Московский авиационный институт

(национальный исследовательский университет)

Институт № 8 «Компьютерные науки и прикладная математика»

Курсовая работа

по курсу «Фундаментальная информатика»

1 семестр

Выполнила студентка группы М8О-104Б-23

Чечина Лилия Алексеевна

Преподаватель: Аносова Наталья Павловна

Содержание

1. Введение	3
2. Машина Тьюринга	4
3. Диаграммер Тьюринга	12
4. Нормальные алгоритмы Маркова	16
5. Вещественный тип. Приближённые вычисления. Табулирование функций	1
6. Процедуры и функции в качестве параметров	25
7. Заключение	31
8. Список используемых источников	32

ВВЕДЕНИЕ

Цель курсовой работы: приобретение навыков разработки Машины Тьюринга, Диаграммера Тьюринга, разработки на языке программирования "Си", понимание и применение численных методов. **Задача курсовой работы:** составление эффективных алгоритмов решения поставленных задач.

2. МАШИНА ТЬЮРИНГА

Теория по Машине Тьюринга:

Машина Тьюринга — устройство, состоящее из ограниченной с одного конца ленты, разделённой на ячейки, и комбинированной читающей и пишущей головки, которая может перемещаться вдоль ленты от ячейки к ячейке.





В каждый момент времени головка располагается над некоторой ячейкой, называемой рабочей ячейкой, и находится в одном из конечного множества Q=q дискретных состояний, среди которых выделено одно начальное состояние q_0 . В зависимости от состояния головки и буквы в рабочей ячейки МТ выполняет одну из команд, составляющих её программу. Выполнение команды представляет из себя выполнение элементарного действия и перехода в новое состояние (которое может совпадать со старым). Определено три элементарных действия: сдвиг головки на одну ячейку влево (если лента ограничено слева, то данное действие не определено для крайней левой ячейки), сдвиг головки на одну ячейку вправо и запись в рабочую ячейку символа из рабочего алфавита МТ, либо пробела (λ). Перед началом работы МТ на её ленту записывается исходное сообщение так, что в каждой ячейке записывается либо одна буква сообщения, либо пробел. Начальной ячейкой становится ячейка, расположенная после конца исходного сообщения.

Постановка задачи: Выделение разрядов первого двоичного числа по маске, заданной вторым числом.

Идея решения:

- 1) Двигаемся влево к правому числу, проходов у нас будет столько, сколько разрядов во втором (правом) числе.
- 2) Если в правом числе "1" в левом заменяем "0" на "а". Если в правом числе "0", то в левом меняем "0" на ".". Если в правом числе "1", то в левом числе меняем "1" на b.
- 3) После заменяем "a" на "0", "b" на "1", a "." на λ. Смещаем левую часть до правой.
- 4) Ответ готов.

Код программы:

```
{
  "alphabet": [
     "0",
     "1",
     "a",
     "b",
     " "
  ],
  "states": {
     "q0": {
       "0": "0 L q1",
       "1": "λ L q0",
       "comment": "",
       "a": "N",
       "b": "N",
       ".": "N",
       "λ": "L"
     },
     "q1": {
```

```
"0": "N",
  "1": "L",
  "comment": "",
  "a": "N",
  "b": "N",
  ".": "N",
  "λ": "λ L q2"
},
"q2": {
  "0": "a R q2",
  "1": "b R q2",
  "comment": "",
  "a": "N",
  "b": "N",
  ".": "N",
  "λ": "λ R q3"
},
"q3": {
  "0": "λ L q4",
  "1": "R",
  "comment": "",
  "a": "N",
  "b": "N",
  ".": "N",
  "λ": "N"
},
"q4": {
  "0": "N",
```

