§6.2 集合的运算

定义 设A, B是两个集合， A与B的**并集**$A\cup B$，**交集**$A\cap B$，B对A的**相对补集**$A-B$分别规定如下：

$$A\cup B=\{x \mid x\in A\vee x\in B\}$$

$$A\cap B=\{x \mid x\in A\wedge x\in B\}$$

$$A-B=\{x \mid x\in A\wedge x\notin B\}$$

若$A\cap B=\varnothing$，则称A与B是**不交的**。

设$A_1, A_2, \cdots, A_k$是k个集合，则有

$$\bigcup_{i=1}^{k} A_i = A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_k \qquad \bigcap_{i=1}^{k} A_i = A_1\cap A_2\cap\cdots\cap A_k$$

定义 设A, B是两个集合， A与B的**对称差集**

$A \oplus B$规定如下：

$$A \oplus B = (A - B) \cup (B - A)$$

对称差也称“**异或**”运算，是去同存异的运算。

p	q	$p \oplus q$	$(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0

异或实际上是不可兼或。

定义 设E是全集，$A \subseteq E$，则A的**绝对补集**$\sim A$规定如下：

$$\sim A = E - A$$

定义 设A是集合，则A的元素的元素构成的集合称为**广义并**，记为$\cup A$。

$$\cup A = \{ x \mid \exists z (z \in A \wedge x \in z) \}$$

例

$A = \{\{a, b, c\}, \{a, c, d\}, \{a, e, f\}\}$，$\cup A = \{a, b, c, d, e, f\}$

$B = \{a, \{b, c\}, \{c, d\}\}$，$\cup B = a \cup \{b, c, d\}$

定义设A是非空集合，则A的所有元素的公共元素构成的集合称为**广义交**，记为$\cap A$。

$$\cap A=\{\, x \mid \forall z\,(z\in A\rightarrow x\in z)\}$$

例

$A=\{\{a, b, c\}, \{a, c, d\}, \{a, e, f\}\}$，$\cap A = \{a\}$

$B=\{a, \{b, c\}, \{c, d\}\}$，$\cap B = a\cap\{c\}$

注 做广义并和广义交时，A中的元素必须视为集合，不管其是否表示成集合。

$\cup\varnothing=\varnothing$，但$\cap\varnothing$没有意义（推出悖论）。

集合运算的分级：

集合运算分一、二两类，一类优先于二类，一类之间从右向左，二类之间由括号确定。

一类运算：广义交，广义并，幂集，绝对补

二类运算：并，交，相对补，对称差