

# Proyecto A: Optimización en la Planeación de Transporte Vehicular Urbana para LogistiCo

Diego Pulido - Marco Ramirez - Daniel Fuentes

26 de marzo de 2025

## Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>2</b>
<b>2. Formulación Matemática del Modelo</b>	<b>2</b>
2.1. Definición de Conjuntos . . . . .	2
2.2. Definición de Parámetros . . . . .	2
2.3. Variables de Decisión . . . . .	3
2.4. Función Objetivo . . . . .	4
2.5. Restricciones . . . . .	4
<b>3. Proceso de Indagación y Función Objetivo</b>	<b>6</b>
<b>4. Preprocesamiento de Datos y Análisis</b>	<b>6</b>
<b>5. Ejemplos Ilustrativos</b>	<b>7</b>
<b>6. Justificación y Discusión</b>	<b>8</b>
<b>7. Limitaciones de negocio</b>	<b>8</b>
<b>8. Conclusiones</b>	<b>8</b>

## 1. Introducción

El presente documento tiene como objetivo presentar la formulación matemática completa para el problema de optimización en la asignación de inventario y planificación de rutas para LogistiCo, en el contexto de la Urban Logistics en Bogotá. Se busca **minimizar los costos operativos y de transporte, considerando las limitaciones reales del negocio**: capacidad de almacenamiento en centros de distribución, demanda en zonas de entrega, capacidades y rangos operativos de los vehículos, entre otros.

## 2. Formulación Matemática del Modelo

### 2.1. Definición de Conjuntos

**D** Conjunto de centros de distribución (depots).

$$D = \{CD1, CD2, CD3\}$$

**C** Conjunto de clientes o zonas de entrega.

$$C = \{C1, C2, C3\}$$

**N** Conjunto de todos los nodos (centros de distribución y clientes).

$$N = D \cup C$$

**V** Conjunto de vehículos disponibles.

$$V = \{V1, V2, V3\}$$

**A** Conjunto de arcos o rutas posibles entre nodos, definidos por:

$$A = \{(i, j) \in N \times N \mid i \neq j\}$$

### 2.2. Definición de Parámetros

A continuación se listan las constantes y datos operativos:

**P1: Distancias:**  $d_{ij}$  es la distancia en kilómetros entre los nodos  $i$  y  $j$ . Para calcular la distancia en kilómetros entre dos nodos  $i$  y  $j$  se utilizará la API de Google Maps, se emplea el método computeRoutes del Routes API. Este método proporciona información detallada sobre la ruta, incluyendo la distancia y el tiempo estimado de viaje.

POST <https://routes.googleapis.com/directions/v2:computeRoutes>

Habrá más detalles de como implementar esto más abajo en el documento

**P2: Demanda:**  $q_j$  representa la demanda en unidades del cliente  $j$ .

Para  $j \in C$ , se tiene que:

$$q_j = \begin{cases} 50, & \text{si } j = C1, \\ 80, & \text{si } j = C2, \\ 65, & \text{si } j = C3. \end{cases}$$

Además, **para los centros de distribución  $i \in D$ , se asume  $q_i = 0$** .

**P3: Stock en Depots:**  $s_i$  es el inventario disponible en el centro de distribución  $i \in D$ .

$$s_{CD1} = 20000, \quad s_{CD2} = 50000, \quad s_{CD3} = 30000.$$

**P4: Capacidad de Vehículos:**  $cap_v$  es la capacidad máxima en unidades del vehículo  $v \in V$ .

$$cap_{V1} = 100, \quad cap_{V2} = 80, \quad cap_{V3} = 150.$$

**P5: Rango Operativo:**  $r_v$  es el rango máximo (en km) que puede recorrer el vehículo  $v \in V$ .

$$r_{V1} = 120, \quad r_{V2} = 100, \quad r_{V3} = 150.$$

**P6: Constantes de Costo:** Se consideran las siguientes constantes:

- Tarifa de flete:  $F_t = 5000$  COP/km.
- Costo de mantenimiento:  $C_m = 700$  COP/km.
- Precio del combustible:  $P_f = 16,259$  COP/gal.  
Fuente: CREG, a partir de marzo de 2025.
- Consumo de combustible: Para este tipo de trabajos, las empresas como Mercado Libre o Amazon usan, normalmente modelos como furgonetas como la Nissan NV200 en su versión de gasolina (imagen adjunta), la cual tiene un consumo de 0,0233 gal/km, lo que implica un costo por km de:

