

第 1 章 绪论

1.1 物理实验课程的地位、作用和教学任务

物理学本质上是一门实验科学。无论是物理规律的发现，还是物理理论的验证，都离不开物理实验。例如，牛顿运动定律、电磁学的基本定律库仑定律和毕奥-萨伐尔定律都是通过物理实验总结出来的；赫兹的电磁波实验使麦克斯韦电磁场理论获得普遍承认；杨氏干涉实验时光的波动学说得以确立；卢瑟福的 α 粒子散射实验揭开了，原子的秘密；近代高能粒子对撞实验使人们得以深入到物质的最深层次—原子核和基本粒子的内部—来探索其规律等。可以说，没有物理实验，就没有物理学本身。

理论研究和实验研究都是研究物理的手段。但从实际从事物理研究工作的人数分布来看，从事实验研究的人数要多于从事理论研究的人数，这意味着许多学生在未来的实际工作中要从事研究工作，工科学生更是离不开实践，因此，从人才培养的需要来看，物理实验课程是非常必要的。物理实验课程的名称也许容易让人们认为它是一门教授有关物理实验的课程，但它应该承担起一些采用实验的手段教授物理（即实验物理教学）的重任，本书则力图能够实现一些这样的教学意图。

物理实验是科学实验的先驱，体现了大多数科学实验的共性，在实验思想、实验方法以及实验手段等方面是各学科科学实验的基础。

物理实验课程是高等理工院校对学生进行科学实验基本训练的必修基础课程，是本科生接受系统实验方法和实验技能训练的开端。物理实验课程所涉及的知识、方法和技能是学生进行后继实践训练的基础，也是毕业后从事各项科学实践和工程实践的基础。物理实验课覆盖面广，具有丰富的实验思想、方法和手段，同时能提供综合性很强的基本实验技能训练，是培养学生科学实验能力、提高科学素质的重要基础课程。它在培养学生严谨的治学态度、活跃的创新意识、联系理论实际和适应科技发展的综合能力等方面具有其它实践类课程不可替代的作用。

物理实验课程的具体任务是：

1) 培养学生的基本科学实验技能，使学生初步掌握实验科学的思想和方法，提高学生的科学实验基本素质。

2) 培养学生的科学思维和创新意识，使学生掌握实验研究的基本方法，提高学生的分析能力、解决问题能力和创新能力。

3) 提高学生的科学素养，培养理论联系实际和实事求是的科学作风，认真严谨的科学态度，积极主动的探索精神，遵守纪律、团结协作和爱护公共财产的优良品德。

对科学实验能力培养的基本要求包括：

1) 独立学习的能力：能够自行阅读与钻研实验教材和资料，必要时自行查阅相关文献资料，掌握实验原理及方法，做好实验前的准备。

2) 独立实验操作的能力：能够借助教材或仪器说明书，正确使用常用仪器及辅助设备，独立完成实验内容，逐步形成自主实验的基本能力。

3) 分析与研究的能力：能够融合实验原理、设计思想、实验方法及相关的理论知识对实验结果进行分析、判断、归纳与综合，掌握通过实验进行物理现象和物理规律研究的基本方法，具有初步的分析与研究的能力。

4) 书写表达的能力：掌握工程实践中普遍使用的数据分析与处理方法，建立误差与不

确定度的概念,正确处理数据,分析说明实验结果,撰写实验报告,逐步培养科学论文的写作能力。

5) 理论联系实际的能力:能够在实验中发现、分析问题、解决问题的科学方法,提高综合运用所学知识解决实际问题的能力。

6) 创新与实验设计的能力:能够完成符合规范要求的设计性、综合性内容的实验。

在物理实验课程的学习过程中,希望同学们有意识地锻炼、培养自己上述各方面的能力和素质,为未来的学习和工作积聚力量。

1.2 物理实验课程的三个基本环节

1. 实验前的预习

进行任何一个科学实验之前,都要做充分的准备。具体落实到本门课程,实验前的预习极为重要。每次实验课前,同学们要认真阅读教材和有关参考资料,并在阅读和分析的基础上认真思考:①本次实验要研究的问题是什么?②为了澄清所要研究的问题,实验方案是如何设计的?③弄清楚实验所涉及的原理和测量方法。④了解实验所要使用的仪器,实验主要步骤及注意事项。⑤对未来实验中可能出现的现象、结果等要有大致的预测。⑥记录下来不理解或不清楚的问题,留待实验课堂上与指导教师讨论。同学们要把自己放在实验工作负责人的位置上,主动思考,在实验课前对整个实验工作尽可能地进行规划、安排,对进入实验室后如何开展工作做到心中有数。

在预习的基础上写出预习报告,预习报告要简明扼要地写出:①实验名称;②实验任务;③原理图、线路图或光路图;④测量公式(包括公式中各物理量的含义和单位);⑤提纲性地列出关键实验步骤;⑥设计原始实验数据记录表格,并单独用一张实验报告纸做好原始实验数据记录表格。

2. 实验操作

在实验过程中要遵守操作规程,注意安全。

做实验不是简单地测量几个数据,计算结果就行,更不能把这一重要实践过程看成是只动手不动脑地机械操作。通过实验的实践,要有意识地培养自己使用 and 调节仪器的本领、精密正确的测量技能、注意观察和分析实验现象的科学素养、整洁清楚地做好实验记录(包括实验中发现的问题、观察到的现象、原始测量数据等)的良好习惯,并逐步培养自己设计实验的能力。在实验过程中不仅要动手进行操作和测量,还必须积极地动脑思考。珍惜独立操作机会。记录实验数据时不能使用字迹可擦除的铅笔。实验完毕,应先将数据交给教师审查签字,在得到老师同意后,才能关闭仪器。还要特别注意,将仪器整理还原,桌面收拾整洁,凳子摆放整齐以后,才能离开实验室,这也是培养未来良好工作习惯的一个重要细节,请同学们不要忽视。

3. 实验报告

实验报告是实验工作的最后环节,是整个实验工作中的重要组成部分。通过撰写实验报告,可以锻炼总结工作的能力和科学技术报告的写作能力,这是未来从事任何工作都需要的能力。实验报告要用实验报告纸书写,下面给出一种参考格式:

物 理 实 验 报 告

实验名称:

班级:

实验日期: 年 月 日

姓名:

学号:

同组人姓名:

目的要求:

仪器：写出主要仪器的名称、规格和型号。

原理：对实验原理进行高度概括总结，用自己的语言，简明扼要地写出实验原理（实验的理论依据）和测量方法要点，说明实验中必须满足的实验条件。写出数据处理时必须要用地一些主要公式，标明公式中各物理量的意义（不要推导公式）。画出必要的实验原理示意图、测量电路图或光路图。

实验步骤：根据自己的实际实验过程，简明扼要地写出实验步骤。注意文字表述的准确性和个实验步骤间的逻辑关系。

数据和数据处理：首先根据要研究的问题的需要设计好实验数据表格，在表格中列出原始测量数据，表格必须要有标题。其次，按被测量最佳估算的计算、被测量的不确定度计算和被测量的结果表示的顺序，正确计算和表示测量结果。一般要按先写公式，再代入数据，最后得出结果的次序，进行每一步的运算。要求作图的，应按作图规则画图，图必须有图题。

分析讨论：这里是展示同学们独特观点、个性化思考和创造性思维的地方。要对实验中观察到的现象、实验结果进行分析、讨论和评价，常常需要查阅文献，以使分析讨论更为深入和有说服力。

结论：认真思考本次实验得到了哪些重要的实验事实、规律或测量结果，用高度概括总结的语言把它们明确写出来，让你的报告的读者一下子就能抓住你的工作的关键要点。

1.3 物理实验规则

在实验室做实验，要遵守实验室规则，注意细节，养成良好的工作习惯。

- 1) 树立安全第一的观念，并落实到整个实验过程中。
- 2) 课前应充分预习，实验时态度认真严肃，注意保持实验室安静。
- 3) 实验时，如缺少仪器、用具、材料等，应向指导教师或实验室人员提出。
- 4) 爱护仪器设备，如有损坏、丢失，应立即报告指导教师。由于粗心大意或违反操作规程而损坏仪器者，除应按规定赔偿外，严重者还应做出书面检讨。
- 5) 凡使用电源的实验，必须经过教师检查线路并同意后，才能接通电源。
- 6) 做完实验，测量数据要交给指导教师审查签字。离开实验室前，应将仪器整理还原，桌面收拾整洁、凳子摆放整齐。
- 7) 实验报告连同教师签字的原始数据应在做实验后一周之内一起交给任课老师。

第2章 测量误差与实验数据处理基础知识

2.1 测量与测量误差

2.1.1 测量

用实验的方法找出物理量量值的过程叫测量。量值是指用数和适宜的单位表示的量，例如：1.5m，17.5℃，3.5Kg 等。从测量方法出发来分类，可将测量分为直接测量和间接测量。

直接测量 凡使用量仪或量具直接测得（读出）被测量数值的测量，称为直接测量。如用游标卡尺测直径，用天平测质量，用温度计测量温度，用秒表测量时间以及用万用表测电流和电压等。

间接测量 许多物理量没有直接测量的仪器，常常需要根据一些物理原理、公式，由直接测量量计算出所要求的物理量，这种用间接的方法得到被测量数值的测量，称为间接测量。如测量钢球的密度时，由直接测量测出钢球的直径 D 和质量 m，然后根据公式

$$\rho = \frac{m}{\frac{\pi}{6} D^3} \quad (2.1-1)$$

计算出密度 ρ 。钢球密度的测量即为间接测量。

2.1.1 测量的误差

测量结果都具有误差，误差自始至终存在于一切科学实验和测量过程中。任何测量仪器、测量方法、测量环境、测量者的观察力等都不可能做到绝对严密，这些就使测量不可避免地伴随有误差产生。因此，分析测量中可能产生的各种误差，尽可能地消除其影响，并对测量结果中未能消除的误差做出估计，就是物理实验和许多科学实验中必不可少的工作。

首先来了解一下误差的概念。测量误差就是测量结果于被测量的真值（或约定真值）的差值。测量误差的大小反映了测量结果的准确度，测量结果可以用绝对误差表示，也可以用相对误差表示。

$$\text{绝对误差} = \text{测量结果} - \text{被测量的真值} \quad (2.1-2)$$

$$\text{相对误差} = \frac{\text{测量的绝对误差}}{\text{被测量真值}} \times 100\% \quad (2.1-3)$$

被测量的真值是一个理想概念，一般来说真值时不知道的，因而在实际测量中常用被测量的实际值或修正过的算数平均值来代替，称为约定真值。由于一般情况下不知道真值，所以也就不能计算误差，只有在少数情况下可以用准确度足够高的实际值作为被测量的约定真值，这时才能计算误差。

