Riscrivo in forma aumentata standard di minimo:

① $\min\ 3x_1 - x_2$

$$x_2 - x_3 + S_1 = 2$$

$$x_1 + 3x_2 + S_2 = 6$$

$$x_2 + 5x_3 + S_3 = 2$$

$$x_1,\ x_2,\ x_3,\ S_4,\ S_5,\ S_6 \geq 0$$

La soluzione $\vec{0}$ è valida e quindi posso applicare simplesso

vdb	eq	Z	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	tn
Z	(0)	1	3	-1	0	0	0	0	0
S_1	(1)	0	0	1	-1	1	0	0	2
S_2	(2)	0	1	3	0	0	1	0	6
S_3	(3)	0	0	1	5	0	0	1	2

CCR ≤ 0 la soluzione non è ottimale.
Esce: S_1
Entra: x_2

vdb	eq	Z	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	tn
Z	(0)	1	3	0	-1	1	0	0	2
x_2	(1)	0	0	1	-1	1	0	0	2
S_2	(2)	0	1	0	3	-3	1	0	0
S_3	(3)	0	0	0	1	-1	0	1	0

vdb	eq	Z	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	tn
Z	(0)	1	10/3	0	0	0	1/3	0	2
x_2	(1)	0	1/3	1	0	0	1/3	0	2
x_3	(2)	0	1/3	0	1	-1	1/3	0	0
S_3	(3)	0	-2	0	0	5	-2	1	0

CCR ≥ 0: sol ottimale

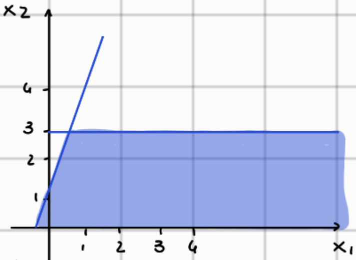
1. sdb: (0, 2, 0, 0, 0, 0) degenere

② $\min\ -\gamma x_1 - x_2$

$$x_2 \leq 3$$

$$-\frac{3}{2}x_1 + x_2 \leq 1$$

$$x_1,\ x_2 \geq 0$$



forma standard aumentata di minimo

$$\min\ -\gamma_1 - x_2$$

$$x_2 + S_1 \leq 3$$

$$-\frac{3}{2}x_1 + x_2 + S_2 \leq 1$$

$$x_1,\ x_2,\ S_1,\ S_2 \geq 0$$

La soluzione $\vec{0}$ è valida e quindi posso applicare Simplesso

vdb	eq	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	tn

vdb	eq	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	tn
Z	(0)	1	$-\gamma$	-1	0	0	0
s_1	(1)	0	0	1	1	0	3
s_2	(2)	0	$-3/2$	1	0	1	1

CCR ≤ 0: soluzione non ottimale
entra: x_2
esce: s_2

vdb	eq	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	tn
Z	(0)	1	$-\gamma-3/2$	0	0	1	1
s_1	(1)	0	$3/2$	0	1	-1	2
x_2	(2)	0	$-3/2$	1	0	1	1

CCR ≤ 0: sol. non. ott
entra: x_1
esce: s_1

vdb	eq	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	tn
Z	(0)	1	0	0	$\frac{2}{3}\gamma+1$	$-\frac{2}{3}\gamma$	$\frac{4}{3}\gamma+3$
x_1	(1)	0	1	0	$2/3$	$-2/3$	$4/3$
x_2	(2)	0	0	1	1	0	3

2a

Condizione di illimitatezza: colonna u fuori base con soli numeri ≤ 0

$$\min\ 12x_1 - x_2$$

$$x_2 + s_1 \le 3$$

$$-\frac{3}{2}x_1 + x_2 + s_2 \le 1$$

$$x_1, x_2, s_1, s_2 \ge 0$$

$\vec{0}$ è ammissibile, quindi posso applicare simplesso

vdb	eq	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	tn
Z	(0)	1	12	-1	0	0	0
s_1	(1)	0	0	1	1	0	3
s_2	(2)	0	$-3/2$	1	0	1	1

CCR < 0
esce: s_2
entra: x_2

vdb	eq	Z	x_1	x_2	s_1	s_2	tn
Z	(0)	1	$21/2$	0	0	1	1
s_1	(1)	0	$3/2$	0	1	-1	2
x_2	(2)	0	$-3/2$	1	0	1	1