$$\text{Costo de combustible} = P_f \times 0,0233 = 379 \text{ COP/km.}$$



Se define el factor de costo total por km como:

$$c = F_t + C_m + 379 = 6079 \text{ COP/km.}$$

### 2.3. Variables de Decisión

Se definen las siguientes variables:

**X1: Ruta:**  $x_{vij} \in \{0, 1\}$ , que vale 1 si el vehículo  $v \in V$  viaja directamente del nodo  $i$  al nodo  $j$ , y 0 en caso contrario.

$$x_{vij} = \begin{cases} 1, & \text{si el vehículo } v \text{ recorre el arco } (i, j), \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

**X2: Flujo de Inventario:**  $f_{vij} \geq 0$ , cantidad de inventario (en unidades) transportado por el vehículo  $v$  en el arco  $(i, j)$ .

**X3: Variable Auxiliar para Eliminación de Subtours:**  $u_{vi}$ , que representa la posición del nodo  $i$  en la ruta del vehículo  $v$ . Se utiliza en la formulación de Miller-Tucker-Zemlin (MTZ) para eliminar ciclos.

**X4: Variables de Depósito de Inicio y Fin:**

$\text{start}_{vd} \in \{0, 1\}$  indica si el vehículo  $v$  inicia en el depósito  $d \in D$ ,

$\text{end}_{vd} \in \{0, 1\}$  indica si el vehículo  $v$  termina en el depósito  $d \in D$ .

## 2.4. Función Objetivo

El objetivo es minimizar el costo total de transporte, el cual se modela como el costo por kilómetro multiplicado por la distancia recorrida por cada vehículo a lo largo de los arcos seleccionados.

La función objetivo se expresa como:

$$\min(\sum_{v \in V} \sum_{(i,j) \in A} c d_{ij} x_{vij})$$

Esta función agrupa el costo de cada arco recorrido, ponderado por la distancia y el factor de costo total.

## 2.5. Restricciones

A continuación se describen las restricciones del modelo:

### 1. Visita Única a Clientes

Cada cliente debe ser visitado exactamente una vez (por algún vehículo):

$$\sum_{v \in V} \sum_{\substack{i \in N \\ i \neq j}} x_{vij} = 1 \quad \forall j \in C.$$

### 2. Balance de Flujo en Nodos

Para los clientes, el flujo entrante menos el flujo saliente debe satisfacer la demanda:

$$\sum_{\substack{i \in N \\ i \neq j}} f_{vij} - \sum_{\substack{k \in N \\ k \neq j}} f_{vjk} = q_j \sum_{\substack{i \in N \\ i \neq j}} x_{vij} \quad \forall v \in V, j \in C.$$

En los depósitos se debe omitir la restricción.

### 3. Vinculación entre Ruta y Flujo

El flujo de inventario en el arco  $(i, j)$  no puede superar la capacidad del vehículo si se recorre ese arco:

$$f_{vij} \leq \text{cap}_v x_{vij} \quad \forall v \in V, (i, j) \in A.$$

### 4. Restricción de Rango Operativo

La distancia total recorrida por cada vehículo no puede exceder su rango operativo:

$$\sum_{(i,j) \in A} d_{ij} x_{vij} \leq r_v \quad \forall v \in V.$$

## 5. Restricción de Stock en Depots

La cantidad total despachada desde un centro de distribución no puede superar el stock disponible:

$$\sum_{v \in V} \sum_{\substack{j \in N \\ j \neq d}} f_{vdj} \leq s_d \quad \forall d \in D.$$