2.2 误差分类极其简要处理方法

测量中的误差主要分为两类：系统误差和随机误差。两类误差的性质不同，处理方法也不同。

2.2.1 系统误差

系统误差是指在每次测量中都具有一定大小、一定符号，或按一定规律变化的测量误差

分量。它来源于：仪器构造上的不完善；仪器未经很好校准；测量时外部条件的改变；测量者的固有习惯和测量所依据的理论的近似；测量方法和测量技术的不完善等。系统误差的减少和消除是一个复杂的问题，进而找出产生误差的各个原因，才有可能设法在测量结果中消除或减少它的影响。及尽管如此，在某些可能的情况下也存在一些消除系统误差（固定的和变化的）的方法。

1. 对测两结果引入修正值

通常包括两方面内容，一是对仪器或仪表引入修正值，这可通过与准确级别高的仪器或仪表作比较而获得；二是根据理论分析，导出补正公式，例如，精密称衡的空气浮力补正，量热学实验中的热量补正等。

2. 选择适当的测量方法

选择适当的测量方法，使系统误差能够被抵消，从而不将其带入测量结果之中。常用的方法有：

1) 交换法：就是将测量中的某些条件（例如，被测物的位置）相互交换，使产生系统误差的原因对测量的结果起相反的作用，从而抵消系统误差。如用滑线电桥测量电阻时把被测电阻与标准电阻交换位置进行测量，在天平使用中的复秤法等。

2) 补偿法：如量热实验中采用加冰降温的办法使系统的初温低于室温以补偿升温时的散热损失，又如用电阻应变片测量磁致伸缩时的热补偿等。

3) 替代法：在一定条件下，用某一已知量替换被测量以达到消除系统误差目的的方法。例如，用电桥精确测量电阻时，为了消除仪器误差对测量结果的影响，就可以采用替代法，不过这里要求“指零”仪器应有较高的灵敏度。

4) 半周期偶数测量法：按正弦曲线的周期性系统误差（如测角仪的偏心差）可用半周期偶数法予以消除。这种误差在 00、1800、3600、处为零，而在任何差半个周期的两个对应点处误差的绝对值相等而符号相反，因此，若每次都在相差半个周期处测两个值，并以平均值作为测量结果就可以消除这种系统误差，在测角仪器（如分光仪，量糖仪等）上广泛使用此种方法。

2.2.2 随机误差

一般情况下，在相同条件下对同一物理量进行多次重复测量时，在极力消除或改正一切明显的系统误差之后，每次测量结果仍会出现一些无规律的随机性变化（实际上系统误差未消除时，这种随机性变化也同样会表现出来）。如果测量的灵敏度或分辨能力足够高，就可以观察到这种变化，我们将这种随机性变化归结于随机误差的存在。和系统误差不同的是，随机误差的出现，从表面上看是毫无规律的，似乎是偶然的，但如果测量次数很多，结果就显现出明显的规律。例如，误差值一定的数值出现的概率是相同的，绝对值小的误差较绝对值大的误差出现的概率大，其算术平均值随着测量次数的增加而越来越趋近于零等。

综上所述，随机误差是在对同一被测量在重复性条件下进行多次测量的过程中，测量的绝对值与符号以不可预知的方式变化着的测量误差的分量。这里，重复性条件包括：相同的测量程序、相同的观测者、在相同的条件下使用相同的测量仪器、相同的地点、在短时间内重复测量等。这种误差是由实验中各种因素的微小变动性引起的。例如实验装置和测量机构在各次测量调整操作上的变动性、测量仪器指示数值上的变动性、以及观测者本人在判断上和估计读数上的变动性等。这些因素的共同影响就使测量值围绕着测量的平均值发生涨落变化，这种变化量就是各次测量的随机误差。

随机误差的出现，就某一次测量值来说是没有规律的，其大小和方向都是不可预知的，但对于同一个量进行足够多次的测量时则会发现，随机误差是按一定的统计规律分布的。常见的统计分布有正态分布、t 分布、平均分布等。

随机误差的分布特性与处理方法:

1) 在多次测量时, 正负随机误差大致可以抵消, 因而用多次测量的算术平均值表示测量结果可以减少随机误差的影响。

2) 测量值的分散程度直接体现随机误差的大小, 测量值越分散, 测量的随机误差就越大。因此, 必须对测量的随机误差做出估计才能表示出测量的精密度。

下面简单介绍实验数据与误差处理中最常用的正态分布和 t 分布。

1. 正态分布

正态分布 (又称高斯分布) 是误差理论中最重要的一种分布。从概率论“中心极限定理”可知, 一个随机变量如果是大量相互独立的、微小因素影响的总效果, 这个随机变量就近似地服从正太分布。物理测量中的随机误差, 往往是观察者不能控制的大量偶然因素作用的结果, 所以大多数物理测量服从正太分布。

正态分布的概率密度函数为

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma_x^2}\right] \quad (-\infty < x < +\infty) \quad (2.2-1)$$

$$\mu = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum x_i}{n} \quad (2.2-2)$$

$$\sigma_x = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\sum (x_i - \mu)^2}{n}} \quad (2.2-3)$$

式中, μ 和 σ_x 为分布参数; n 为测量次数。 μ 为正态分布的数学期望, 表示出现概率最大的 x 值, 消除系统误差后, μ 通常就是 x 的真值。 σ_x 为正态分布的均方根差, σ_x 愈小, 分布曲线愈陡, 数据愈集中, 重复性愈好。 σ_x 大, 则正好相反。实际测量的任务就是通过测量数据求得 μ 和 σ_x 的值。图 2.2-1 所示为正态分布曲线。

$p = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx$ 是随机变量 x 出现在 $[x_1, x_2]$ 区间的概率, 称为置信概率。与置信概率对应的区间称为置信区间。显然, 置信区间的扩大, 置信概率将提高。对于正态分布, 以下三个置信区间及其相应的置信概率在实验误差与数据处理中具有重要意义。

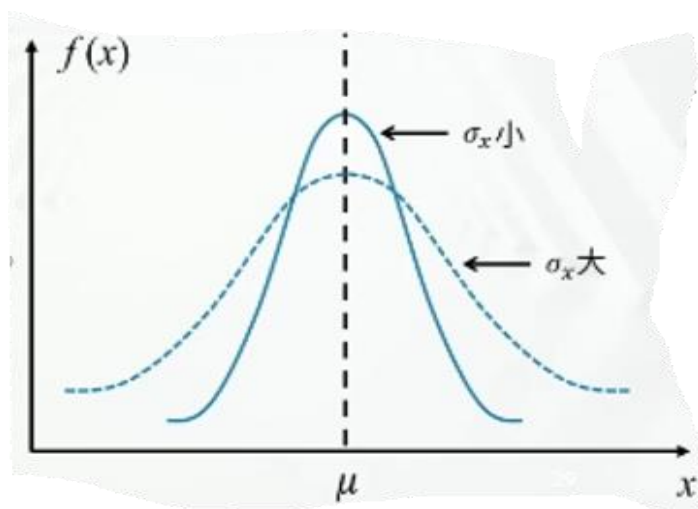


图 2.2-1 正态分布曲线

$$\begin{aligned}
[\mu - 2\sigma_x, \mu + 2\sigma_x] & \quad P = 0.9545 \\
[\mu - \sigma_x, \mu + \sigma_x] & \quad P = 0.6826 \\
[\mu - 3\sigma_x, \mu + 3\sigma_x] & \quad P = 0.9974
\end{aligned}
\tag{2.2-4}$$

以上数据的涵义是，对服从正态分布的物理量进行测量时，测量值将有 68.26% 的概率落在 $[\mu - \sigma_x, \mu + \sigma_x]$ 区间，95.45% 的概率落在 $[\mu - 2\sigma_x, \mu + 2\sigma_x]$ 区间，而当置信概率扩大到 $[\mu - 3\sigma_x, \mu + 3\sigma_x]$ 时，测量值落在 $[\mu - 3\sigma_x, \mu + 3\sigma_x]$ 的概率将达到 99.74%，而落在该区间以外的概率则不超过 0.26%，可见 $x - \mu \geq 3\sigma$ 的可能性很小，所以 $3\sigma_x$ 通常称为极限误差。

对某一物理量 X 在重复性条件下进行了 n 次独立测量，设已消除了测量的系统误差，得到 n 个测量值 X_1, X_2, \dots, X_n ，可以把 n 个测量值看成随机变量 X 的随机样本。那么，他们的算数平均值是

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{2.2-5}$$

可以证明，测量的算术平均值最接近被测量的真值。根据最小二乘法原理，一系列等精度测量的最佳估计值是能使各次测量值与该值之差的平方和为最小的那个值。设被测量的真值的最佳估计值为 x ，可写出差值平方和如下

$$f(x) = \sum_{i=1}^n (X_i - x)^2 \tag{2.2-6}$$

令 $\frac{df(x)}{dx} = 0$ 求极值

$$\frac{df(x)}{dx} = -2 \sum_{i=1}^n (X_i - x) = 0 \tag{2.2-7}$$

则

$$x = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = \bar{X} \tag{2.2-8}$$

因此，我们可以用算数平均值表示测量结果。

显然，算术平均值 \bar{X} 也是一个随机变量。引用“中心极限定理”可以证明，如果物理量 X 服从正态分布，那么算术平均值 \bar{X} 也服从正态分布，且其数学期望为真值 u ，其均方根差 $\sigma_{\bar{X}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \sigma_x$ 。算术平均值 \bar{X} 的均方根是每个测量值均方根差的 $\frac{1}{\sqrt{n}}$ 倍，说明算数平均值的离散程度比单个测量值的离散程度要小，所以增加测量次数可以改善平均值的精密度。图 2.2-2 给出了 $\sigma_{\bar{X}} / \sigma_x$ 与 n 的关系，可以看到，随着测量次数 n 的增加， $\sigma_{\bar{X}} / \sigma_x$ 逐渐减小，但当 $n > 10$ 以后，变化趋于平缓，再增加测量次数的影响变得不明显。测量的精密度是由测量仪器的精度、测量方法、环境和观测人决定，超出这些条件单纯追求测量次数是不能提高测量精度的，但必要的测量次数还是需要的， n 不必过大，一般重复 10 次即可。

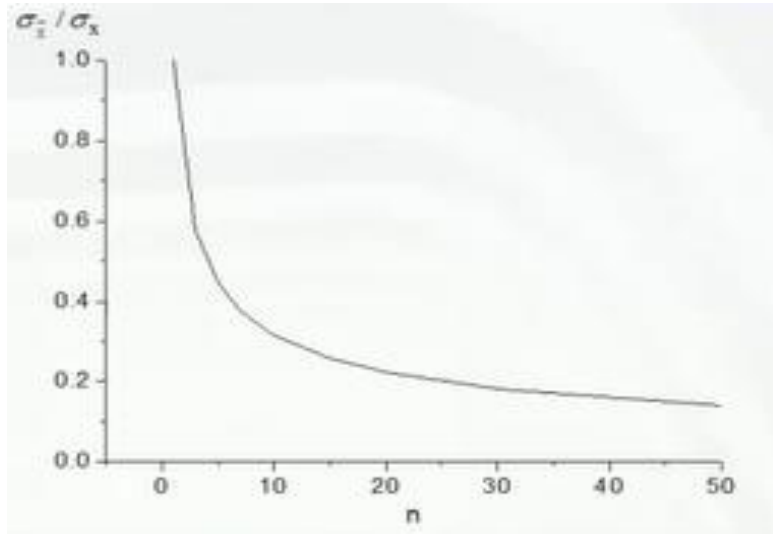


图 2.2-2 $\sigma_{\bar{x}}/\sigma_x$ 与 n 的关系

2. t 分布

当测量次数无穷多或足够多时，测量误差的分布才接近正态分布，但实际测量只能有限次地进行，因而测量结果极其离散程度必须以有限次的测量为基础进行估算。

因为测量值的算数平均值 \bar{X} 是真值的无偏估计，我们用它来作为真值的最佳估值。

每一次测量值 X_i 与平均值 \bar{X} 之差叫作残差，即

$$\Delta X_i = X_i - \bar{X} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.2-9)$$