CCR ≥ 0: sol ottimale
soluzione $(x_1, x_2, s_1, s_2)^T = (0\ 1\ 2\ 0)$

2b sol. unica perché le var. fuori base all'ottimo hanno CCR ≠ 0

3 $\max\ 11\alpha x_1 + x_2$

$$-9x_1 + 4x_2 + S_1 = 8$$

$$9x_1 - 4x_2 + S_2 = 1$$

$$x_1, x_2, S_1, S_2 \geq 0$$

$\vec{O}$ amm. opp. Sim

vdb	eq	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	tn
Z	(0)	1	-11α	-1	0	0	0
S_1	(1)	0	-9	4	1	0	8
S_2	(2)	0	9	-4	0	1	1

CCR ≤ 0

esce: s_1

entra: x_2

vdb	eq	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	tn
Z	(0)	1	$-11\alpha - \frac{9}{4}$	0	$1/4$	0	2
x_2	(1)	0	$-9/4$	1	$1/4$	0	2
S_2	(2)	0	0	0	1	1	9

3. cond. ill: colonna fuori base coeff ≤ 0

4. max $2x_1 + 3x_2$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 30$$

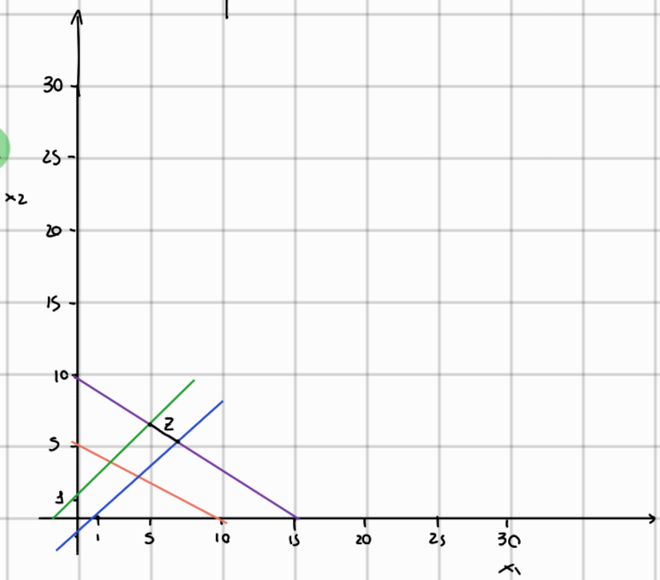
$$x_1 + 2x_2 \geq 10$$

$$x_1 - x_2 \leq 1$$

$$-x_1 + x_2 \leq 1$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

a.



b.

Vertici: $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 30 \\ -x_1 + x_2 = 1 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 2x_1 + 3 + 3x_1 = 30 \\ x_2 = 1 + x_1 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x_1 = 27/5 \\ x_2 = 32/5 \end{cases}$

$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 30 \\ x_1 - x_2 = 1 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 2 - 2x_2 + 3x_2 = 30 \\ x_1 = 1 - x_2 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x_2 = 28/5 \\ x_1 = 33/5 \end{cases}$

Sostituisco $2x_1 + 3x_2 + x_3 = 30 \longrightarrow \frac{54}{5} + \frac{96}{5} + x_3 = 30 \longrightarrow x_3 = 30 - 30 = 0$

$x_1 + 2x_2 + x_4 = 10 \longrightarrow \frac{27}{5} + \frac{64}{5} + x_4 = 10 \longrightarrow x_4 = 10 - \frac{91}{5} \longrightarrow \frac{41}{5}$ e $x_4 = \frac{39}{5}$

$x_1 - x_2 + x_5 = 1 \longrightarrow \frac{27}{5} - \frac{32}{5} + x_5 = 1 \longrightarrow x_5 = 1 + 1 \longrightarrow x_5 = 2$ e $x_5 = 0$

$-x_1 + x_2 + x_6 = 1 \longrightarrow x_6 = 0$ e $x_6 = 0$

Soluzioni di base: $\overset{S_1}{\overline{(33/5, 28/5, 0, 39/5, 0, 2)}}^T$ e $\overset{S_2}{\overline{(27/5, 32/5, 0, 41/5, 2, 0)}}^T$

Soluzioni ottime non di base: $\lambda S_1 + (1 - \lambda) S_2 \quad \forall \lambda \in (0, 1)$

Es: $\lambda = 1/39 \longrightarrow \left(\frac{33}{195}, \frac{28}{195}, 0, \frac{1}{5}, 0, \frac{2}{39}\right) + \left(\frac{1026}{195}, \frac{1216}{195}, 0, \frac{1597}{195}, \frac{76}{39}, 0\right)$