## 6. Restricción de Asignación de Depósito de Inicio y Fin

Cada vehículo debe iniciar y terminar su ruta en a lo sumo un depósito:

$$\sum_{d \in D} \text{start}_{vd} \leq 1 \quad \forall v \in V, \quad \sum_{d \in D} \text{end}_{vd} \leq 1 \quad \forall v \in V.$$

## 7. Vinculación de Depósito y Ruta

Se debe garantizar que la elección del depósito esté vinculada a la ruta:

$$\sum_{\substack{j \in N \\ j \neq d}} x_{vdj} = \text{start}_{vd} \quad \forall v \in V, d \in D,$$

$$\sum_{\substack{i \in N \\ i \neq d}} x_{vid} = \text{end}_{vd} \quad \forall v \in V, d \in D.$$

## 8. Conservación de Flujo en Clientes

Si un vehículo llega a un cliente, debe salir de él:

$$\sum_{\substack{i \in N \\ i \neq j}} x_{vij} = \sum_{\substack{k \in N \\ k \neq j}} x_{vjk} \quad \forall v \in V, j \in C.$$

## 9. Eliminación de Subtours (Formulación MTZ)

Para evitar ciclos (subtours) en la ruta de cada vehículo se utiliza la formulación de Miller-Tucker-Zemlin:

$$u_{vj} \geq u_{vi} + 1 - M(1 - x_{vij}) \quad \forall v \in V, i, j \in C, i \neq j,$$

donde  $M$  es una constante suficientemente grande, por ejemplo:

$$M = (2|N|)^2.$$

## 10. Vinculación entre Uso de Vehículo y Demanda

Si un vehículo transporta carga (es decir, es utilizado) debe salir de algún depósito y la suma de la demanda atendida no excederá su capacidad:

$$\sum_{c \in C} q_c \left( \sum_{\substack{i \in N \\ i \neq c}} x_{vic} \right) \leq \text{cap}_v \left( \sum_{d \in D} \text{start}_{vd} \right) \quad \forall v \in V.$$

### 3. Proceso de Indagación y Función Objetivo

Para la definición de la función objetivo se realizó una revisión de la literatura en optimización de rutas y problemas logísticos, inspirándose en el problema del viajante (TSP). La función objetivo se estableció considerando minimizar los costos de transporte, que dependen de la distancia recorrida y los costos operativos (tarifa de flete, mantenimiento y combustible).

Un ejemplo real de la importancia de minimizar costos en la logística es el modelo de distribución de Amazon. La empresa prioriza la optimización de rutas y la consolidación de envíos para reducir los costos operativos, **incluso si esto significa pequeños retrasos en las entregas**. A través del uso de algoritmos avanzados y redes de distribución estratégicamente ubicadas, Amazon puede decidir si agrupar varios pedidos en un solo envío o utilizar rutas alternativas que, aunque no sean las más rápidas, representen una reducción en los costos de transporte.

En este contexto, el objetivo no es siempre minimizar el tiempo de entrega (variable que no tenemos en cuenta en este problema, porque no es lo más importante), sino encontrar un equilibrio entre rapidez y eficiencia económica. Por ejemplo, si un paquete puede tardar unas horas o incluso un día adicional sin afectar la satisfacción del cliente, es preferible optar por la opción más económica. Este enfoque permite a empresas como Amazon o Mercado Libre mantener precios competitivos y mejorar la rentabilidad de su operación logística sin comprometer significativamente la experiencia del usuario.

