\_1 \ \\ \frac{\partial M\_2}{\partial t} = - \frac{M\_2}{\tau\_2} + N\_2q(1 - \frac{p}{p\_{cr}})p - \kappa\_2 \end{cases}$$

где использованы те же обозначения, а индексы 1 и 2 относятся к первой и второй фирме, соответственно. Величины N\_1 и N\_2 – числа потребителей, приобретших товар первой и второй фирмы.

Учтем, что товарный баланс устанавливается быстро, то есть, произведенный каждой фирмой товар не накапливается, а реализуется по цене p. Тогда

$$\tag{11} \begin{cases} \frac{M\_1}{\tau\_1 \tilde{p}\*1} = - N\_1q(1 - \frac{p}{p\*{cr}}) \ \\ \frac{M\_2}{\tau\_2 \tilde{p}\*2} = - N\_2q(1 - \frac{p}{p\*{cr}}) \end{cases}$$

где

– себестоимости товаров в первой и второй фирме.

С учетом (10) представим (11) в виде

$$\tag{12} \begin{cases} \frac{\partial M\_1}{\partial t} = - \frac{M\_1}{\tau\_1}(1 - \frac{p}{\tilde{p}\_1}) - \kappa\_1 \ \\ \frac{\partial M\_2}{\partial t} = - \frac{M\_2}{\tau\_2}(1 - \frac{p}{\tilde{p}\_2}) - \kappa\_2 \end{cases}$$

Уравнение для цены, по аналогии с (3),

$$\tag{13} \frac{\partial p}{\partial t} = - \gamma (\frac{M\_1}{\tau\_1 \tilde{p}\_1} + \frac{M\_2}{\tau\_2 \tilde{p}\*2} - Nq (1 - \frac{p}{p\*{cr}})$$

Считая, как и выше, что ценовое равновесие устанавливается быстро, получим:

$$\tag{14} p = p\_{cr} (1 - \frac{1}{Nq} (\frac{M\_1}{\tau\_1 \tilde{p}\_1} + \frac{M\_2}{\tau\_2 \tilde{p}\_2}))$$

Подставив (14) в (12) имеем:

$$\tag{15} \begin{cases} \frac{\partial M\_1}{\partial t} = c\_1 M\_1 - b M\_1 M\_2 - a\_1 M\_1^2 - \kappa\_1 \ \\ \frac{\partial M\_2}{\partial t} = c\_2 M\_2 - b M\_1 M\_2 - a\_2 M\_2^2 - \kappa\_2 \end{cases}$$

где

$$\tag{16} a\_1 = \frac{p\_{cr}}{\tau\_1^2 \tilde{p}\*1^2 Nq}, a\_2 = \frac{p\*{cr}}{\tau\_2^2 \tilde{p}\*2^2 Nq}, b = \frac{p\*{cr}}{\tau\_1^2 \tilde{p}\_1^2 \tau\_2^2 \tilde{p}\*2^2 Nq}, c\_1 = \frac{p\*{cr} - \tilde{p}\_1}{\tau\_1^2 \tilde{p}\*1^2}, c\_2 = \frac{p\*{cr} - \tilde{p}\_2}{\tau\_2^2 \tilde{p}\_2^2}$$

Исследуем систему (15) в случае, когда постоянные издержки (κ*1, κ*2) пренебрежимо малы. И введем нормировку

Получим следующую систему:

$$\tag{17} \begin{cases} \frac{\partial M\_1}{\partial \theta} = M\_1 - \frac{b}{c\_1} M\_1 M\_2 - \frac{a\_1}{c\_1} M\_1^2 \ \\ \frac{\partial M\_2}{\partial \theta} = \frac{c\_2}{c\_1} M\_2 -\frac{b}{c\_1} M\_1 M\_2 - \frac{a\_2}{c\_1} M\_2^2 \end{cases}$$

### Cтационарная точка

Приравниваем первое уравнение из системы (17) к нулю и находим корни:

$$\tag{18} \begin{cases} x\_1 = 0 \\ x\_2 = \frac{c\_1 - by}{a\_1} \end{cases}$$

Отбрасываем 0, потому что он не может быть стационарным состоянием, и находим вторую точку:

$$\tag{18} \begin{cases} x = \frac{c\_1 - by}{a\_1} \\ y = \frac{a\_1 c\_2 - b c\_1}{a\_1 a\_2 - b^2} \end{cases}$$

Подставляем значение y и получаем:

$$\tag{19} \begin{cases} x = \frac{c\_1 a\_2 - b c\_2}{a\_1 a\_2 - b^2} \ \\ y = \frac{a\_1 c\_2 - b c\_1}{a\_1 a\_2 - b^2} \end{cases}$$

# Выполнение лабораторной работы

**Код программы**

model lab8
  
  
constant Real p\_cr=50; //критическая стоимость продукта
  
constant Real tau1=36; //длительность производственного цикла фирмы 1
  
constant Real p1=10; //себестоимость продукта у фирмы 1
  
constant Real tau2=30; //длительность производственного цикла фирмы 2
  
constant Real p2=12; //себестоимость продукта у фирмы 2
  
constant Real N=50; //число потребителей производимого продукта
  
constant Real q=1; //максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени
  
  
constant Real a1=p\_cr/(tau1\*tau1\*p1\*p1\*N\*q);
  
constant Real a2=p\_cr/(tau2\*tau2\*p2\*p2\*N\*q);
  
constant Real b=p\_cr/(tau1\*tau1\*tau2\*tau2\*p1\*p1\*p2\*p2\*N\*q);
  
constant Real c1=(p\_cr-p1)/(tau1\*p1);
  
constant Real c2=(p\_cr-p2)/(tau2\*p2);
  
  
Real M1;
  
Real M2;
  
  
initial equation //начальные условия
  
M1=8;
  
M2=10;
  
  
equation
  
//первый случай
  
/\*der(M1)=M1-(b/c1)\*M1\*M2-(a1/c1)\*M1\*M1;
  
der(M2)=(c2/c1)\*M2-(b/c1)\*M1\*M2-(a2/c1)\*M2\*M2;\*/
  
  
//второй случай
  
der(M1)=M1-(b/c1+0,00041)\*M1\*M2-(a1/c1)\*M1\*M1;
  
der(M2)=(c2/c1)\*M2-(b/c1)\*M1\*M2-(a2/c1)\*M2\*M2;
  
  
end lab8;

**Графики**

Первый случай(рис.01):

рис.01

Каждая фирма достигает свое максимальное значение объема продаж и остается на рынке с этим значением, то есть каждая фирма захватывает свою часть рынка потребителей, которая не изменяется.

Второй случай(рис.02):

рис.02

По графику видно, что первая фирма (M2), несмотря на начальный рост, достигнув своего максимального объема продаж, начитает нести убытки и в итоге стаблизирует ситуацию. Динамика роста объемов оборотных средств второй фирмы остается без изменения: достигнув максимального значения, остается на этом уровне.

# Вывод

1. Рассмотрел модель конкуренции двух фирм в разных случаях.
2. Построил и проанализировать графики.

# Список литературы

Кулябов Д.С "Лабораторная работа №8": <https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1343825/mod_resource/content/2/>Лабораторная%20работа%20№%207.pdf