(1059 , 1244 , 1626 , 76 , 2)

$\left(\frac{}{195}, \frac{}{195}, 0, \frac{}{195}, \frac{}{39}, \frac{}{39} \right)$

c. $\min\ 30y_1 + 10y_2 + y_3 + y_4$

$2y_1 + y_2 + y_3 - y_4 \geq 2$

$3y_1 + 2y_2 - y_3 + y_4 \geq 3$

$y_1, y_3, y_4 \geq 0,\ y_2 \leq 0$

Passo std aum min

$\min\ 30y_1 + 10y_2' + y_3 + y_4$

$2y_1 + y_2' + y_3 - y_4 - t_1 \geq 2$

$3y_1 + 2y_2' - y_3 + y_4 - t_2 \geq 3$

$y_1, y_2', y_4, t_1, t_2 \geq 0,\ y_2' = -y_2$

$x_1 \cdot t_1 \longrightarrow t_1 = 0$

$x_2 \cdot t_2 \longrightarrow t_2 = 0$

$s_1 \cdot y_1 \longrightarrow y_1 = ?$

$s_2 \cdot y_2' \longrightarrow y_2' = y = 0$

$s_3 \cdot y_3 \longrightarrow y_3 = ?$

$s_4 \cdot y_4 \longrightarrow y_4 = 0$

$$\begin{cases} 2y_1 + 0 + 0 - y_4 + 0 \leq 2 \\ 3y_1 + 0 - 0 + y_4 + 0 \leq 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y_1 - y_4 = 2 \\ 3y_1 + y_4 = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 2y_1 - 3 + 3y_1 = 2 \\ y_4 = 3 - 3y_1 \end{cases} \quad \begin{cases} 5y_1 = 5 \longrightarrow y_1 = 1 \\ y_4 = 3 - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y_1 + y_3 = 2 \\ 3y_1 - y_3 = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} y_3 = 2 - 2y_1 \longrightarrow y_3 = 0 \\ 3y_1 - 2 + 2y_1 = 3 \longrightarrow 5y_1 = 5 \rightarrow y_1 = 1 \end{cases}$$

d.

Sol di base $(1, 0, 0, 0, 0, 0)$ degenere

Caratterizzazione primale ottimo multiplo $\longleftrightarrow$ duale ottimo degenere

⑤ $\max\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4$

$4x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \leq 5$

$3x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 4$

$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$

Passo a forma standard aumentata di minimo

$Z - 4x_1 - 3x_2 - x_3 - 2x_4$

$4x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + s_1 \leq 5$

$3x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 + s_2 \leq 4$

$x_1, x_2, x_3, x_4, s_1, s_2 \geq 0$

La soluzione $\vec{0}$ è ammessa e quindi posso applicare il metodo del Simplesso

vdb	eq	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	tn
Z	(0)	-4	-3	-1	-2	0	0	0

CCR ≤ 0: sol non ottimale

S_1	(1)	4	2	1	1	1	0	5	entra: x_1
S_2	(2)	3	1	2	1	0	1	4	esce: S_1

vdb	eq	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	tn		
Z	(0)	0	-1	0	-1	1	0	5	$(0)=(0)+(1)$	CCR ≤ 0: sol non ottimale
x_1	(1)	1	1/2	1/4	1/4	1/4	0	5/4	$(1)=(1)/4$	entra: x_2
s_2	(2)	0	-1/2	5/4	1/4	-3/4	1	1/4	$(2)=(2)-\frac{3}{4}(1)$	esce: x_1

vdb	eq	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	tn		
Z	(0)	2	0	1/2	-1/2	3/2	0	15/2	$(0)=(0)+2(1)$	CCR ≤ 0: sol non ottimale
x_2	(1)	2	1	1/2	1/2	1/2	0	5/2	$(1)=(1)\cdot 2$	entra: x_4
s_2	(2)	1	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	3/2	$(2)=(2)+(1)$	esce: s_2

vdb	eq	x_1	x_2	x_3	x_4	s_1	s_2	tn		
Z	(0)	3	0	2	0	1	1	9	$(0)=(0)+(2)$	CCR > 0: sol ottimale
x_2	(1)	1	1	-1	0	1	-1	1	$(1)=(1)-(2)$	
x_4	(2)	2	0	3	1	-1	2	3	$(2)=(2)\cdot 2$	