### 4. Preprocesamiento de Datos y Análisis

El proceso de preprocesamiento incluyó:

- **Cálculo de Distancias:** Se debe mandar un POST request a la URL

POST <https://routes.googleapis.com/directions/v2:computeRoutes>

Donde el cuerpo del request debe ser de la forma:

Listing 1: Ejemplo de solicitud JSON a la API de Google Routes

```
1  {
2      "origin": {
3          "location": {
4              "latLng": {
5                  "latitude": 37.7749,
6                  "longitude": -122.4194
7              }
8          }
9      },
10     "destination": {
11         "location": {
12             "latLng": {
13                 "latitude": 34.0522,
14                 "longitude": -118.2437
15             }
16         }
17     },
18     "travelMode": "DRIVE",
19     "routingPreference": "TRAFFIC_AWARE",
20     "departureTime": "2025-03-25T19:45:26-05:00",
21     "computeAlternativeRoutes": false,
```

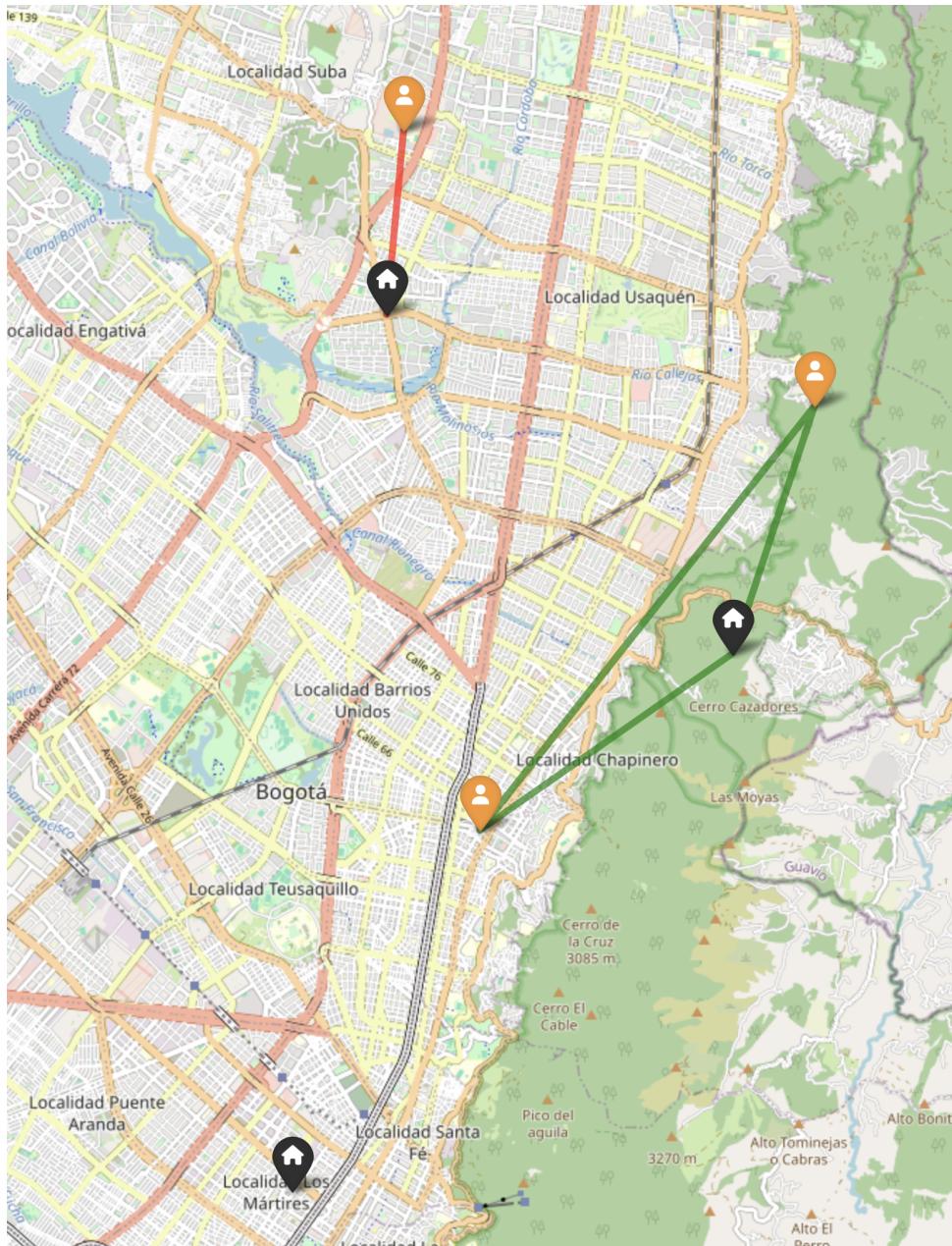
```
22     "languageCode": "es-ES",  
23     "units": "METRIC"  
24 }
```