显然，这些残差有正有负，有大有小。

可以证明， σ_x 可用标准偏差 S_x 来估值，即 S_x 是 σ_x 的无偏估计。 S_x 用下面的而贝塞尔公式来计算

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta X_i)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}} \quad (2.2-10)$$

S_x 的值直接体现了随机误差的分布特征。 S_x 值小就表示测量值很密集，即测量的精密度高；值大就表示测量值很分散，即测量的精密度低。

测量结果采用测量值的算数平均值来表征，相应地，其离散程度要由 $\sigma_{\bar{x}}$ 来表征。由于 $\sigma_{\bar{x}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \sigma_x$ ， $\sigma_{\bar{x}}$ 可用式 (2.2-11) 来估值。

$$S_{\bar{x}} = \frac{1}{\sqrt{n}} S_x \quad (2.2-11)$$

至此，测量量的真值和测量的离散程度都能够用有限次测量进行估值了，似乎测量结果的表征问题都解决了。但是我们前面提到，只有当测量次数无穷多时，测量误差的分布才接近正态分布，在测量次数有限，特别时测量次数较小时，随机变量的分布已经偏离正太分布，因此，用式 (2.2-10) 和式 (2.2-11) 的估值代入式 (2.2-4) 来表征置信区间时，对应的置信概率并不是式 (2.2-4) 中给出的值，需要进行修正。

令 $t = \frac{\bar{X} - \mu}{S_x / \sqrt{n}}$ ，可以证明，统计量 t 服从自由度 $\mu = n - 1$ 的 t 分布， t 分布又称学生分布。

t 分布的概率密度函数为

$$f(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{\mu+1}{2}\right)}{\sqrt{\mu\pi}\Gamma\left(\frac{\mu}{2}\right)} \left(1 + \frac{t^2}{\mu}\right)^{-\frac{\mu+1}{2}} \quad (-\infty < t < +\infty) \quad (2.2-12)$$

从 t 分布的 $f(t)$ 形势看， t 分布不仅与测量值有关，还与测量次数有关。图 2.2-3 所示为 t 分布曲线与正态分布曲线的对比。从图 2.2-3 中可以看到， t 分布也是左右对称的，但它较正态分布曲线矮而宽，即 t 分布的离散程度比正态分布大，且这种差别在 n 越小是越明显。一般来讲，当 $n > 30$ 时， t 分布趋于正态分布。事实上，当 $n > 10$ 时， t 分布就很接近正态分布。显然，由于 t 分布比正态分布曲线矮而宽，对于同样的置信概率， t 分布相应的置信区间比正态分布的置信区间要宽一些。所以，在 t 分布时，测量结果采用测量值的算术平均值来表征，对于置信概率 P ，对真值 u 所给出的置信区间是 $\left(\bar{X} - t_p \frac{S_x}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_p \frac{S_x}{\sqrt{n}}\right)$ ，

其中系数 t_p 称为 t 因子，其值既与测量次数有关，也与置信概率 P 有关。物理实验中常用 0.95 置信概率表示测量结果，表 2.2-1 给出了置信概率 0.95 时的 t 因子。

表 2.2-1 置信概率 $p=0.95$ 时的 t 因子

μ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	∞
$t_{0.95}(\mu)$	12.71	4.30	3.18	2.78	2.57	2.45	2.36	2.31	2.26	2.23	2.13	2.09	1.96

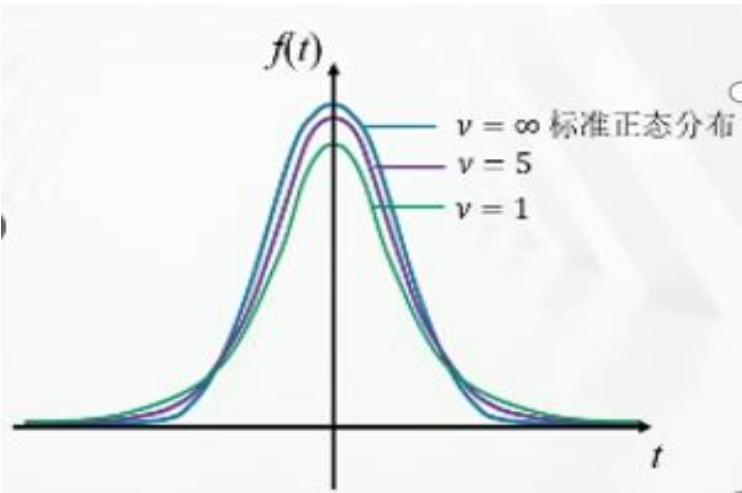


图 2.2-3 t 分布曲线

2.2.3 粗差

粗差是由实验当中的差错造成的,例如,读错数、记错数或不正当的操作仪器等。为防止粗差出现,实验时要注意理论上的约束条件,明确观测对象,安排仪器时要防止互相干扰,并注意做好数据表格和记录好原始数据。含有粗差的测量值称为坏值或异常值,在实验测量过程中或数据处理是应尽量剔除。拉依达准则是最常用的和最简单的判断可疑测量值的剔除准则,简称为 $3\sigma_x$ 准则。该准则规定,如果某一测量值 $|x_i - \mu| \geq 3\sigma_x$, 则认为该 x_i 含有粗差,应将其剔除。实际操作时由于 σ_x 未知,一般用 S_x 代替 σ_x 。需要注意的是拉依达准则在测量次数较多时可以使用,在测量次数较小时,如小于十几次时,“弃真”概率较大,最好不用。该方法既适用于测量次数 $n \leq 10$ 的情形,也适用于 n 比较大的情形。

2.2.4 随机误差与系统误差的关系

系统误差的特征是其确定性,而随机误差的特性是其随机性,二者经常是同时存在于一切科学实验中,它们之间也是相互联系的,有时难于严格区分,我们经常把一些不可定的系统误差看作是随机误差,也常常把一些可定的但规律过于复杂的系统误差当作随机误差来处理,也就是使系统误差随机化,从而使得部分误差被抵偿以得到较为准确的结果。有时系统误差与随机误差的区分还与时间和空间因素有关。时间因素有两方面的涵义,一是指时间的长短,例如校验仪表所用的标准,它的温度在校验仪表所需的短时间内可保持恒定或缓慢变化,但在长时间中(例如一个月)它却是在其平均值附近做不规则的变化,因而环境温度对标准仪表的影响在短时间内可看成是系统误差,而在长时间内则为随机误差。二是指随着科学技术的发展,人们对误差来源极其变化规律认识加深,就有可能把过去认识不到而归于随机误差的某些误差确定为系统误差。相反,由于没有认识到,也会把系统误差当作随机误差,并在数据上进行统计分析处理。

测量中,常用精密度来描述重复测量结果之间的离散程度,如果一个物理量在等精度测量时所得到的测量数据离散程度小,彼此接近,即随机误差小,则称这种测量结果的精密度高;常用测量的准确度来描述测量数据的平均值和真值偏离的程度,它是系统误差的反应。如果测量的系统误差小,则称这种测量的准确度高;测量的精确度是指测量数据集中于真值附近的程度,如果测量的平均值接近真值,且各次测量数据又比较集中,即测量的系统误差和随机误差都比较小,则称其精确度高,说明这种测量既准确又精密。

2.3 直接测量结果的表示

国际上在 1993 年制定了《测量不确定度表示指南》(GUM), (Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement), 1995 年又做了修订。我国在 1999 年 1 月批准发布了适合我国国情的《测量不确定度评定与表示》(JJF1059—1999), 1999 年 5 月 1 日起实施。

根据国家计量技术规范,参考国际标准化组织(ISO)、国际理论物理和应用物理联合会(IUPAP)、国际理论化学和应用化学联合会(IUPAC)、国际电工委员会(IEC)、国际临床化学联合会(IFCC)、国际计量局(BIPM)和国际法制计量组织(OIML)等七个国际组织 1993 年联合颁布的《测量不确定度表示指南》,物理实验教学采用一种简化的具有一定近似性的不确定度评定方法,其要项如下:

- 1) 测量结果应给出被测量的量值 \bar{X} , 并标出扩展不确定度 U , 写成

$$X = (\bar{X} \pm U) \text{单位} \quad (2.3-1)$$

它表示被测量的真值在区间 $(\bar{X} - U, \bar{X} + U)$ 内的可能性(概率)约等于或大于 95%。注意式(2.3-1)中的括号不可省略。在实验教学中,扩展不确定度也称简称为不确定度。

- 2) U 分为两类分量: A 类分量 U_A 用统计学方法计算; B 类分量 U_B 用非统计学方法评定;

两类分量用方和根法合成为总不确定度 U ，即

$$U = \sqrt{U_A^2 + U_B^2} \quad (2.3-2)$$

3) U_A 由实验标准偏差 S_x 乘以因子 $\frac{t}{\sqrt{n}}$ 求得，即 $U_A = \left(\frac{t}{\sqrt{n}}\right)S_x$ ，式中 S_x 是用贝塞尔公式 (2.2-10) 计算出的标准偏差，测量次数 n 确定后，因子 $\frac{t}{\sqrt{n}}$ 可由表 2.3-1 查出。表 2.3-1 中的 P 为置信概率，多数实验中有 $5 < n < 10$ ，因子 $\frac{t}{\sqrt{n}} \approx 1$ ，则有 $U_A \approx S_x$ 。

4) 在多数直接测量中， U_B 近似取量具或仪器仪表的误差限 $\Delta_{\text{仪}}$ 。教学中的仪器误差限一般简单地取计量器具的允许误差限（或市值误差限，或基本误差限），有时也由实验室根据具体情况近似给出。

在物理实验教学中，一般可由下式计算 U

$$U = \sqrt{\left(\frac{t}{\sqrt{n}}\right)^2 S_x^2 + \Delta_{\text{仪}}^2} \quad (2.3-3)$$

如果因为 S_x 显著小于 $\frac{1}{2}\Delta_{\text{仪}}$ ，或因估计出的 U_A 对实验最后的不确定度影响甚小，或因条件限制而只进行了一次测量，则 U 可以简单地用仪器的误差限 $\Delta_{\text{仪}}$ 来表示。当实验中只求测量一次时，根据实验条件，可由实验室给出 U 的近似值。

