

实验十 单摆（研究单摆的运动特性）

单摆实验有着悠久历史，当年伽利略在观察比萨教堂中的吊灯摆动时发现，摆长一定的摆，其摆动周期不因摆角而变化，因此可用它来计时，后来惠更斯利用了伽利略的这个观察结果，发明了摆钟。

本实验是用经典的单摆公式测量重力加速度 g ，对影响测量精度的因素进行分析，学习如何改进测量方法，以进一步提高测量精度。

一、目的要求

- 1、用单摆测定重力加速度；
- 2、学习使用计时仪器（多功能计时器）；
- 3、学习在直角坐标纸上正确作图及处理数据；
- 4、学习用最小二乘法作直线拟合。

二、仪器仪器

单摆装置，米尺，游标卡尺，光电计时器。

三、实验原理

把一个金属小球拴在一根细长的线上，如图 1 所示。如果细线的质量比小球的质量小很多，而球的直径又比细线的长度小很多，则此装置可看做是一根不计质量的细线系住一个质点，这就是单摆。略去空气的阻力和浮力以及线的伸长不计，在摆角很小时，可以认为单摆作简谐振动，其振动周期 T 为

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \quad g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2} \quad (1)$$

式中 l 是单摆的摆长，就是从悬点 O 到小球球心的距离， g 是重力加速度。因而，单摆周期 T 只与摆长 l 和重力加速度 g 有关。如果我们测量出单摆的 l 和 T ，就可以计算出重力加速度 g 。

四、实验内容

- 1、固定摆长，测定 g 。

- 1) 测定摆长（摆长 l 取 100cm 左右）。

①先用带米尺测量悬点 O 到小球最低点 A 的距离 l_1 （见图 1），如下所列：

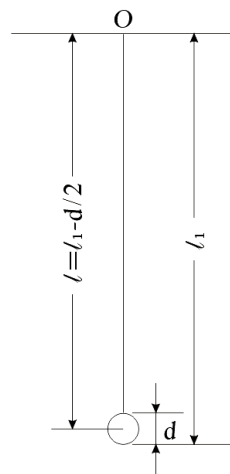


图 1

| | | |
|--------------------|-----------------------|-------------------------|
| 悬点 O 的位置 x_1 /cm | 小球最低点 A 的位置 x_2 /cm | $l_1 = x_1 - x_2 $ /cm |
| | | |

再估计 l_1 的极限不确定 ΔL_1 ；米尺的仪器误差=0.5mm(即最小分度值的一半)。

②先用游标卡尺多次测量小球沿摆长方向的直径 d (见图 4-1)，如下所列：

| | | | | | | | |
|------|---|---|---|---|---|---|----------|
| 次数 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | d 平均值 mm |
| d/mm | | | | | | | |

再求出 \bar{d} 和 Δd







③ 摆长为 $l = l_1 - \frac{\bar{d}}{2}$

求出 $U_L = \sqrt{\Delta l_{\text{仪}}^2 + \Delta d^2}$

则摆长 l 为： $l \pm U_l = (\quad \pm \quad) \text{ cm}$

2) 测量单摆周期。

使单摆作小角度摆动。通过计算可知，当小球的振幅小于摆长的 1/12 时，摆角 $\theta < 5^\circ$ 。小球的振幅通过档杆在水平方向的位置而确定。从档杆方向平稳放开小球，开始自由摆动，待摆动稳定后，用光电计时器测量。

多功能计时器的使用方法：连接好光电门传感器与计时器的插线；开机通电后，设定计时次数 n 为 60 次(30 个周期)，按 “” 键即准备计时，等小球经过光电门挡光时，即进行计时，在第 61 次挡光时停止计时，显示 30 个周期总时间 30T。如果要改变计时次数，可以在计时结束后按 “” 键或 “” 键，再按 “”、“” 键可改变计时次数。再按 “” 键即可计时。(多功能计时器详细操作请参见 DHTC-3B 使用说明书。)

测量摆动 30T 所需的时间 (积累法)，并重复测量多次，求平均值，如下所列：

| | | | | | | |
|-------|---|---|---|---|---|----|
| 次数 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 平均 |
| 30T/s | | | | | | |

求出 $\overline{30T}$ 和 $\Delta 30T$ ，则 $\overline{30T} \pm U_{\overline{30T}} = (\quad \pm \quad) \text{ s}$