Sol ottima: $(x_1\ x_2\ x_3\ x_4)^T = (0\ 1\ 0\ 3)^T$

Sol di base: $(x_1\ x_2\ x_3\ x_4\ s_1\ s_2)^T = (0\ 1\ 0\ 3\ 0\ 0)^T$

$$\max\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4$$

$$4x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \le 5$$

$$3x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \le 4$$

$$x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4 \ge 0$$

Duale:

$$\min\ 5y_1 + 4y_2$$

$$4y_1 + 3y_2 \le 4$$

$$2y_1 + y_2 \le 3$$

$$y_1 + 2y_2 \le 1$$

$$y_1 + y_2 \le 2$$

Duale aumentato standard minimo:

$$\min\ 5y_1 + 4y_2$$

$$4y_1 + 3y_2 - t_1 \ge 4$$

$$2y_1 + y_2 - t_2 \ge 3$$

$$y_1 + 2y_2 - t_3 \ge 1$$

$$y_1 + y_2 - t_4 \ge 2$$

$y_1, y_2 \geq 0$ $\quad\quad\quad$ $y_1, y_2 \quad t_1 \quad t_2 \quad t_3 \quad t_4 \geq 0$

$$\begin{cases} y_1 \cdot s_1 = 0 \longrightarrow y_1 = ? \\ y_2 \cdot s_2 = 0 \longrightarrow y_2 = ? \\ x_1 \cdot t_1 = 0 \longrightarrow t_1 = ? \\ x_2 \cdot t_2 = 0 \longrightarrow t_2 = 0 \\ x_3 \cdot t_3 = 0 \longrightarrow t_3 = ? \\ x_4 \cdot t_4 = 0 \longrightarrow t_4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4y_1 + 3y_2 - t_1 = 4 \longrightarrow 4 + 3 - t_1 = 4 \longrightarrow t_1 = -3 \\ 2y_1 + y_2 = 3 \longrightarrow y_2 = 3 - 2y_1 \longrightarrow y_2 = 1 \\ y_1 + 2y_2 - t_3 = 1 \longrightarrow 1 + 2 - t_3 = 1 \longrightarrow t_3 = -2 \\ y_1 + y_2 = 2 \longrightarrow y_1 + 3 - 2y_1 = 2 \longrightarrow -y_1 = -1 \to y_1 = 1 \end{cases}$$

Sol ottima: $(1, 1)^T \longrightarrow 5 \cdot 1 + 4 \cdot 1 = 9 = 0 + 3 + 0 + 6$

Sol di base: $(1, 1, -3, 0, -2, 0)^T$

⑥ $\min \; x_1 + x_2$

$$3x_1 - x_2 + x_3 \leq 4$$
$$2x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 10$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

a. Formulare problema duale D

$$\begin{aligned} \max\; & 4y_1 + 10y_2 \\ & 3y_1 + 2y_2 \leq 1 \\ & -y_1 + y_2 \leq 1 \\ & y_1 + 2y_2 \leq 0 \\ & y_1 \leq 0,\; y_2 \geq 0 \end{aligned} \longrightarrow \begin{aligned} \max\; & -4y_1 + 10y_2 \\ & -3y_1 + 2y_2 + t_1 \leq 1 \\ & +y_1 + y_2 + t_2 \leq 1 \\ & -y_1 + 2y_2 + t_3 \leq 0 \\ & y_1, y_2, t_1, t_2, t_3 \geq 0 \quad y_1 = -y_1' \end{aligned}$$

b. Soluzione cs con sol primale $\begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & x_3 & s_1 & s_2 \\ (0 & 2/3 & 14/3 & 0 & 0) \end{array}$

$$\begin{cases} x_1 = t_1 \longrightarrow t_1 = ? \\ x_2 = t_2 \longrightarrow t_2 = 0 \\ x_3 = t_3 \longrightarrow t_3 = 0 \\ y_1 = s_1 \longrightarrow y_1 = ? \\ y_2 = s_2 \longrightarrow y_2 = ? \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3y_1 + 2y_2 + t_1 = 1 \longrightarrow -2 + 2/3 + t_1 = 1 \longrightarrow t_1 = 3 - \frac{2}{3} \longrightarrow t_1 = \frac{7}{3} \\ +y_1 + y_2 + 0 = 1 \longrightarrow y_1 = 1 - y_2 \longrightarrow y_1 = 2/3 \\ -y_1 + 2y_2 + 0 = 0 \longrightarrow -1 + y_2 + 2y_2 = 0 \longrightarrow 3y_2 = 1 \longrightarrow y_2 = 1/3 \end{cases}$$