表 2.3-1 $p=0.95$ 时的 $\frac{t}{\sqrt{n}}$ 因子表

测量次数 n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	$n \rightarrow \infty$
$\frac{t}{\sqrt{n}}$	8.98	2.48	1.59	1.24	1.05	0.93	0.84	0.77	0.72	0.55	0.47	$\frac{1.96}{\sqrt{n}}$
$\frac{t}{\sqrt{n}}$ 的近似值	9.0	2.5	1.6	1.2	$6 \leq n \leq 10, P > 0.94$ 时 可取 $\frac{t}{\sqrt{n}} \approx 1$					$n > 10, P \approx 0.95$ 时 取 $\frac{t}{\sqrt{n}} \approx \frac{2}{\sqrt{n}}$		

2.4 间接测量结果的表示和不确定度的合成

很多实验中进行的测量是间接测量。间接测量的结果是由直接测量的结果根据一定的数学公式计算出来的。这样一来，直接测量结果的不确定度就必然影响到间接测量结果，这种影响的大小可以由相应的数学公式计算出来。

设直接测量量分别为 x, y, z, \dots ，它们都是相互独立的量，其最佳估计值分别为 $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots$ ，相应的总不确定度分别为 U_x, U_y, U_z, \dots 。间接测量为 φ ， φ 与各直接测量量之间的关系可以用函数形式（或称测量式）表示：

$$\varphi = F(x, y, z, \dots) \quad (2.4-1)$$

间接测量量 φ 的最佳估计值 $\varphi_{\text{最佳}}$ 可由将各直接测量量的最佳估计值代入函数关系式 (2.4-1) 得到：

$$\varphi_{\text{最佳}} = F(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots) \quad (2.4-2)$$

φ 值也有相应的不确定度 U_φ 。由于不确定度都是微小的量，相当于数学中的“增量”，所以间接测量的不确定度的计算公式与数学中的全微分公式基本相同，区别在于要用不确定度 U_x 等替代微分 dx 等，要考虑不确定度合成的统计性质。

在物理实验教学中，可以用以下公式来简化计算间接测量量的不确定度 U_φ ：

$$U_\varphi = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 (U_x)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 (U_y)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2 (U_z)^2 + \dots} \quad (2.4-3)$$

$$\frac{U_\varphi}{\varphi} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln F}{\partial x}\right)^2 (U_x)^2 + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial y}\right)^2 (U_y)^2 + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial z}\right)^2 (U_z)^2 + \dots} \quad (2.4-4)$$

其中，式(2.4-3)是间接测量量总不确定度传递公式，式(2.4-4)是间接测量量的相对不确定度的合成(传递)公式。对于积商形式的函数，用式(2.4-4)进行计算更为方便。

应当注意，不要将测量结果不确定度与测量误差混肴。不确定度表征的是被测量真值所处的量值范围的评定，或者是由于测量误差的存在而对被测量值不能肯定的程度。

2.5 实验数据的有效位数

实验中所测的被测量的数值都是含有误差的，对这些数值不能任意取舍，应反应出测量值的准确度。例如：用 300mm 长的毫米分度钢尺测量某物体的长度，正确度读法是除了确切地读出钢尺上有刻线的位数之外，还应估读一位，及读到 1/10mm。如，测出某物长度是 123.5mm，这表明 123 是确切的数字，而最后的 5 是估计数字，前面三位是准确数字，后面一位是存疑数字。又如，测出某铜环的体积为 $V \pm U_V = (16.63 \pm 0.20) \text{cm}^3$ ，这表明 16.63 的前两位是准确数字，后两位是存疑数字。准确数字和存疑数字的全体称为有效数字。

2.5.1 有效位数概念

国家标准 GB8170-1987 中对有效位数的定义为：对没有小数位且以若干个零结尾的数值，从非零数字最左一位向右数得到的位数减去无效零（即仅为定位用的零）的个数，就是有效位数。

2.5.2 有效位数的确定规则

实验数据的有效位数的确定是实验数据处理中的一个重要问题。下面分读数、运算和结果表示三个环节来讨论有效位数的确定。

1. 原始数据有效位数的确定

在通过仪表、量具读取原始数据时，一定要充分反映计量器具的准确度，通常要把计量器具所能读出或估计的位数全读出来。

1) 游标类量具，如游标卡尺、带游标的千分尺、分光仪角度游标度盘等，一般应读到游标分度值的整数倍。

2) 数显仪表及有十进式标度盘的仪表，如电阻箱、电桥等，一般应直接读取仪表的数值。

3) 指针式仪表一般应估读到最小分度值的 1/4~1/10。

2. 中间运算结果有效位数的确定

通过运算得到的数据的有效位数的确定原则是,可靠数字与可靠数字的运算结果为可靠数字,存疑数字与可靠数字或存疑数字的运算结果为存疑数字,但进位为可靠数字。

下面给出的有效位数确定规则是根据误差理论总结出来的,能够近似地确定运算结果的有效位数。

(1)加减运算 以参与运算的末位数量级最高的数为准,和、差都比该数末位多取一位。

(2)乘除运算 以参与运算的有效位数最少的数为准,积、商都比该数多取一位。

(3)函数值的有效位数 设 x 的有效位数已经确定,取函数(乘方、开方、三角函数、对数等)时应如何确定其有效位数呢?一般来说,可由改变 x 末位一个单位,通过函数的误差传递公式计算出函数值的误差,然后根据测量结果与不确定度的末位数字要对齐的原则来决定函数的有效位数。

【例 2.5-1】 已知 $x=56.7$, $y=\ln x$, 求 y 。

【解】 因 x 有误差位数是在十分位上,所以取 $\Delta x \approx 0.1$, 利用 $\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2 \Delta x^2}$ 估计 y 的误差位 $\Delta y = \frac{\Delta x}{x} = \frac{0.1}{56.7} \approx 0.002$, 说明 y 的误差位在千分位上, 故

$$y = \ln 56.7 = 4.038$$

【例 2.5-2】 已知 $x = 9^{\circ}24'$, $y = \cos x$, 求 y 。

【解】 取 $\Delta x \approx 1' \approx 0.00029$, $\Delta y = \sin x \Delta x = 0.0000475 \approx 0.00005$, 所以

$$y = \cos 9^{\circ}24' = 0.98657$$

确定数据的有效位数时应注意:

1) 运算公式中的常数,例如 $\rho = \frac{4m}{\pi(d_2^2 - d_1^2)h}$ 中的“4”和“ π ”,不是因为测量而产生的,从而不存在有效位数问题,在运算中需要几位就取几位,可以直接按计算器上的按键取用。对于物理常量其有效位数应比直接测量量中有效位数最少的数多取一或两位,参与式中的运算。

2) 为了避免在运算过程中由于数字的取舍而引入误差,对中间运算结果可比上述规则规定的多保留一至二位,以免因过多截取带来附加误差。

3. 估算测量不确定度时,测量结果表示中的有效位数的规定

在表示测量结果时,如果估算测量不确定度,则按下述规定取有效位数:

1) 实验结果不确定度的有效位数一般取一至两位有效位数。当不确定度首位数字较小(如 1 或 2)一般取两位,不小于 5 时通常取一位。

2) 表示测量值最后结果时,最佳估算值与不确定度的末位数字要对齐。

3) 相对误差或相对不确定度的有效位数一般也只取一至两位。

4. 不估算测量不确定度时测量结果表示中有效位数的取法

在许多实际测量场合,只需要得到实验测量结果,并不需要估算测量不确定度。如果不进行不确定度的估算,测量结果有效位数的取法如下:一般来说,在连乘除的情况中,它跟参与运算的各量中有效位数最少的大致相同;在代数和的情况中,取参与加减运算各量的末位数中数量级最大的那一位为结果的末位。

2.5.3 数据修约的进舍规则

数据修约就是去掉数据中多余的位。当拟舍去的那些数字中最左一位小于 5 时，舍去；大于 5 时（包含等于 5 而其后尚有非零的数），进 1；等于 5（其后无数字或皆为零）时，若保留的末位数为奇数，则进 1，为偶数则舍去。负数修约时先把绝对值按上述规定修约，然后在修约值前加负号。

例如，2.764 和 2.736 若有效位数只保留两位，则应分别写成 2.8 和 2.7。又如 3.252，若只需保留两位有效位数，则应记做 3.3。再如 4.15 和 4.25 要保留两位有效位数时，都应记做 4.2。

下面举一例来说明数据有效位数的确定和测量结果的表示。

【例 2.5-3】 用 50 分度游标卡尺测量园铜环，游标卡尺仪器误差 0.02mm，直接测量结果为：铜环外径 $D_2 \pm U_{D_2} = (5.150 \pm 0.006) \text{cm}$ ，内径 $D_1 \pm U_{D_1} = (4.505 \pm 0.005) \text{cm}$ ，高 $H \pm U_H = (3.400 \pm 0.004) \text{cm}$ ，求间接测量量铜环体积 V 和不确定度 U_v 。

【解】 铜环的体积计算公式为

$$V = \frac{\pi}{4} (D_2^2 - D_1^2) H$$

将直接测量量的最佳值代入公式

$$V = \frac{3.1416}{4} \times (5.150^2 - 4.505^2) \times 3.400 \text{cm}^3 = 16.630 \text{cm}^3$$

要计算体积的不确定度 U_v ，用公式 (2.4-4) 计算更方便，铜环体积的对数及其微分式分别为

$$\ln V = \ln\left(\frac{\pi}{4}\right) + \ln(D_2^2 - D_1^2) + \ln H$$

$$\frac{\partial \ln V}{\partial D_2} = \frac{2D_2}{D_2^2 - D_1^2}, \quad \frac{\partial \ln V}{\partial D_1} = \frac{2D_1}{D_2^2 - D_1^2}, \quad \frac{\partial \ln V}{\partial H} = \frac{1}{H}$$

则有

$$\begin{aligned} \left(\frac{U_v}{V}\right)^2 &= \left(\frac{2D_2 U_{D_2}}{D_2^2 - D_1^2}\right)^2 + \left(-\frac{2D_1 U_{D_1}}{D_2^2 - D_1^2}\right)^2 + \left(\frac{U_H}{H}\right)^2 \\ &= \left(\frac{2 \times 5.150 \times 0.006}{5.150^2 - 4.505^2}\right)^2 + \left(\frac{2 \times 4.505 \times 0.005}{5.150^2 - 4.505^2}\right)^2 + \left(\frac{0.004}{3.400}\right)^2 \\ &= (9.92 \times 10^{-3})^2 + (7.23 \times 10^{-3})^2 + (1.18 \times 10^{-3})^2 \\ &= 1.52 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

$$\frac{U_v}{V} = 1.2 \times 10^{-2} = 1.2\%$$

所以

$$U_v = V \left(\frac{U_v}{V}\right) = 16.630 \times 0.012 \text{cm}^3 = 0.20 \text{cm}^3$$

