

24252 离散数学期末

by apl

数理逻辑

1. 使用直接证法或间接证法证明下面式子成立

$$\forall x(A(x) \rightarrow B(x)), \neg \forall x(A(x) \rightarrow C(x)) \implies \exists x B(x)$$

2. 证明 $P \leftrightarrow Q, Q \rightarrow \neg S, \neg P$ 不逻辑蕴含 S

3. 写出 $\neg(\neg P \rightarrow (Q \vee R))$ 的真值表，并写出这个命题公式的主析取范式

4. 符号化命题，利用数理逻辑判断1) 2)是否可以推出3)

1. A会和B会都在天津召开

2. 若B会在天津召开，则今年是天大130年校庆

3. 若校庆标志为 β° ，则今年是天大130周年校庆

集合论

1. 若 $B \subseteq C$, 证明 $A \times B \subseteq A \times C$
2. 设偏序关系 $\langle A, \preceq \rangle$ 中, 有 $a, b, c, d \in A$ 且 $a \preceq b, c \preceq d$, 设 $\{a, c\}, \{b, d\}$ 的上确界分别为 e, f , 证明: $e \preceq f$
3. 已知集合 A, B 是自反的, 证明: $A \oplus B$ 是反自反的
4. 设 $A = \{\frac{n}{n+1} | n \in \mathbb{N} - \{2, 91, 255\}\}$, 证明 A 是可数的

代数系统

1. 设2024阶群 $\langle G, * \rangle$ 中, $a, b \in G$, 证明:
$$(a^{2025} * b^{2023})^{2025} = (b^{2025} * a^{2023})^{2023}$$

2. 设 f, g 分别是群 $\langle A, * \rangle$ 到群 $\langle B, \Delta \rangle$ 的同态映射, 证明:
 $\langle f(A) \cap g(A), \Delta \rangle$ 是 $\langle B, \Delta \rangle$ 的子群
3. 设非平凡群 G, H 的阶数分别为 m, n , H 为 G 的子群, 令 $K = \{aH | a \in G - H\}$, 证明:
 $|K| = \frac{m}{n} - 1$
4. 已知矩阵集 $M = \{A | \det(A) = 1\}$, 其中 $\det(A)$ 表示 A 的行列式, 证明: $\langle M, * \rangle$ 是一个群, 其中 $*$ 表示矩阵乘法

图论

1. 在非平凡树 T 中, 证明去掉任意一个节点得到的子图的联通度等于该节点的度数, 即
 $W(T - \{v\}) = \deg(v)$
2. 利用邻接矩阵求解 V_3 到 V_2 路径长度为 4 的路的数量 (图略)

3. 对图进行染色，并求着色数（图略）

4. 对于一个平面简单图，设其边数为19，其中面的次数为7的面有3个，面的次数为6的面有2个，则这个图节点数为多少，为什么？