Sol di base $(-2/3, 1/3)^T$. Sol ottima di base $(-2/3, 1/3, 7/3, 0, 0)^T$

W $\quad\quad$ Z

Controllo sol W e Z: $\left(\frac{2}{3} \cdot (-4) + \frac{1}{3} \cdot 10 = \frac{2}{3} = 0 + \frac{2}{3} \right)$

7 Sol ottima sfruttando comp. slackness

$$\min \; 3x_1 + 2x_2 + 2x_3$$
$$3x_1 + x_2 + 2x_3 = 4$$
$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 6$$
$$x_1, \; x_2, \; x_3 \geq 0$$

Passo al duale

$$\max \; 4y_1 + 6y_2$$
$$3y_1 + y_2 \leq 3$$
$$y_1 + 2y_2 \leq 2$$
$$2y_1 + y_2 \leq 3$$

Passo al duale aumentato standard minimo

$$\max \; Z - 4y_1 - 6y_2$$
$$3y_1 + y_2 + t_1 \leq 3$$
$$y_1 + 2y_2 + t_2 \leq 2$$
$$2y_1 + y_2 + t_3 \leq 3$$
$$t_3, \; t_4, \; t_5 \geq 0$$

$\vec{0}$ ammissibile quindi passo al Simplesso

$$\begin{cases} 3y_1 + y_2 + t_1 \leq 3 \rightarrow -\frac{4}{3} = t_1 \\ y_1 + 2y_2 \leq 2 \rightarrow y_1 = 2 - \frac{2}{3} \rightarrow y_1 = \frac{4}{3} \\ 2y_1 + y_2 \leq 3 \rightarrow 4 - 4y_2 + y_2 = 3 \end{cases}$$

$$-3y_2 = -1$$
$$y_2 = 1/3$$

vdb	eq	y_1	y_2	t_1	t_2	t_3	t_n
Z	(0)	-4	-6	0	0	0	0
t_1	(1)	3	1	1	0	0	3
t_2	(2)	1	2	0	1	0	2
t_3	(3)	2	1	0	0	1	3

	vdb	eq	y_1	y_2	t_1	t_2	t_3	t_n
$(0) = (0) + 3(2)$	Z	(0)	-1	0	0	3	0	6
$(1) = (1) - (2)/2$	t_1	(1)	5/2	0	1	-1/2	0	2
$(2) = (2)/2$	y_2	(2)	1/2	1	0	1/2	0	1
$(3) = (3) - (1)/2$	t_3	(3)	3/2	0	0	-1/2	1	2

	vdb	eq	y_1	y_2	t_1	t_2	t_3	t_n
$(0) = (0) + \frac{2}{5}(1)$	Z	(0)	0	0	2/5	14/5	0	34/5

$(1)=(1)\cdot\frac{2}{5}$	y_1	(1)	1	0	$2/5$	$-1/5$	0	$4/5$
$(2)=(2)-\frac{1}{5}(1)$	y_2	(2)	0	1	$-1/5$	$3/5$	0	$3/5$
$(3)=(3)-\frac{3}{5}(1)$	t_3	(3)	0	0	$-3/5$	$-1/5$	1	$4/5$

sol. ottima $\left(4/5,\ 3/5\right)^T$

sol di base $\left(4/5,\ 3/5,\ 0,\ 0,\ 4/5\right)^T$

$$\begin{cases} x_1 = t_1 \rightarrow x_1 = ? \\ x_2 = t_2 \rightarrow x_2 = ? \\ x_3 = t_3 \rightarrow x_3 = 0 \\ y_1 = s_1 \longrightarrow s_1 = 0 \\ y_2 = s_1 \longrightarrow s_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 0 = 4 \rightarrow x_2 = 4 - 3x_1 \rightarrow 4 - \frac{6}{5} = x_2 = \frac{14}{5} \\ x_1 + 2x_2 + 0 = 6 \rightarrow x_1 + 8 - 6x_1 = 6 \rightarrow -5x_1 = -2 \rightarrow x_1 = \frac{2}{5} \end{cases}$$

Controlla sol ↓

$$\left(3\cdot\frac{2}{5} + 2\cdot\frac{14}{5} = \frac{6}{5} + \frac{28}{5} = \frac{34}{5} = W = Z\right)$$

8 $\max \quad 3x_1 + x_2 - 2x_3$

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - 4x_3 &\le 5 \\ x_2 + 2x_3 &\le 8 \\ -x_1 + x_2 &\le 4 \\ x_1 + x_3 &\le 10 \\ x_1,\ x_2,\ x_3 &\ge 0 \end{aligned}$$

(i prof hanno sbagliato a scrivere la consegna, erano x le loro, non y. Ho fatto tutto per niente. l'es era molto + semplice)

↓

scrivi duale

↓

comp. slackness

↓

entrambe amm ?