最后结果应为

$$V \pm U_v = (16.63 \pm 0.20) \text{cm}^3$$

2.6 常用实验数据处理方法

实验中记录下来的原始数据一般要经过适当的处理和计算后,才能反应出物理量的变化规律或得出测量值,这种过程就称为数据处理,下面介绍几种常用的数据处理方法。

2.6.1 列表法

有的时候实验的观测对象是互相关联的两个(或两个以上)物理量之间的变化关系,如,研究弹簧伸长量与所加砝码质量之间的关系,研究非线性电阻电压与电流的关系,研究温度与温差电偶输出电压的关系等。在这一类实验中,通常是控制其中一个物理量(例如砝码质量),使其依次取不同的值,从而观测另一个物理量所取的对应值,得到一系列 X_1, X_2, \dots, X_n 和另一列对应的 Y_1, Y_2, \dots, Y_n 值。对于这两列数据,我们可以将其记录在适当的表格里,以直观的显示它们之间的关系,这种实验数据处理方法称为列表法。列表是应注意:

- 1) 要精心设计实验数据表格,例如表格中的物理量及具体形式,以便于观察、发现和表现物理量之间的内在联系和规律。
- 2) 各栏目中均应标明物理量的名称和单位。
- 3) 表格中的数据应用有效数字填写。
- 4) 表格应有表序号及标题,一般在表格的上方给出。

2.6.2 用作图法处理实验数据

把实验数据绘制成图,更形象直观地显示出物理量之间的关系,这种实验数据处理方法即为作图法。

在物理实验课程中,作图必须用坐标纸。常用的坐标纸有直角坐标纸、单对数坐标纸、双对数坐标纸、极坐标纸等。单对数坐标纸的一个坐标轴是分度均匀的普通坐标轴,另一个坐标轴是分度不均匀的对数坐标轴。图 2.6-1 所示为一单对数坐标轴,其横坐标轴为对数坐标,注意轴上顺序标出的整分度值为真数,也即在此轴上,某点与原点的实际距离为该点对应的对数值,但是在该点标出的值是真数。图 2.6-2 所示为一双对数坐标纸,双对数坐标纸的两个坐标轴都是对数坐标度。一般来说,在所考察的两个变量里,如果其中一个变量的数值在所研究的范围内发生了几个数量级的变化,或需要将某种函数(如指数函数 $y = ax^b$) 变换为直线函数关系,可以考虑选用单对数坐标纸。另外,在自变量由零开始逐渐增大的初始阶段,当自变量的少许变化引起因变量极大变化时,如果使用单对数坐标纸,可将曲线的初始部分伸长,从而使图形轮廓清楚。当所考察的两个变量在数值上均变化了几个数量级,或需要把某种非线性(如幂函数 $y = ax^b$) 变换为线性关系时,可以考虑选

用双对数坐标纸。相对于直角坐标系而言,双对数坐标系也具有将曲线开始部分展开的特点。

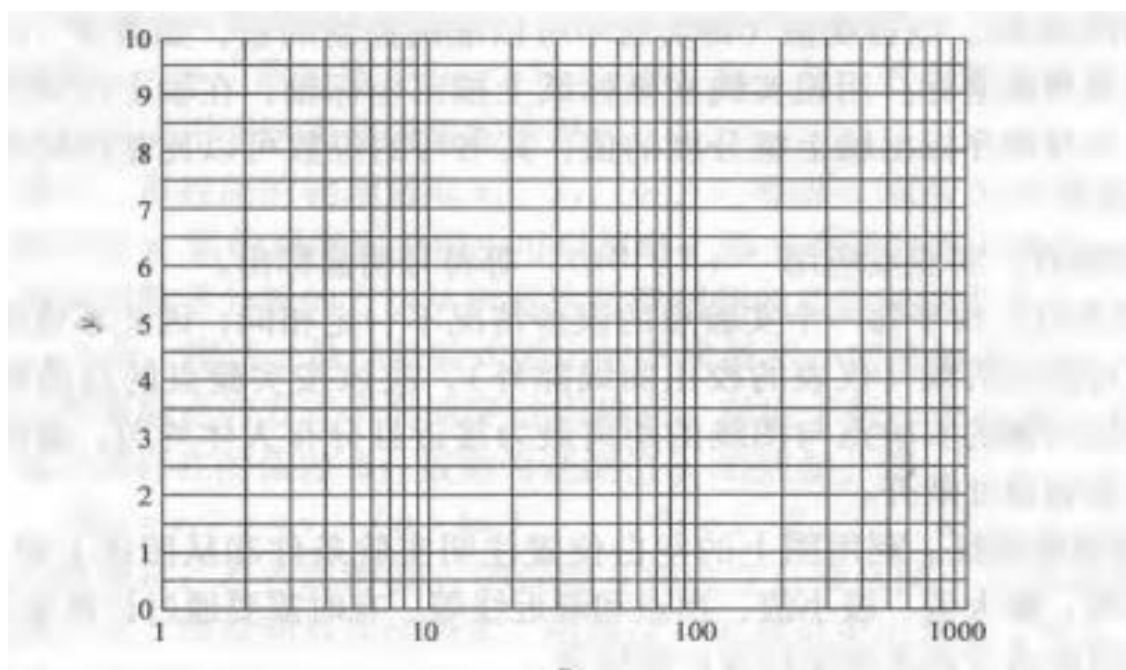


图 2.6-1 单对数坐标纸

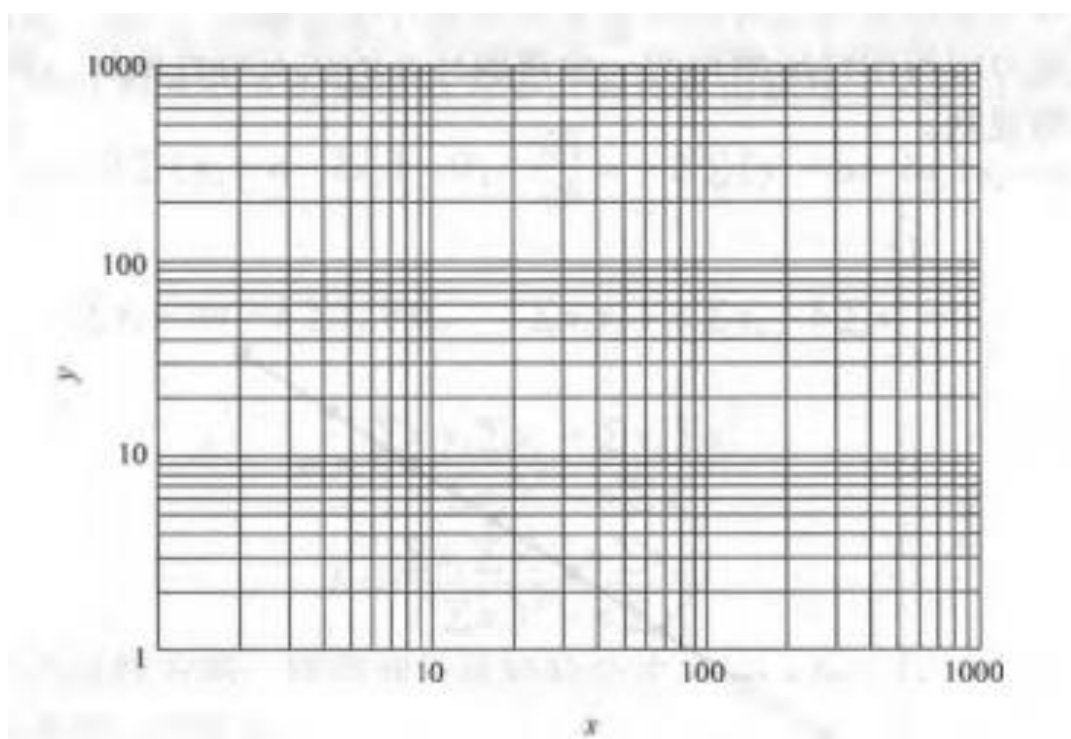


图 2.6-2 双对数坐标纸

物理实验中使用作图法处理实验数据时一般有两类目的:

- 1) 为了形象直观地反应物理量之间地关系。
- 2) 要由实验曲线求其它物理量, 如求直线的斜率、截距等。下面给出作图的一般规则。

作图规则：

①选用合适的坐标分度值。 a) 如果是为了形象直观地反应物理量之间的关系，作图时，一般能够定性地反映物理量的变化规律就可以了，坐标分度值的选取可以有较大的随意性。b) 如果要由实验曲线求其它物理量，如求直线的斜率、截距等，对于这类曲线的图，坐标分度值的选取应以图能基本反映测量值或所求物理量的不确定度为原则。一般用 1mm 或 2mm 表示与变量不确定度相近的量值，如水银温度计的 $U_t \approx 0.5^\circ\text{C}$ ，则温度轴的坐标分度值可取为 $0.5^\circ\text{C}/\text{mm}$ 。坐标轴的比例的选择应便于读数，不宜选成 1:1.5 或 1:3。坐标范围应包括全部测量值，并略有富裕。最小坐标值应根据实验数据来选取，不必都从零开始，以使做出的图线大体上能充满全图，布局美观、合理。

②标明坐标轴。以自变量（即实验中可以准确控制的量，如温度、时间等）为横坐标，以因变量为纵坐标。用粗实线在坐标纸上描出坐标轴，在轴上注明物理量名称、符号、单位，并按顺序标出轴上整分度的值，其书写的位数可以比量值的有效位数少一位或两位。

③标实验点。实验点应用“+”、“ \odot ”等符号明显标出。

④连成图线。由于每一个实验点的误差情况不一定相同，因此不应强求曲线通过每一个实验点而连成折线（仪表的校正曲线除外），应该按实验点的总趋势连成光滑的曲线，做到图线两侧的实验点与图线的距离最为接近且分布大体均匀。曲线正穿过实验点时，可以在实验点处断开。

⑤写明图线特征。利用图上的空白位置注明实验条件和从图线上得出的某些参数，如截距、斜率、极大值、极小值、拐点和渐近线等。有时需要通过计算求某一特征量，图上还必须标出被选计算点的坐标及计算结果。