---

Documentación de la API de Rutas de Google

- **Integración de Datos:** Los datos de localización, demanda, stock y características de los vehículos se integraron en el modelo de optimización utilizando la librería Pyomo. Se definieron los parámetros de manera análoga a la información presentada en los cuadros de datos del enunciado.

## 5. Ejemplos Ilustrativos



En la imagen se aprecian tres puntos negros que representan los centros de distribución y tres puntos naranjas que corresponden a los clientes. Aunque hay tres centros de distribución

disponibles, solo se emplean dos vehículos para realizar los envíos, conectando de manera óptima dos de los centros con los tres clientes. Actualmente, la **planificación utiliza la distancia haversiana como mock-up**, pero posteriormente se implementará una API que generará rutas más realistas en función de la malla vial de Bogotá, optimizando así la logística de distribución.

## 6. Justificación y Discusión

- **Conjuntos:** La partición en centros de distribución y clientes permite reflejar la estructura operativa de LogistiCo.
- **Parámetros:** La definición de distancias, demanda, stock y capacidades se basa en datos reales y en constantes operativas (como tarifas y costos de mantenimiento) proporcionadas en el enunciado, y las que son aportadas por los estudiantes con sus debidas fuentes y sustento de razón de uso.
- **Variables de Decisión:** La variable binaria  $x_{vij}$  captura la elección de rutas;  $f_{vij}$  modela el flujo de inventario, y las variables auxiliares  $u_{vi}$  son fundamentales para evitar subtours.
- **Función Objetivo:** Se orienta a minimizar los costos totales, lo cual es coherente con el objetivo estratégico de optimización de recursos y mejora en la eficiencia operativa.
- **Restricciones:** Cada restricción refleja una limitación física u organizacional del problema, como la capacidad de los vehículos, el stock en los depósitos y el rango operativo, asegurando que la solución sea factible y aplicable en el contexto real.

## 7. Limitaciones de negocio

Las limitaciones organizacionales del problema incluyen la dificultad de modelar matemáticamente aspectos éticos y operativos clave. Por ejemplo, garantizar el bienestar de los conductores es un reto, ya que factores como evitar que manejen más de 12 horas seguidas en condiciones de calor extremo o proporcionar refugio en caso de lluvia intensa no siempre pueden ser representados en los modelos de optimización.

Además, no se puede asegurar que todas las rutas estén disponibles en todo momento, ya que pueden surgir bloqueos, cierres o cambios en la infraestructura vial. Asimismo, algunas rutas pueden parecer más económicas en términos de distancia y peajes, pero si la vía está en mal estado, los costos de mantenimiento de los vehículos (como el desgaste de llantas o suspensión) pueden hacer que a largo plazo sean opciones más costosas y menos eficientes.

## 8. Conclusiones

Se ha desarrollado una formulación matemática, que optimiza lo más relevante del negocio y detalla la optimización en la planeación de transporte vehicular urbana para LogistiCo. El modelo integra la asignación de inventario y la planificación de rutas, considerando restricciones operativas reales (con fuentes que lo sustenten) y utilizando técnicas de modelado matemático. El ejemplo ilustrativos demuestran la aplicabilidad del modelo en escenarios de pequeña escala, y da una pequeña muestra de como funcionaría.