↓

ottime ✓

Passo a std aum min

$$Z - 3x_1 - x_2 + 2x_3$$

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - 4x_3 + s_1 &\le 5 \\ x_2 + 2x_3 + s_2 &\le 8 \\ -x_1 + x_2 + s_3 &\le 4 \\ x_1 + x_3 + s_4 &\le 10 \\ x_1,\ x_2,\ x_3,\ s_1,\ s_2,\ s_3,\ s_4 &\ge 0 \end{aligned}$$

vdb	eq	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	s_4	tn
Z	(0)	-3	-1	2	0	0	0	0	0
s_1	(1)	1	1	-4	1	0	0	0	5
s_2	(2)	0	1	2	0	1	0	0	8
s_3	(3)	-1	1	0	0	0	1	0	4
s_4	(4)	1	0	1	0	0	0	1	10

vdb	eq	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	s_4	tn
Z	(0)	0	2	-10	3	0	0	0	15
x_1	(1)	1	1	-4	1	0	0	0	5
s_2	(2)	0	1	2	0	1	0	0	8
s_3	(3)	0	2	-4	1	0	1	0	9
s_4	(4)	0	-1	5	-1	0	0	1	5

	vdb	eq	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	s_4	tn
	Z	(0)	0	0	0	1	0	0	2	25
$(4/5)$	x_1	(1)	1	$1/5$	0	$1/5$	0	0	$4/5$	9
$(-2/5)$	s_2	(2)	0	$7/5$	0	$2/5$	1	0	$-2/5$	6
$(4/5)$	s_3	(3)	0	$6/5$	0	$1/5$	0	1	$4/5$	13
	x_3	(4)	0	$-1/5$	1	$-1/5$	0	0	$1/5$	1

x_2 degenere

	vdb	eq	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	s_3	s_4	tn
	Z	(0)	0	0	0	1	0	0	2	25
$(-\frac{1}{7})$	x_1	(1)	1	0	0	$1/7$	$-1/7$	0	$6/7$	$57/7$
	x_2	(2)	0	0	0	$2/7$	$5/7$	0	$-2/7$	$30/7$
$(-\frac{6}{7})$	s_3	(3)	0	1	0	$-1/7$	$-6/7$	1	$8/7$	$55/7$
$(1/7)$	x_3	(4)	0	0	1	$-1/7$	$1/7$	0	$1/7$	$13/7$

Le soluzioni sono $\lambda(9, 0, 1, 0, 6, 13, 0) + (1-\lambda)(\frac{57}{7}, \frac{30}{7}, \frac{13}{7}, 0, 0, \frac{55}{7}, 0)\ \lambda \in [0, 1]$

9) max $c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + 2x_4$

$$4x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 \le 7$$

$$3x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \le 6$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \ge 0$$

Problema duale

a. min $7y_1 + 6y_2$

$$4y_1 + 3y_2 \ge c_1$$

$$2y_1 + y_2 \ge c_2$$

$y_1 + 2y_2 \ge C_3$

$y_1 + y_2 \ge 2$

$y_1, y_2 \ge 0$

b. Soluzione fornita $P = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & s_1 & s_2 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T$ con $t_n = 13$

CS:
$$\begin{cases} y_1 = s_1 \longrightarrow y_1 = ? \\ y_2 = s_2 \longrightarrow y_2 = ? \\ x_1 = t_1 \longrightarrow t_1 = ? \\ x_2 = t_2 \longrightarrow t_2 = 0 \\ x_3 = t_3 \longrightarrow t_3 = ? \\ x_4 = t_4 \longrightarrow t_4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4y_1 + 3y_2 - t_1 \le C_1 \longrightarrow 4 + 3 + t_1 = C_1 \to \boxed{t_1 = 7 - C_1} \\ 2y_1 + y_2 \le C_2 \longrightarrow 4 - 2y_2 + y_2 \le C_2 \to -y_2 = C_2 - 4 \to y_2 = -3 + 4 = 1 \ \boxed{y_2 = 1} \\ y_1 + 2y_2 - t_3 \le C_3 \to 1 + 2 - t_3 \le C_3 \to \boxed{t_3 = 3 - C_3} \\ y_1 + y_2 = 2 \longrightarrow y_1 = 2 - y_2 \to 2 - 1 = 1 \ \boxed{y_1 = 1} \\ C_1x_1 + C_2x_2 + C_3x_3 + 2x_4 \to C_2 + 10 = 13 \longrightarrow \boxed{C_2 = 3} \end{cases}$$