⑥写图名。在图纸下方或空白位置写出图线的名称以及某些必要的说明，要使图线尽可能全面地反映实验地情况。将图纸与实验报告订在一起。

图 2.6-3 所示为用四探针法测得的一金薄膜样品地伏安特性曲线，同学们可以对照这张图考察上述作图规则。

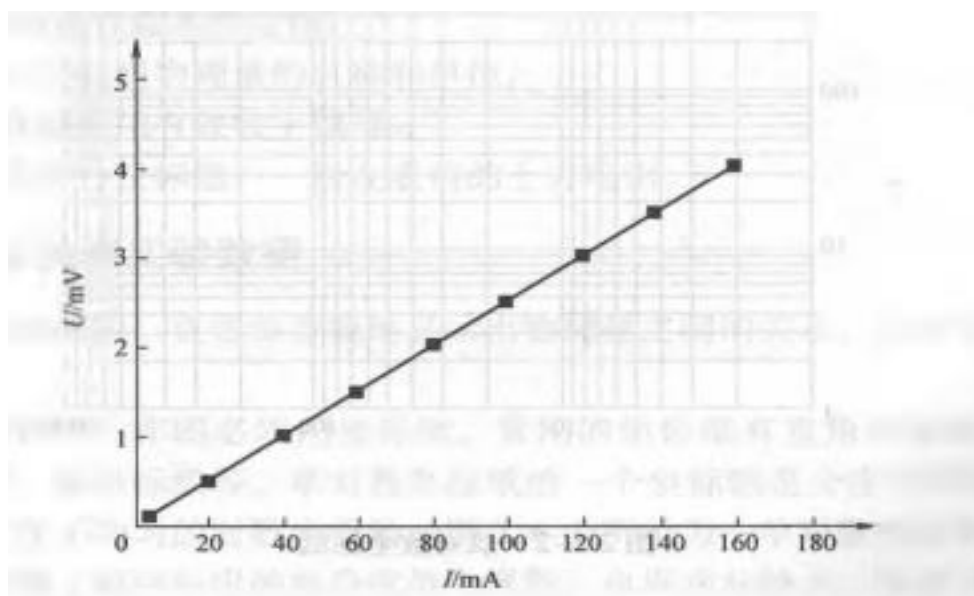


图 2.6-3 金属薄膜样品伏安特性曲线

2.7 实验数据的直线拟合

2.7.1 用最小二乘法进行直线拟合

1. 最小二乘法

作图法虽然在数据处理中是一个很便利的方法，但是在图线的绘制上往往会引入附加误差，尤其在根据图线确定某些参数，如直线截距和斜率时，这种误差有时会很明显。为了克服这一缺点，在数理统计中研究了直线拟合问题（或称一元线性回归问题），常用一种以最小二乘法为基础的实验数据处理方法。由于某些曲线的函数可以通过数学变换改写为直线，例如对函数 $y = ae^{-bx}$ 取对数得 $\ln y = \ln a - bx$ ， $\ln y$ 与 x 的函数关系就变成直线型了，因此，这一方法也适用于这类曲线型的情况。

设在某一实验中，可控制的物理量取 x_1, x_2, \dots, x_n 值时，对应的物理量依次取 y_1, y_2, \dots, y_n 值。假定对 x_i 值的观测误差很小可以忽略，而主要误差都出现在 y_i 的观测上。直线拟合实际上就是用数学分析的方法从所有这些观测到的实验数据中求出一个误差最小的最佳经验式 $y = a + bx$ 。按这一最佳经验式做出的图线虽不一定能够通过每一个实验点，但却是以最接近这些实验点的方式平滑地穿过实验点。对应于每一个 x_i 值，观测值 y_i 和最佳经验式的 y 值之间存在的偏差 Δy_i 被视为观测值 y_i 的残差，即

$$\Delta y_i = y_i - y = y_i - (a + bx_i) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2.7-1)$$

最小二乘法的原理是：若各观测值 y_i 的误差相互独立且服从同一正态分布，当 y_i 的残差的平方和为最小时，即得到最佳经验式。根据这一原理可求出常数 a 和 b 。

设以 S 表示 Δy_i 的平方和，它应满足：

$$S = \sum (\Delta y_i)^2 = \sum [y_i - (a + bx_i)]^2 = S_{\min} \quad (2.7-2)$$

式 (2.7-2) 中的各 y_i 和 x_i 是测量值，都是已知量，而 a 和 b 是待求的，因此， S 实际上是 a 和 b 的函数。令 S 对 a 和 b 的偏导数为零，即可解出满足上式的 a 和 b 的值。

$$\frac{\partial S}{\partial a} = -2 \sum (y_i - a - bx_i) = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial b} = -2 \sum (y_i - a - bx_i)x_i = 0 \quad (2.7-3)$$

即

$$\sum y_i - na - b \sum x_i = 0, \quad \sum x_i y_i - a \sum x_i - b \sum x_i^2 = 0 \quad (2.7-4)$$

其解为

$$a = \frac{\sum x_i y_i \sum x_i - \sum y_i \sum x_i^2}{(\sum x_i)^2 - n \sum x_i^2} \quad (2.7-5)$$

$$b = \frac{\sum x_i \sum y_i - n \sum x_i y_i}{(\sum x_i)^2 - n \sum x_i^2} \quad (2.7-6)$$

将得出的 a 和 b 代入直线方程，即得到最佳经验公式 $y = a + bx$ 。

下面给出相关系数 r 的定义：

$$r = \frac{\sum \Delta x_i \Delta y_i}{\sqrt{\sum (\Delta x_i)^2} \sqrt{\sum (\Delta y_i)^2}} \quad (2.7-7)$$

式中， $\Delta x_i = x_i - \bar{x}$ ， $\Delta y_i = y_i - \bar{y}$ 。当 x 和 y 两者为互相独立的变量时， Δx_i 和 Δy_i 的取值和符号彼此无关（既无相关性），此时

$$\sum \Delta x_i \Delta y_i = 0, \quad \text{即 } r = 0$$

在直线拟合中, x 和 y 一般并不互相独立, 这时 Δx_i 和 Δy_i 的取值和符号就不再无关而是有关 (既有相关性) 的。例如, 若函数形式为 $x \mp y = 0$, 即 $y = \pm x$, Δx_i 和 Δy_i 之间就有 $\Delta y = \pm \Delta x$ 的关系, 将这一关系代入式 (2.7-7), 可得

$$r = \frac{\sum \Delta x_i (\pm \Delta x_i)}{\sqrt{\sum (\Delta x_i)^2} \sqrt{\sum (\Delta x_i)^2}} = \pm \frac{\sum (\Delta x_i)^2}{\sum (\Delta x_i)^2} = \pm 1$$

由此可见, 相关系数表征了两个物理量之间对于线性关系的符合程度。 r 越接近于 1, y_i 和 x_i 间线性关系越好。物理实验中 r 如达到 0.999, 就表示实验数据的线性关系良好, 各实验点聚集在一条直线附近。相反, 相关系数 $r = 0$ 或趋近于零, 说明实验数据很分散, y_i 和 x_i 间互相独立, 无线性关系。因此, 用直线拟合法处理实验数据时常常要计算相关系数, 以考查两个物理量之间是否存在线性关系以及对线性关系的符合程度。

2. 直线拟合结果的表示

上面介绍了用最小二乘法进行直线拟合时求经验公式中常数 a 、 b 以及相关系数 r 的方法。用这种方法计算的常数值 a 和 b 可以说是“最佳的”, 但并不是没有误差, 它们的误差估算比较复杂, 这里只给出计算公式, 不介绍其推导过程。

由于 y 的残差平方和 $S = \sum [y_i - (a + bx_i)]^2$ 是随数据个数的增加而增加的, 不能很直观地反映出拟合直线与实验数据点 (x_i, y_i) 的符合程度, 因此, 通常用因变量的标准差作为表征拟合直线与实验数据点 (x_i, y_i) 的符合程度的一个参量, 即

$$S_y = \sqrt{\frac{S}{n-2}} = \sqrt{\frac{\sum [y_i - (a + bx_i)]^2}{n-2}} \quad (2.7-8)$$

截距 a 和斜率 b 的标准差分别为

$$S_a = S_y \sqrt{\frac{\frac{1}{\bar{x}^2}}{\sum \Delta x_i^2} + \frac{1}{n}} = S_y \sqrt{\frac{\frac{1}{\bar{x}^2}}{\sum (x_i - \bar{x})^2} + \frac{1}{n}} \quad (2.7-9)$$

$$S_b = \frac{S_y}{\sqrt{\sum \Delta x_i^2}} = \frac{S_y}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2}} \quad (2.7-10)$$

截距 a 和斜率 b 的 A 类不确定度 $U_{a,A}$ 和 $U_{b,A}$ 分别由下式计算:

$$U_{a,A} = t_{0.95}(\mu) \cdot S_a \quad (2.7-11)$$

$$U_{b,A} = t_{0.95}(\mu) \cdot S_b \quad (2.7-12)$$

式中, $t_{0.95}(\mu)$ 是置信概率为 0.95、自由度为 u 时的 t 分布因子, 可由表 2.7-1 查得。自由度 u 等于拟合时的方程数目 (即数据点的个数) n 减去待求未知量的个数 (即 2), 也就是 $\mu = n - 2$ 。

表 2.7 - 1 直线拟合时计算 A 类不确定度的 t 因子表 (置信概率为 95 %)

自由度 μ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	∞
$t_{0.95}(\mu)$	12.7	4.3	3.18	2.78	2.57	2.45	2.36	2.31	2.26	2.23	2.13	2.09	1.96

在多数情况下,对于直线拟合结果的表示只要求计算 A 类不确定度 $U_{a,A}$ 和 $U_{b,A}$, 结果写成 $a = a_0 \pm U_{a,A}$ 和 $b = b_0 \pm U_{b,A}$ 的形式 (a_0, b_0 为由式 (2.7-5) 和式 (2.7-6) 求出的 a 、 b 的具体值), 即简化地将 A 类分量 $U_{a,A}$ 和 $U_{b,A}$ 作为总的不确定度 U_a 和 U_b 。

因变量 y_i 一般是直接测量量, 设测量仪器的误差限值为 $\Delta_{y\text{仪}}$, 当标准差 s_y 显著小于 $1/2\Delta_{y\text{仪}}$ 时, A 类不确定度可能已经不是截距 a 和斜率 b 的不确定度的主要分量了, 在这种情况下, 直线拟合结果表示的上述简化做法就不适合了, 需要进一步分析 B 类不确定度成分的影响, 详尽分析与考虑另见参考文献。

在本课程中, 在不能忽略 B 类不确定度成分的影响时, 可用式 (2.7-13) 粗略地估计截距 a 的不确定度:

$$U_a = \sqrt{(U_{a,A})^2 + (U_{a,B})^2} = \sqrt{(t_{0.95}(\mu) \cdot s_a)^2 + (\Delta_{y\text{仪}})^2} \quad (2.7-13)$$

斜率 b 的不确定度可用式 (2.7-14) 进行粗略估计

$$U_b = \sqrt{(U_{b,A})^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{U_{yB}}{|x_i - \bar{x}|_{\max}} \right)^2} = \sqrt{(t_{0.95}(\mu) \cdot s_b)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\Delta_{y\text{仪}}}{|x_i - \bar{x}|_{\max}} \right)^2} \quad (2.7-14)$$

2.7.2 用 EXCEL 软件进行直线拟合

具有曲线拟合功能的软件很多, 例如 EXCEL, ORKHN, MATLAB 等。EXCEL 软件是微软 OFFICE 办公套件中的一个组件。一般来说, EXCEL 软件很容易获得安装了 WORD 软件的计算机, 也安装了 EXCEL。有鉴于此, 在这一节里简单介绍如何用 EXCEL 软件进行直线拟合。应用 EXCEL 软件提供的现成函数可以方便地进行直线拟合, 这里只介绍三种较为简单的方法。