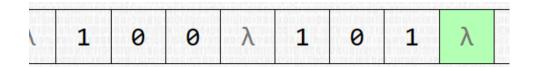
```
"1": "L",
  "comment": "",
  "a": "a L q5",
  "b": "b L q5",
  ".": "N",
  "λ": "L"
},
"q5": {
  "0": ". R q5",
  "1": ". R q5",
  "comment": "",
  "a": "R",
  "b": "R",
  ".": "N",
  "λ": "λ R q6"
},
"q6": {
  "0": "N",
  "1": "λ L q6",
  "comment": "",
  "a": "L",
  "b": "L",
  ".": ". L q7",
  "λ": "L"
},
"q7": {
  "0": "a R q7",
  "1": "b R q7",
```

```
"comment": "",
  "a": "N",
  "b": "N",
  ".": ". R q8",
  "λ": "N"
},
"q8": {
  "0": "N",
  "1": "N",
  "comment": "",
  "a": "0 L q8",
  "b": "1 L q8",
  ".": "λ L q9",
  "λ": "N"
},
"q9": {
  "0": "N",
  "1": "N",
  "comment": "",
  "a": "0 N q10",
  "b": "1 N q10",
  ".": "N",
  "λ": "N"
},
"q10": {
  "0": "λ R q12",
  "1": "λ R q10",
  "comment": "",
```

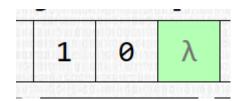
```
"a": "N",
     "b": "N",
     ".": "N",
     "λ": "1 R q11"
  },
  "q11": {
     "0": "R",
     "1": "N",
     "comment": "",
     "a": "N",
     "b": "N",
     ".": "N",
     "λ": "N"
  },
  "q12": {
     "0": "N",
     "1": "R",
     "comment": "",
     "a": "N",
     "b": "N",
     ".": "N",
    "λ": "0 R q12"
  }
},
"word": ""
```

Тесты:

Входные данные:



Выходные данные:



Выводы: в ходе данной работы я научилась создавать программу на Машине Тьюринга.

3. ДИАГРАММЕР ТЬЮРИНГА

Теория:

Диаграмма МТ – визуально-топологический способ задания МТ через другие, более простые МТ, причём этот способ не менее полон и строг, чем "обычный".

Элементарные МТ:

- МТ l (сдвиг головки на одну ячейку влево)
- МТ r (сдвиг головки на одну ячейку вправо)
- МТ λ , a (запись соответствующего знака на ленту

Дополнительные МТ:

- MT L= (сдвиг влево до λ)
- MT R= (сдвиг вправо до λ)
- MT K (копирование предыдущего слова)

Обозначения:

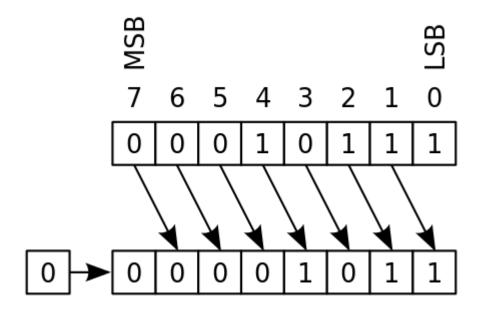
- Состояние точкоместо ·
- \bullet Символ $MT \cdot T \cdot$
- Соединение MT T 1 · · · · · т 2
- Развилка
- Повторение Упрощения записи диаграмм:
- Если над стрелкой МТ записаны все символы из алфавита A , то их $p \cup \{\lambda\}$ можно опустить
- Если стрелка, над которой ничего не написано, соединяет две соседние точки, то её можно опустить, слив точки в одну
- ullet Если на диаграмме расположены подряд k символов одной МТ M, то их можно заменить одним символом М k

Постановка задачи: разработать диаграмму Тьюринга решения задачи в среде интерпретатора VTM или jdt (или VisualTuring 2.0!) с использованием стандартных машин (r, l, R, L, Kn, i a) и вспомогательных

машин, определяемых поставленной задачей. Вычислить двоичный логический сдвиг первого числа вправо на число разрядов, равное второму.

