§16.2 生成树

定义 设G是一个无向图，T是G的生成子图。若T是树，则称T是G的**生成树**。

注 设T是G的生成树，$\forall e \in E(G)$，

① 若$e \in E(T)$，则称e为**树枝**；若$e \notin E(T)$，则称e为**弦**；

② $G[E(G)-E(T)]$称为T的**余树**，记为$\overline{T}$。

定理 无向图G有生成树的充分必要条件是G连通。

推论

（1）若G是连通无向图，T是G的生成树，则T有 $|E(G)|-|V(G)|+1$条弦；

（2）若G是连通无向图，T是G的生成树，C是G的一个圈，则$E(\overline{T})\cap E(C)\neq\varnothing$；

（3）若G是连通无向图，T是G的生成树，e'是T的弦，则 $T+e'$中恰含一个圈，且不同的弦对应不同的圈；

（4）若G是连通无向图，T是G的生成树，e是T的树枝，则G中恰含一个由e和弦构成的割集，且不同的树枝对应不同的割集。

定义 设G是无向连通图，T是G的生成树，e'是T的弦，则$T+e'$包含的唯一圈称为T的弦e'对应的**基本回路**；T的所有弦对应的基本回路的集合称为T对应的**基本回路系统**，基本回路的个数称为G的**圈秩**，记为$\xi(G)$。

定义 设G是无向连通图，T是G的生成树，e是T的树枝，则G中唯一的包含e且其它边均为T的弦的割集称为树枝e对应的**基本割集**，T的所有树枝对应的基本割集的集合称为T对应的基本割集系统；基本割集的个数称为G的割集秩，记为$\eta(G)$。

基本回路与基本割集在电路分析与设计中有重要应用。

定义 设G=<V,E,W>是一个无向连通带权图，则G的所有生成树中权最小的称为G的**最小生成树**。

Kruskal算法（避圈法）：

设G是无向连通带权图，把G的边按权从小到大排列$e_1, e_2, \cdots, e_m$。

步骤1：若e_1是环，则舍弃；否则，把e_1放入T中，然后依次检测$e_2, \cdots, e_m$。

步骤2：若e_2是环或与e_1构成圈，则舍弃；否则，把e_2放入T中。 $\cdots, e_m$。若e_j（$j \geq 2$）

步骤3：若e_j（$j \geq 3$）是环或与已在T中的边构成圈，则舍弃；否则，把e_j放入T中。

例 求下列带权图的最小生成树。

解 用避圈法:

把边的权按从小到大的顺序排列

1(环),1,2,3,4,5,6,7

按照边的排序，依次确定应包含在最小生成树的树枝:

① 选1 ② 选2 ③ 选4 ④ 选5

由此得最小生成树。 ▌