$C_2 = 3$, $t_1 = 7 - C_1 \ge 0 \to C_1 \le 7$, $t_3 = 3 - C_3 \ge 0 \to C_3 \le 3$

molt. sol. ott

↑

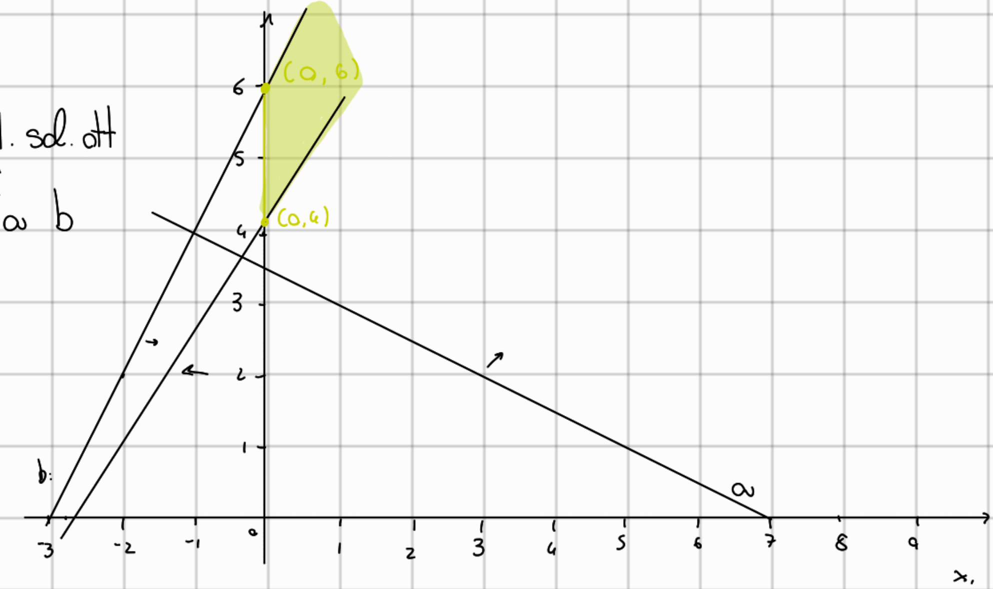
(10) min $2x_1 - x_2 \longrightarrow$ f parallela a b

a: $x_1 + 2x_2 \ge 7 \to t_1 \ne 0$

b: $+2x_1 - x_2 \ge -6 \to t_2 = 0$

c: $-3x_1 + 2x_2 \ge 8 \to t_3 \ne 0$

$x_1, x_2 \ge 0$



Sol ottimale (0, 6)

a:

x_1	x_2
0	7/2
7	0
3	2

b:

x_1	x_2
0	6
-3	0
-2	2

c:

x_1	x_2
0	4
-8/3	0

max $7y_1 - 6y_2 + 8y_3$

$y_1 + 2y_2 - 3y_3 \le 2$

$2y_1 - y_2 + 2y_3 \le -1$

$y_1, y_2, y_3 \ge 0$.

$$\begin{cases} y_1 = t_1 \to y_1 = 0 \\ y_2 = t_2 \to y_2 = ? \\ y_3 = t_3 \to y_3 = 0 \\ s_1 = x_1 \to s_1 = ? \\ s_2 = x_2 \to s_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 + 2y_2 - 0 + s_1 \le 2 \to s_1 = 0 \\ 0 - y_2 + 0 + 0 \le -1 \to y_2 = 1 \end{cases}$$

degenere (infatti primale ha molt. sol. ottime)

Sol di base duale (0, 1, 0, 0, 0) $Z = W = -6$

(11) max $x_1 - x_2$

$x_2 \le 1 \longrightarrow s_1 = 5$

$2x_1 + x_2 \le 5 \longrightarrow S_2 = 5$

$-x_1 - 3x_2 = 10 \longrightarrow S_3 = 0$

$x_1 + x_2 \ge -2 \longrightarrow S_4 = 0$

$x_1 \ge 0,\ x_2 \in \mathbb{R}$

Scrivo il problema duale

$\min\ y_1 + 5y_2 + 10y_3 - 2y_4$

$2y_2 - y_3 + y_4 \le 1$

$y_1 + y_2 - 3y_3 + y_4 = -1$

$y_1, y_2 \ge 0,\ y_4 \le 0$

Complementary slackness:

$Z = 6$

$$\begin{cases} x_1 = t_1 \longrightarrow t_1 = 0 \\ x_2 = t_2 \longrightarrow t_2 = 0 \\ y_1 = S_1 \longrightarrow y_1 = 0 \\ y_2 = S_2 \longrightarrow y_2 = 0 \\ y_3 = S_3 \longrightarrow y_3 = ? \\ y_4 = S_4 \longrightarrow y_4 = ? \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 - y_3 + y_4 \le 1 \longrightarrow y_4 = 1 + y_3 \rightarrow y_4 = 2 \\ 0 + 0 - 3y_3 + y_4 = -1 \longrightarrow -3y_3 + 1 + y_3 = -1 \rightarrow -2y_3 = -2 \rightarrow y_3 = 1 \end{cases}$$

Sol di base $(0\ 0\ 1\ 2\ 0\ 0)$ con $z = y_4 \le 0 \longrightarrow$ sol non ammissibile quindi sol non é ottimale

(12) $\max\ 10x_1 + \beta x_2$

$-x_1 + 3x_2 \le 4$

$3x_1 + 6x_2 \le 15$

$4x_1 + 5x_2 \le 2$

$x_1 \in \mathbb{R}\ \ x_2 \le 0$

a.1. Forma std aum min

max

$Z - 10x_1 + \beta x_2'$

$-x_1 - 3x_2' + S_1 \le 4$

$3x_1 - 6x_2' + S_2 \le 15$

$4x_1 - 5x_2' + S_3 \le 2$

$x_2', S_1, S_2, S_3 \ge 0$

$x_1 \in \mathbb{R}$

$\vec{0}$ ammissibile posso applicare Simplesso

vdb	eq	x_1	x_2'	s_1	s_2	s_3	tn
Z	(0)	-10	β	0	0	0	0
s_1	(1)	-1	-3	1	0	0	4
s_2	(2)	3	-6	0	1	0	15
s_3	(3)	4	-5	0	0	1	2

vdb	eq	x_1	x_2'	s_1	s_2	s_3	tn	
Z	(0)	0	$\beta - \frac{25}{2}$	0	0	$5/2$	5	$(5/2)$
s_1	(1)	0	$-17/4$	1	0	$1/4$	$9/2$	$(+1/4)$
s_2	(2)	0	$-9/4$	0	1	$-3/4$	$27/2$	$(-3/4)$
x_1	(3)	1	$-5/4$	0	0	$1/4$	$1/2$	

Per avere ottimo finito per x_2' ho $\beta > 25/2$ e dato che $x_2 = -x_2'$ avrò che per x_2 $\beta < 25/2$

a.2 Per impossibile $\beta \geq 25/2$ ottengo la colonna con tutti negativi e quindi x_2 non può entrare in base e quindi può crescere all'infinito.

b. Scrivo duale

$$\min\ 4y_1 + 15y_2 + 3y_3$$
$$-y_1 + 3y_2 + 4y_3 = 10$$
$$3y_1 + 6y_2 + 5y_3 \leq \beta$$
$$y_1, y_2, y_3 \geq 0$$

Duale aum std min

$$\min\ 4y_1 + 15y_2 + 3y_3$$
$$-y_1 + 3y_2 + 4y_3 + t_1 \geq 10$$
$$3y_1 + 6y_2 + 5y_3 + t_2 \geq \beta$$
$$y_1, y_2, y_3, t_1, t_2 \geq 0$$

Complementary Slackness con $\begin{array}{ccccc} x_1 & x_2 & s_1 & s_2 & s_3 \\ (1/2, & 0, & 9/2, & 27/2, & 0) \end{array}$

$$\begin{cases} x_1 = t_1 \longrightarrow t_1 = 0 \\ x_2 = t_2 \longrightarrow t_2 = ? \\ y_1 = s_1 \longrightarrow y_1 = 0 \\ y_2 = s_2 \longrightarrow y_2 = 0 \\ y_3 = s_3 \longrightarrow y_3 = ? \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 + 0 + 4y_3 + 0 = 10 \\ 0 + 0 + 5y_3 + t_2 = \beta \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4y_3 = 10 \rightarrow y_3 = 10/4 = 5/2 \\ t_2 = \beta - 5y_3 = \beta - 25/2 \end{cases}$$

$\beta - 25/2 \geq 0 \rightarrow \beta \geq 25/2$ amm per Duale

$\beta < 25/2$ inamm per Duale