Идея решения:

Если битовая последовательность 0001 0111 (десятичная 23) логически сдвинута на одну битовую позицию, то:

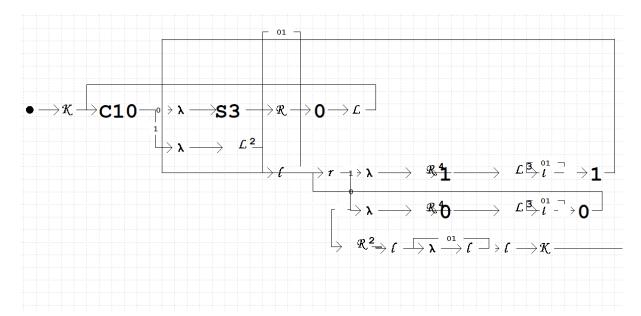


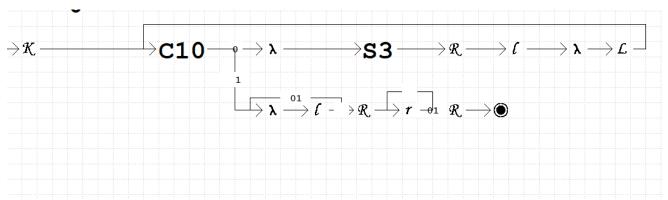
Сдвиг вправо дает: 0000 1011 (десятичная дробь 11).

- 1) Алфавит будет состоять из "0" и "1".
- 2) Копируем правое число
- 3) Вычитаем число с помощью машины "sub"
- 3) Делаем проверку не является ли число нулевым с помощью доп. Машины "Check_zero
- 4) Зануляем скопированное 2 число
- 5) Справа делаем число из количества разрядов, равное первому
- 6) С первого числа переносим на наше новое часть правого первого числа в левую часть нового
- 7) Смещаем влево и готово

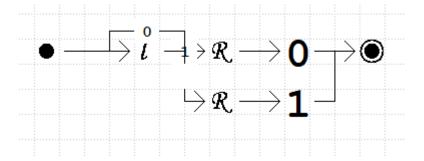
Программа:

Main Mashine:

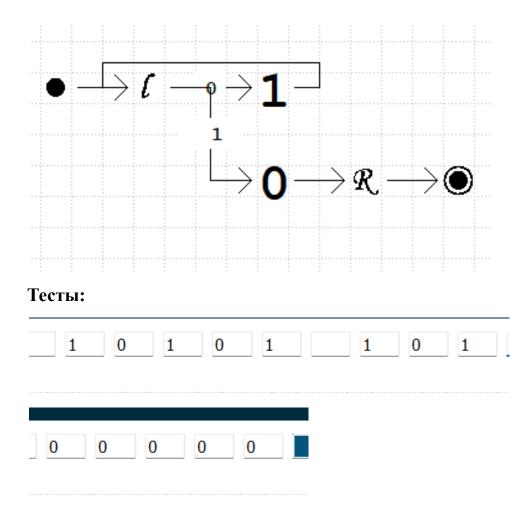




Check_zero



Sub



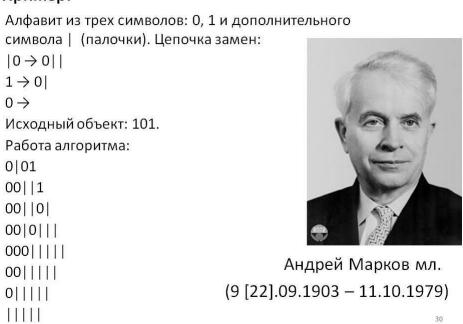
Выводы: в ходе данной работы мы освоили диаграммер Тьюринга, научились подключать к основной машине дополнительные.

4. НОРМАЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ МАРКОВА

Теория:

Нормальные алгоритмы Маркова — это алгоритмическая модель, представляющая из себя упорядоченный набор правил-продукций (пар слов), соединённых между собой символами → или →. Каждая продукция является формулой замены части входного слова, совпадающего с левой частью формулы, на её правую часть. При этом и левая, и правая часть могут быть пустыми.

Пример:



Процесс выполнения НАМ заканчивается в двух случаях:

- 1. все правила-продукции неприменимы к обрабатываемому слову
- была применена терминальная продукция (со знаком →) Если в процессе выполнения НАМ нетерминальные правила выполняются бесконечно долго, то данный алгоритм неприменим к данному входному слову.
 Приоритет правил НАМ:
- 1. Из нескольких применимых на данном шаге правил выбирается то, что встречено в описании алгоритма раньше

2. Из всех частей преобразуемого слова, к которым применимо правило, выбирается самое левое.