1. LINEST 函数

LINEST 函数是 EXCEL 软件提供的多元回归分析函数。直线拟合只是多元回归的特例, 所以也可以用 LINEST 函数进行直线拟合, 其函数句型和相应的参数选择列于表 2.7-2 中。LINEST 函数不仅可以直接给出拟合直线的截距、斜率、相关系数和因变量标准差等参量, 还可以直接给出斜率标准差、截距标准差和残差平方和等参量, 是非常方便的拟合工具。

在使用 LINEST 函数时, 首先在 EXCEL 表格中输入原始数据, 然后在任一空白单元处键入 LINEST 函数, 就可得到计算结果。

表2.7-2 EXCEL软件中的LINEST函数

参量	EXCEL函数
斜率 b	INDEX (LINEST (y1:yn, x1:xn, 1, 1) 1, 1)
截距 a	INDEX (LINEST (y1:yn, x1:xn, 1, 1) 1, 2)
相关系数 r	INDEX (LINEST (y1:yn, x1:xn, 1, 1) 3, 1)
因变量标准差 s_y	INDEX (LINEST (y1:yn, x1:xn, 1, 1) 3, 2) ^ 0.5
斜率标准差 s_b	INDEX (LINEST (y1:yn, x1:xn, 1, 1) 2, 1)
截距标准差 s_a	INDEX (LINEST (y1:yn, x1:xn, 1, 1) 2, 2)
残差平方和 S	INDEX (LINEST (y1:yn, x1:xn, 1, 1) 5, 2)

【例 2. 7-1】在汞原子第一激发电位测量实验中，实验测得的板极电流峰数 n 和与板极电流峰值对应的栅极电压 U 列于表 2. 7-3。电压表示值误差为 0. 1V 。

表2. 7-3 板极电流峰数 n 与对应的栅极电压 U

n	U/V	n	U/V
1	8. 6	4	22. 9
2	13. 0	5	27. 7
3	18. 0	6	32. 8

用 LINEST 函数拟合直线方程 $U = nU_0 + U_c$ ，其中斜率 U_0 。为汞原子第一激发电位，截距 U_c 为接触电位差，计算其不确定度。

【解】首先在 EXCEL 表格中输入原始数据，将 n 输入到 A 列，将 U 输入到 B 列，然后在任一空白单元处键入 LINEST 函数，由 INDEX (LINEST (y1: yn , x1: xn , 1, 1) , 1, 1) 函数得到直线斜率（具体键入见图 2. 7 - 1 中 fx 栏处的显示），得到 U_0 ；由 INDEX (LINEST (y1: yn , x1: xn , 1, 1) , 1, 2) 得到直线截距 U_c ，如图 2. 7 - 2 所示；由 INDEX (LINEST (y1: yn , x1: xn , 1, 1) , 2, 1) 得到直线斜率标准差 S_b ，如图 2.7-3 所示；由 INDEX (LINEST (y1: yn , x1: xn , 1, 1) , 2, 2) 得到直线截距标准差 S_a 。如图 2.7-4 所示。

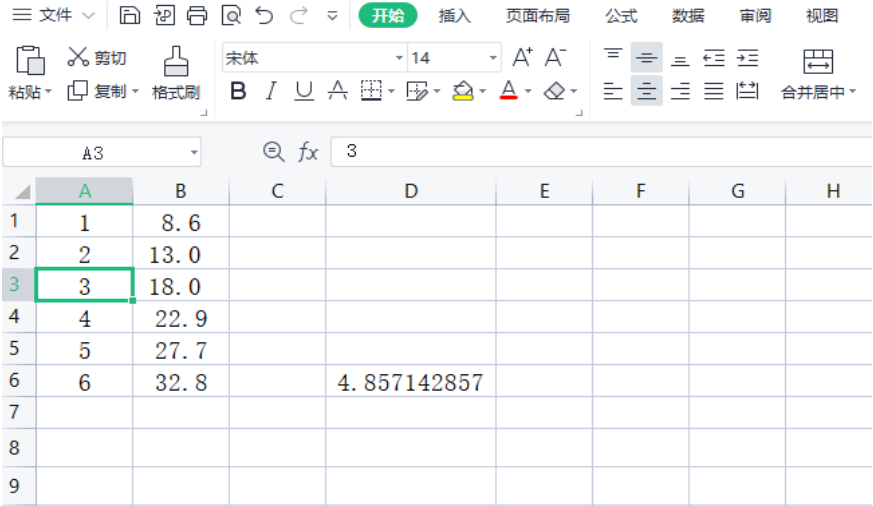


图 2. 7-1 用 LINEST 函数计算拟合直线斜率

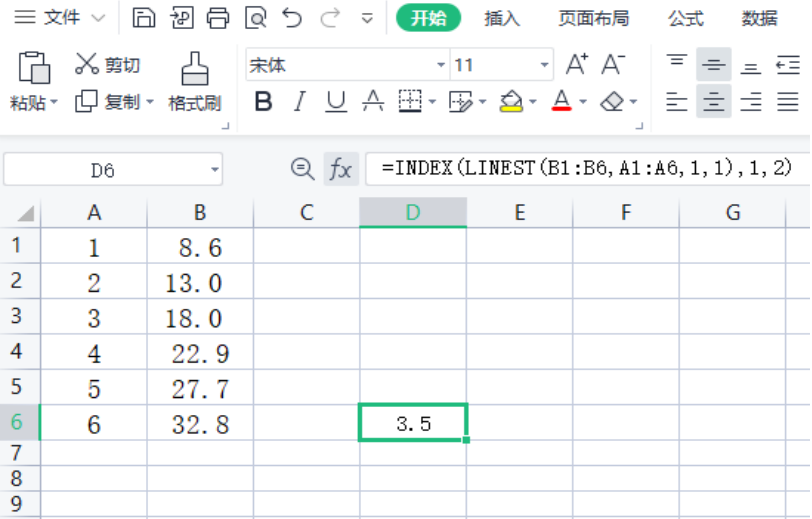


图 2. 7-2 用 LINEST 函数计算拟合直线截距

参与拟合的方程数目为 6，待求未知量的个数为 2，则自由度 $\mu=6-2=4$ ，查表 2.7-1，得到 $t_{0.95}(4)=2.78$ ，由此算出：

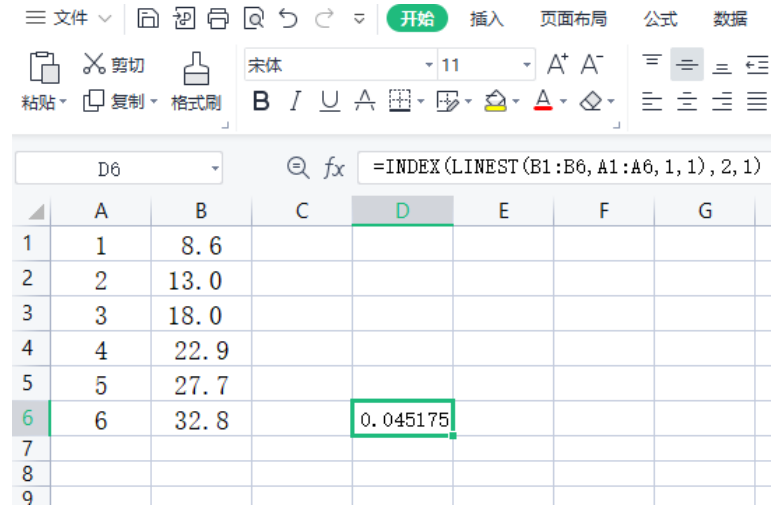


图 2.7-3 用 LINEST 函数计算拟合直线斜率标准差

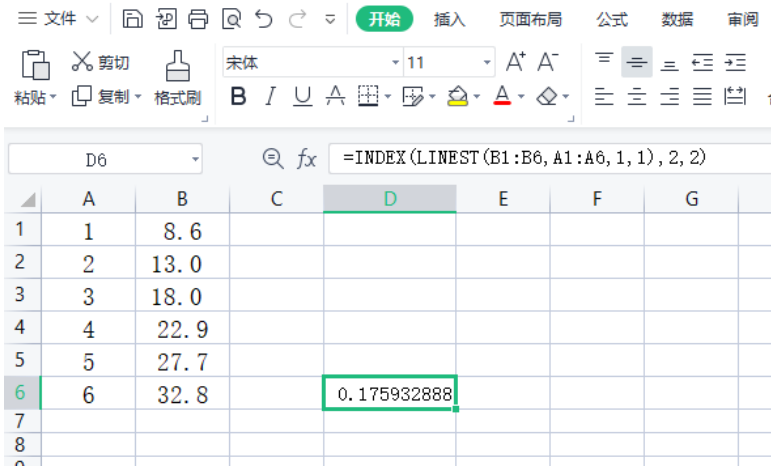


图 2.7-4 用 LINEST 函数计算拟合直线截距标准差

$$U_{U_0}=t_{0.95}(4)\cdot s_b=2.78\times 0.45V=0.13V$$

$$U_{U_c}=t_{0.95}(4)\cdot s_a=2.78\times 0.18V=0.5V$$

$$U_0=(4.86\pm 0.13)V\qquad U_c=(3.5\pm 0.5)V$$

2. 用相关函数直接求出拟合参量

EXCEL 软件还提供了直接求出截距、斜率、相关系数和因变量标准差等拟合参量的函数，函数的句型列于表 2.7-4 中。

表2.7-4 EXCEL软件中直接求拟合参量的函数	
参量	EXCEL函数
斜率b	SLOPE (y ₁ :y _n , x ₁ :x _n)
截距a	INTERCEPT (y ₁ :y _n , x ₁ :x _n)
相关系数r	CORREL (y ₁ :y _n , x ₁ :x _n)
因变量标准差s _y	STEYX (y ₁ :y _n , x ₁ :x _n)

3. 利 用 “图表” 功能中的 “添加趋势线” 功能给出拟合参数

这种方法可以给出拟合直线的截距、斜率和相关系数等参数。具体做法如下：选定数据

(x_i, y_i) 后, 使用 EXCEL 软件工具栏或“插入”下拉菜单中“图表”功能下的“XY 散点图”中的“平滑散点图”作图, 然后将鼠标移到图中的直线上, 按鼠标右键选择“添加趋势线”, 进而选择“添加趋势线”标签中“类型”栏中的“线性”以及“选项”栏中“显示公式”和“显示 R 平方值”两个选项, 在曲线图中就会自动添加出方程 $y = a + bx$ 和相关系数平方 r^2 。

【习题】

1. 把测量结果写成“ $(X \pm U_x)$ 单位”的物理意义是什么? 某物体密度的测量结果为 $\rho = (2.702 \pm 0.006) \text{ g/cm}^3$, 其含义是什么?