仪器误差 0.01s

$$3) \text{ 由 } g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} = \frac{4\pi^2 l}{(30T/30)^2} = \frac{\pi^2 l \times 3600}{(30T)^2} \quad (2)$$

$$\frac{U_g}{g} = \sqrt{\left(\frac{1}{l}\right)^2 (\Delta l)^2 + \left(\frac{2}{30T}\right)^2 (\Delta 30T)^2}$$

计算 g 的标准不确定度 Δg (计算时可把 $30T$ 作为一个数, 而不必求出 T)。

$$g \pm U_g = (\quad \pm \quad) [\quad] \text{ (写出单位符号)}。$$

2、改变摆长, 测定 g

使 l 分别为 50, 60, 70, 80, 90cm 左右, 测出不同摆长下的 $30T$ 。

1) 用直角坐标纸作 $l - (30T)^2$ 图, 如果是直线说明什么? 由直线得斜率求 g

2) 以 l 及相应的 $(30T)^2$ 数据, 用最小二乘法作直线拟合, 求其斜率, 并由此求出 g 。

*3、固定摆长, 改变摆角 θ , 测定周期 T 。(选作)

使 θ 分别为 $10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$, 用光电计时器测摆动周期 T , 然后做比较, 如表 1 所列。

1) 用周期 T 随摆角 θ 变化的二级近似式

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left(1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\theta}{2}\right) \quad (3)$$

计算出上述相应角度的周期数值, 并进行比较 (其中 g 取当地标准值)。

2) 用式 (1) 计算出周期 T 的值, 并进行比较 (其中 g 取当地标准值)。

从以上比较中体会式 (1) 要求摆角 θ 很小这一条件的重要性, 并体会摆角 θ 略偏大时用式 (3) 进行修正的必要性。

表 1 固定摆长，用光电计时器测摆动周期 T

| 摆角 次数 | 10° | 20° | 30° |
|---|-----|-----|-----|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 实验值 \bar{T}/s | | | |
| 由式(3)计算 T/s | | | |
| $\frac{T_{\text{实}} - T_{\text{计}}}{T_{\text{计}}} / (\%)$ | | | |
| 由式(1)计算 T/s | | | |
| $\frac{T_{\text{实}} - T_{\text{计}}}{T_{\text{计}}} / (\%)$ | | | |

*4、其他系统误差的考虑（思考题）

除了摆角的影响以外，由于存在理论、方法等方面的误差，还需从以下这些方面逐项分析，考察并修正测量结果。

（1）单摆的修正

单摆公式(1)中，我们假定小球是一个质点，而且不计摆线质量，实际上，从精确测量的角度分析，摆线质量 μ 并不等于零，小球半径 r 也不等于零，即不是理性的单摆，而是一个绕固定轴摆动的复摆。其周期可用下式表达：

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{2}{5} \frac{r^2}{l^2} - \frac{1}{6} \frac{\mu}{m}\right)}$$

m 为小球质量， μ 为摆线质量， l 为摆线长度， r 为小球半径。

第二、三项为修正项，数量级为 10^{-4} 左右。

（2）空气浮力与阻力的修正

考虑到空气的浮力和阻力影响，周期将增大。即

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{8}{5} \frac{\rho_0}{\rho}\right)}$$

ρ_0 、 ρ 为空气和小球的密度，数量级为 10^{-4} 左右。

第二、三项为修正项，数量级为 10^{-4} 左右。

5、注意事项

- 1) 要注意小摆角的实验条件，例如控制摆角 $\theta < 5^\circ$ 。
- 2) 要注意使小球始终在同一个竖立平面内摆动，防止形成“锥摆”。
- 3) 本仪器提供铁质小球的直径：20mm。
- 4) 挡光针为长 15mm，直径为 2.7mm 的中空塑料圆柱，实验时将其插在小球的底部孔中。

【思考题】

1、请想出一种用摆锤为不规则形状的重物（如一把挂锁）制成“单摆”，并测定重力加速度 g 的方法。

2、假设单摆的摆动不在竖立平面内，而是作圆锥形运动（即“锥摆”）。若不加修正，在同样的摆角条件下，所测的 g 值将会偏大还是偏小？为什么？