Для сокращения записи HAM используются метасимволы, не входящие в алфавит алгоритма, но обозначающие любую букву из этого алфавита.

Постановка задачи:

Входное слово представляет собой два троичных числа без знака, разделённые знаком "^". Следует обменять числа местами

Код программы:

$$0^{-> *a}$$

$$*a0 -> 0*a$$

$$*b0 -> 0*b$$

$$*c2 -> 2*c$$

$$c^* -> c$$

a -> 0

b -> 1

 $c \rightarrow 2$

^ ->.

Тесты:



Выводы: в ходе работы мы овладели НАМ и способами решения задач с помощью него.

5. ВЕЩЕСТВЕННЫЙ ТИП. ПРИБЛИЖЁННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ. ТАБУЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ.

Теория:

Машинный эпсилон (англ. Machine epsilon) — числовое значение, меньше которого невозможно задавать относительную точность для любого алгоритма, возвращающего вещественные числа. Абсолютное значение «машинного эпсилон» зависит от разрядности сетки применяемой ЭВМ, типа (разрядности) используемых при расчетах чисел, и от принятой в конкретном трансляторе структуры представления вещественных чисел (количества бит, отводимых на мантиссу и на порядок).[2] Формально машинный эпсилон обычно определяют как минимальное из чисел ε , для которого $1+\varepsilon>1$ при машинных расчетах с числами данного типа[3]. Альтернативное определение — максимальное ε , для которого справедливо равенство $1+\varepsilon=1$.

Практическая важность машинного эпсилон связана с тем, что два (отличных от нуля) числа являются одинаковыми с точки зрения машинной арифметики, если их относительная разность по модулю меньше (при определении первого типа) или не превосходит (при определении второго типа) машинного эпсилон.

Постановка задачи:

Составить программу на СИ, которая печатает таблицу значений элементарной функции, вычисленной двумя способами: по формуле Тейлора и с помощью встроенных внутри функции языка программирования. В качестве аргумента в таблице взять точки разбиения отрезка [a, b] на п равных частей (n + 1 точка, включая концы отрезка), находящихся в рекомендованной области хорошей точности формулы Тейлора. Вычисления по формуле Тейлора проводить по экономной в сложностном смысле схеме с точностью є*k, где є — машинное эпсилон,

аппаратнореализованного вещественного типа для данной ЭВМ, а k-экспериментально подбираемый коэффициент, обеспечивающий приемлемую сходимость. Число итераций должно ограничиваться сверху порядка 100. Программа должна сама определять машинное є и обеспечивать корректные размеры и генерируемой таблицы.

РЯД	a	b	やられている
$1 + \frac{2x}{1!} + \ldots + \frac{(2x)^n}{n!}$	0.1	0.6	e^{2x}

Идея решения:

- 1) Подключаем заголовки «math.h» и «stdio.h»
- 2) Определяем функцию вычисления машинного эпсилон
- 3) Определяем функцию для вычисления члена ряда Тейлора
- 4) Определяем функцию для вычисления функции при помощи встроенных функций
- 5) Вычисляем машинное эпсилон и выводим
- 6) Печатаем таблицу аргументов функций, значений полученных средствами языка С и ряда Тейлора, количество итераций запрошенное машиной для вычисления значения функции

Программа:

#include <math.h>

#include <stdio.h>

// функция подсчета машинного эпсилон. Пока единица меньше Эпсилон +

1, делим эпсилон пополам и повторяем

long double mashine_epsilon() {

```
long double eps = 1;
while (1 < 1 + eps) {
  eps /= 2;
}
  return eps;
}
// функция, считающая значение функции в точке икс
long double function_value(long double x) {
  return (expl(2*x)); // expl даёт самую высокую точность
}
// функция подсчета факториала числа
int factorial(long long n) {
  long double ans = 1;
  for (long long i = 2; i \le n; ++i) {
    ans *= i;
  }
  return ans;
```

```
// функция, вычисляющая ряд Тейлора в точке икс
long double teilor raw(long double x, int n) {
  long double v = pow(2*x, n);
  v /= (long double)factorial(n);
  return v;
}
// функция, выводящая таблицу с полученными значениями
void table(long double k, long double a, long double b, int steps, int max iters)
{
  long double step = (b - a) / steps; // считаем количество шагов [длину
отрезка делим на количество разбиений(шагов)]
  long double eps = mashine epsilon(); // eps = подсчитанного машинного
эпсилон
  printf("Машинный эпсилон равен %.20Lf\n", eps); // выводим машинный
эпсилон
  printf("
                             n";
```

```
printf("|x | част. sum ряда | значения функции e^2x
число итераций \n"); // выводим верхнюю часть таблицы
printf("|____|
  for (long double x = a; x < b + step; x += step) { // перебираем по шагам
нужное количество иксов, принадлежащих отрезку
    int n = 0;
    long double current member = 1; // текущий член
    long double sum = 0; // cymma
  /* пока модуль текущего члена превосходит произведение машинного
эпсилон и коэффициента точности, и
  n не превосходит максимального значения итераций (100), или если n =
2 */
    while ((fabsl(current member) > eps * k && n < max iters) \parallel n == 2) {
      current member = teilor raw(x, n); // присваиваем текущему члену
значение п-ного элемента ряда Тейлора в точке х
      sum += current member; // прибавляем к сумме текущий член
      n++; // переходим к следующей итерации, увеличив n
    }
    printf("|\%.2Lf|\%.19Lf|\%.43Lf|\%3d |\n", x, sum, function value(x),
n); // выводим необходимые значения с нужной точностью
  }
```

```
printf("|_____|____|_____|\n"); // закрываем строку таблицы
}
int main() {
    long double k = 100000000000000000000; // коэффициент точности
    long double a = 0.1l; // левая границы отрезка
    long double b = 0.6l; // правая граница отрезка
    int steps; // количество разбиений

printf("Количество разбиений отрезка ");
    scanf("%d", &steps);
    int max_iters = 100; // максимальное число итераций
    table(k, a, b, steps, max_iters); // вывод таблицы
}
```

6. ПРОЦЕДУРЫ И ФУНКЦИИ В КАЧЕСТВЕ ПАРАМЕТРОВ

Теория:

Краткие сведения из численных методов

Рассматривается уравнение вида F(x) = 0. Предполагается, что функция F(x) достаточно гладкая, монотонная на этом отрезке и существует единственный корень уравнения $x^* \in [a,b]$. На отрезке [a,b] ищется приближенное решение x с точностью ε , т.е. такое, что $|x-x^*| < \varepsilon$.

При решении реальных задач, где поведение функции F(x) неизвестно, сначала производят исследование функции (аналитическое, численное, или графическое (gnuplot, MathLab, MathCAD, Maple)) и т. н. отделение корней, т. е. разбивают область определения функции на отрезки монотонности, на каждом из которых имеется ровно один корень и выполняются другие условия применимости численных методов (гладкость). Различные численные методы предъявляют разные требования к функции F(x), обладают различной скоростью сходимости и поведением.

В данном задании предлагается изучить и запрограммировать три простейших численных метода решения алгебраических уравнений и провести вычислительные эксперименты по определению корней уравнений на указанных в задании отрезках монотонности и, в качестве дополнительного упражнения, вне их.

1. Метод дихотомии (половинного деления).

Очевидно, что если на отрезке [a,b] существует корень уравнения, то значения функции на концах отрезка имеют разные знаки: $F(a) \cdot F(b) < 0$. Метод заключается в делении отрезка пополам и его сужении в два раза на каждом шаге итерационного процесса в зависимости от знака функции в середине отрезка.

Итерационный процесс строится следующим образом: за начальное приближение принимаются границы исходного отрезка $a^{(0)}=a$, $b^{(0)}=b$. Далее вычисления проводятся по формулам: $a^{(k+1)}=(a^{(k)}+b^{(k)})/2$, $b^{(k+1)}=b^{(k)}$, если $F(a^{(k)})\cdot F((a^{(k)}+b^{(k)})/2)>0$; или по формулам: $a^{(k+1)}=a^{(k)}$, $b^{(k+1)}=(a^{(k)}+b^{(k)})/2$, если $F(b^{(k)})\cdot F((a^{(k)}+b^{(k)})/2)>0$.

Процесс повторяется до тех пор, пока не будет выполнено условие окончания $\left|a^{(k)}-b^{(k)}\right|<arepsilon$.

Приближенное значение корня к моменту окончания итерационного процесса получается следующим образом $x^* \approx (a^{(\kappa o n e \vee n o e)} + b^{(\kappa o n e \vee n o e)})/2$.

2. Метод итераций.

Идея метода заключается в замене исходного уравнения F(x) = 0 уравнением вида x = f(x).

Достаточное условие сходимости метода: $|f'(x)| < 1, x \in [a,b]$. Это условие необходимо проверить перед началом решения задачи, так как функция f(x) может быть выбрана неоднозначно, причем в случае неверного выбора указанной функции метод расходится.

Начальное приближение корня: $x^{(0)} = (a+b)/2$ (середина исходного отрезка).

Итерационный процесс: $x^{(k+1)} = f(x^{(k)})$.

Условие окончания: $|x^{(k)} - x^{(k-1)}| < \varepsilon$.

Приближенное значение корня: $x^* \approx x^{(конечное)}$.

3. Метод Ньютона.

Метод Ньютона является частным случаем метода итераций.

Условие сходимости метода: $|F(x) \cdot F''(x)| < (F'(x))^2$ на отрезке [a,b].

Итерационный процесс: $x^{(k+1)} = x^{(k)} - F(x^{(k)}) / F'(x^{(k)})$.

Более совершенное с программистской точки зрения решение задачи может быть получено с помощью изучаемого в курсе «Языки программирования» (II семестр) процедурного типа данных. В этом случае

различные уравнения и методы как переменные процедурного типа подставляются в качестве фактических параметров соответствующих подпрограмм. Решение задачи на языке Си, фактически базирующееся на указателях на функции, близко к этому.

Постановка задачи:

Составить программу на языке Си с процедурами решения трансцендентных алгебраических уравнений различными численными методами (итераций, Ньютона и половинного деления—дихотомии). Нелинейные уравнения оформить как параметры-функции, разрешив относительно неизвестный величины в случае необходимости. Применять каждую процедуру к решению двух уравнений, заданных двумя строками таблицы, начиная с варианта с заданным номером. Если метод неприменим, дать математическое обоснование графическую иллюстрацию, например, с использованием gnuplot.

20	$0.1x^2 - x \ln x = 0$	[1, 2]	Ньютона	1.1183
21	$\int \operatorname{tg} x - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^{3} x + \frac{1}{5} \operatorname{tg}^{5} x - \frac{1}{3} = 0$	[0, 0.8]	дихотомии	0.3333

Идея решения:

- 1) Подключение библиотеки <stdio.h>, <math.h> и <float.h>.
- 2) Определяем функции, данные в задании, видоизменяем функции для определенных методов.
- 3) Машинный эпсилон
- 4) Реализуем функции для различных методов с помощью указателей.
- 5) Выводим значения, полученные тремя различными методами для 20 и 21 варианта

Программа:

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
#include <float.h>
double function_1(double x)
{
```

```
return ((0.1 * pow(x, 2)) - x * log(x)); /*Тут внимательно с аргументами
функций*/
double function 1 iter(double x)
  return (0.1 * pow(x, 2)) - (x * log(x)) + x; // прибавили слева и справа x
  }
double function 1 diff(double x)
  {
   return (1/5)*х - \log(x) - 1; // производная функции
  }
double function 2(double x)
  {
  return (\tan(x) - (1./3)*pow(\tan(x), 3) + (1./5)*pow(\tan(x), 5) - (1./3));
double function 2 iter(double x)
  return x - 0.5*function 2(x);
double function 2 diff(double x)
  {
  return (\cos(2*x)*pow(\cos(x), 2)+pow(\sin(x), 4))/pow(\cos(x), 6);
  }
double dichotomy(double(*Func main)(double), double a, double b)
  {
   double x;
   while (fabs(a - b) > DBL EPSILON) { //пока значения концов отрезка
отличаются с заданной точностью
   x = (a + b) / 2.0;
```

```
if ((*Func main)(a) * (*Func main)(x) < 0.0) //если значение функции на
концах отрезка разных знаков – обновление значений концов отрезка
    \{b = x;\}
  else {
  a = x;
return x;
double iteration(double(*func)(double), double a, double b)
double x cur = (a + b) / 2.0, x last=b; //первое и последующие приближения
//x cur=a;
while (fabs(x cur - x last) > DBL EPSILON) { //пока значения отличаются
с заданной точностью, вычислять следующее приближение
x last = x cur;
x cur = (*func)(x last);
return x cur;
double newton(double(*Func main)(double), double (*func diff)(double),
double a, double b)
double x cur = (a + b) / 2.0, x last; //первое и последующие приближения
while (fabs(x cur - x last) > DBL EPSILON) { //пока значения отличаются
с заданной точностью, вычислять следующее приближение (с помощью
касательной)
x last = x cur;
x cur = (*Func main)(x last) / (*func diff)(x cur);
```

```
return x_cur;
int main() {
printf("Для перого уравнения на отрезке [1, 2]:\n");
printf("Методом диохтомии: %.10lf\n", dichotomy(function 1, 1.0,
2.0)); //вывод корня уравнения, вычисленного методом диохтомии для
варианта 20
printf("Методом итераций: %.10lf\n", iteration(function 1 iter,
1.0, 2.0)); //вывод корня уравнения, вычисленного методом итераций для
варианта 20
printf("Методом Ньютона: %.10lf\n", newton(function 1,
function 1 diff, 1.0, 2.0)); //вывод корня уравнения, вычисленного методом
Ньютона для варианта 20
printf("Для второго уравнения на отрезке [0, 0.8]:\n");
printf("Методом диохтомии: %.10lf\n", dichotomy(function 2, 0.0,
0.8)); //вывод корня уравнения, вычисленного методом диохтомии для
варианта 21
printf("Методом итераций: %.10lf\n", iteration(function 2 iter,
0.0, 0.8)); //вывод корня уравнения, вычисленного методом итераций для
варианта 21
printf("Методом Ньютона: %.10lf\n", newton(function 2,
function 2 diff, 0.0, 0.8)); //вывод корня уравнения, вычисленного методом
Ньтона для варианта 21
}
```

Тесты:

Для перого уравнения на отрезке [1, 2]:

Методом диохтомии: 1.1183255916

Методом итераций: 1.1183255916

Методом Ньютона: 1.1183255916

Для второго уравнения на 🗫резке [0, 0.8]:

Методом диохтомии: 0.3332554647

Методом ите**⊘**аций: 0.3332554647

Методом Ньютона: 0.3332554647

Вывод: в ходе данной работы я научилась использовать указатели для функции, овладела различными методами решения уравнения, которые мне пригодятся в дальнейшем обучении и работе.

7. Заключение

В ходе выполнения курсовой работы я познакомилась с важнейшими алгоритмическими моделями: Машина Тьюринга, Диаграммер Тьюринга, НАМ, которые необходимы для формального определения алгоритма. Также я познакомилась с численными методами и научилась улучшила свои качества разработки на Си.

8. Список используемых источников:

- 1. <u>Машинный ноль Википедия (wikipedia.org)</u>
- 2. С. С. Гайсарян; В. Е. Зайцев Курс информатики
- 3. В.Ю. Гидаспов; И.Э. Иванов; Д.Л. Ревизников; В.Ю. Стрельцов; В.Ф. Формалев Чилсенные методы
- 4. Андрей андреевич марков презентация 89 фото (triptonkosti.ru)
- 5. https://dzen.ru/a/YUjmEc6UNFgAX LR