2. 下列数据中, 有五位有效数字的测量值是_____。

- a) 0.0108 cm;
- b) 10.800 mm;
- c) 0.1080 cm;
- d) 0.010800 m;

3. 按有效位数确定规则计算下列各式:

- 1) $302.1 + 3.12 - 0.385 =$
- 2) $1.584 \times 2.02 \times 0.86 =$
- 3) $963.69 \div 12.3 =$
- 4) $\frac{97.02 - 88.58}{90.06} =$

4. 根据误差理论和有效数字运算规则, 判断下列各式正确与否, 如错误, 在括弧内说明错误的原因:

- 1) $N = (5.400 \pm 0.2) \text{ cm}$ ()
- 2) $N = (28000 \pm 800) \text{ mm}$ ()
- 3) $0.0221\text{m} \times 0.25\text{m} = 0.005525\text{m}^2$ ()
- 4) $20.0 \text{ cm} = 200.0\text{mm}$ ()
- 5) $\rho = (2.7 \pm 0.0006) \text{ g/m}^3$ ()

5. 在长度测量中, 用千分尺测量一个圆柱的直径 (以 cm 为单位), 数据如下:

1.3270; 1.3265; 1.3272; 1.3267; 1.3269; 1.3265

已知仪器误差为 0.0004 cm, 计算测量结果 $D = (\bar{D} \pm U_D) \text{ cm}$ 。

6. 推导下列公式中间接测量量的不确定度 U_ρ 或 $\frac{U_\rho}{\rho}$ 的计算公式:

- 1) $\rho = \frac{M}{\frac{\pi}{6} D^3}$
- 2) $\rho = \frac{M}{\frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) H}$

7. 已知 $f = \frac{ab}{b-a}$ 和 $a = (20.0 \pm 0.1) \text{ cm}$, $b = (50.0 \pm 0.1) \text{ cm}$, 求 $f \pm U_f$ 。

8. 测量三角形的两个角 A 和 B, 得 $A \pm U_A = 60^\circ 2' \pm 2'$, $B \pm U_B = 30^\circ 1' \pm 2'$, 试求第

三个角 $C \pm U_C$ 。

9. 测得某球体的直径为 $D \pm U_D = (20.000 \pm 0.002) \text{ mm}$, 质量为 $m = (32.70 \pm 0.06) \text{ g}$,

(1) 计算此球密度的测量结果 [提示: $V = \frac{\pi}{6} D^3$]。

(2) 计算中 π 的取值为何? 为什么?

第3章 物理实验的基本测量方法与 基本调整、操作技术

3.1 物理实验的基本测量方法

物理实验包括在实验室人为再现自然界的物理现象、寻找物理规律和对物理量进行测量及数据处理三个方面。任何物理实验都离不开物理量的测量。物理量的测量是一个以一定的物理原理为依据,以一定的实验装置和实验技术为手段找出物理量量值的过程。待测物理量可包括力学量、热学量、电磁学量和光学量等。物理量的测量方法非常多,这里介绍几种具有共性的基本测量方法。

3.1.1 比较法

比较法是物理量测量中最普遍、最基本的测量方法,它通过将被测量与标准量进行比较而得到被测量的量值。比较法可以分为直接比较法和间接比较法两类。

1. 直接比较法

直接比较法是将待测量与同类物理量的标准量具或标准仪器直接进行比较测出其量值的方法。例如,用米尺测量物体的长度就是直接比较测量。

常将直接比较法所用的测量量具称为直读式量具,例如测量长度所用的米尺、游标卡尺和千分尺;测量时间所用的秒表和数字毫秒计;测量电流所用的安培表;测量电压所用的伏特表等。这些量具必须是预先经过标定的,测量结果可以由仪器的指示值直接读出。

2. 间接比较法

对于有些难于直接比较测量的物理量,需要通过物理量之间的函数关系将待测量与某种标准量进行间接比较,求出其大小。例如本书实验 4.10 中用李萨如图形测量电信号频率,就是将待测频率的正弦信号与标准频率的正弦电信号分别输入示波器的两个偏转板,当两个信号的频率相同或成简单整数比时,利用形成的稳定的李萨如图形间接比较它们的频率,即根据李萨如图形交点数(N_x , N_y)与两信号频率(f_x , f_y)之比的关系

$$\frac{f_x}{f_y} = \frac{N_y}{N_x}$$

由标准信号频率求出被测信号的频率。

实际上,所有测量都是将待测量与标准量进行比较的过程,只不过比较的形式不都是那么明显而已。

3.1.2 放大法

实验中经常需要测量一些微小物理量,当待测量非常小,以至于无法被实验者或仪表直接感觉和反映时,可以设计相应的装置或采用适当的方法将被测量放大,然后再进行测量。放大被测量所用的原理和方法有很多种,如螺旋放大法、累积放大法、光学放大法和电子学放大法等。

1. 螺旋放大法

千分尺和读数显微镜都是利用螺旋放大法进行

轮盘精密测量的。将与被测物关联的测量尺面与螺杆连在一起,螺杆尾端加上一个圆盘,称为轮盘,如图 3.1-1 所示。例如,在千分尺中,将轮盘边缘等分成 50 格,轮盘每转一

圈，恰使测量尺面移动一个螺距 $h = 0.5\text{mm}$ ，相应地，轮盘转动一小格时，测量尺面就会移动 0.01mm 。若使轮盘的尺寸比较大，如外径 $D = 16\text{mm}$ ，则周长 $L = \pi D \approx 50\text{mm}$ ，轮盘边缘每一格的弧长相当于 1mm 的长度，结果当测量尺面移动 0.01mm 时，在轮盘上即变化了 1mm ，于是微小位移被放大了，其放大倍数为

$$E = \frac{\pi D}{h} = \frac{50}{0.5} = 100$$

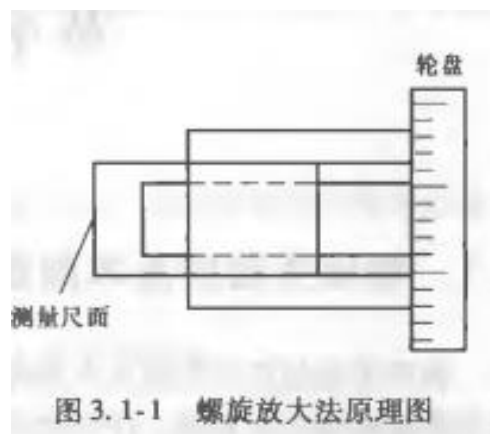


图 3.1-1 螺旋放大法原理图

可见，采用这种装置后测量精度提高了 100 倍。

2. 累积放大法

如果对一些微小量直接进行测量，由于受到测量仪器精度的限制，测量误差会很大，若采用累积放大的方法进行测量，就可减小测量误差。采用机械秒表测量弹簧振子振动周期时，实验者开停秒表计时误差为 $\Delta_T = 0.2\text{s}$ ，若弹簧振子的振动周期 $T = 0.5\text{s}$ ，则测量一个振动周期的相对不确定度将达到 40%，而测量 50 个振动周期的相对不确定度只是 0.80%。显然，采用累积放大法可以大大提高测量精度。

3. 光学放大法

光学放大法分为视角放大和微小变化量（微小长度、微小角度）放大两种。放大镜、显微镜和望远镜等可以将被测物体放大成像的光学仪器都属于放大视角的仪器，它们只是在观察中放大视角，并非实际尺寸的变化，因此不会增加误差。许多精密仪器都在最后的读数装置上添加一个视角放大装置以提高测量精度。

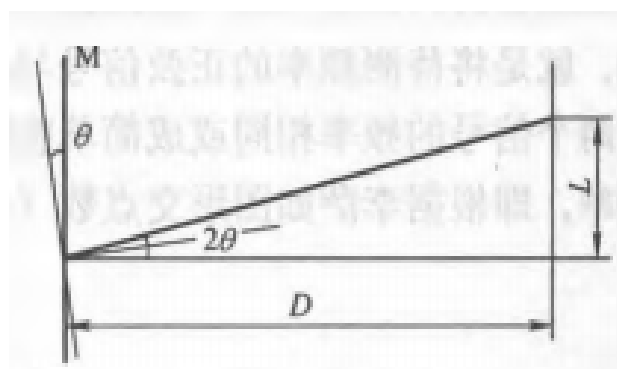


图 3.1-2 微小量光学放大原理图

微小变化量的放大方法经常应用于光杠杆、光点检流计等装置中，可将被测微小物理量本身进行放大。如图 3.1-2 所示，将平面镜 M 与待测系统连接在一起，当它们一起转过 θ 角时，来自某处的入射光线被镜面反射后，偏离了 2θ 角。显然，物体转动的角度被放大两倍。也可将角度测量转换为长度测量，例如在用静态拉伸法测量金属丝弹性模量实验中，用于测量金属丝微小长度变化的光杠杆镜尺法就是采用了这种办法。

4. 电子学放大法

在电学实验中，要对微弱电信号（电流、电压、功率等）进行有效的观察和测量，往往要对信号进行适当的放大处理。采用适当的微电子电路和电子器件（如三极管、运算放大器等）很容易实现电信号的放大。

总之，放大法提高了实验的可观察度和测量精度，是物理实验中常见的基本测量方法。

3.1.3 转换法

在实验中,有很多物理量,由于其自身属性的关系,难于用仪器、仪表直接测量,或因条件所限,无法提高测量的准确度,为此,可以根据物理量之间的定量关系和各种效应把不易测量的物理量转化成可以(或易于)测量的物理量进行测量,之后再反求待测物理量的量值,这种方法称为转换测量法(简称转换法)。

由于物理量之间存在多种关系和效应,所以有多种不同的转换测量法,这恰恰反映了物理实验中最具启发性和开创性的一面。科学实验不断地向高精度、宽量程、快速测量、遥感测量和自动化测量的方向发展,这一切均与转换测量紧密相关。

转换法一般可分为参量换测法和能量换测法两大类。

1. 参量换测法

参量换测法就是利用物理量之间的相互关系,实现各参量之间的变换,以达到测量某一物理量的目的。通常利用这种办法将一些不能直接测量的或是不易测量的物理量转换成其他若干可直接测量或易测的物理量进行测量。例如本书实验 4.1 中对金属丝弹性模量的测量,就可根据胡克定律转换成应力与应变量的测量。

2. 能量换测法

能量换测法就是利用物理学中的能量守恒定律以及能量具体形式上的相互转换规律进行转换测量的方法。能量换测法的关键是传感器(或敏感器件)——用于把一种形式的能量转换成另一种形式的能量的器件。能够接收由测量对象的物理状态及其变化所发出的激励(敏感部分),并将此激励转化为适宜测量的信号(转换部分)的能量转换装置称为传感器。

由于电磁学测量方便、迅速,易于实现,所以最常见的能量换测法是将待测物理量的测量转换为电学量的测量(亦称电测法)。下面着重介绍几种典型的能量换测法。

(1) 热电换测 将热学量通过热电传感器转换为电学量的测量。热电传感器的种类很多,它们虽然依据的物理效应各有不同,但都是利用了材料的温度特性。例如利用材料的温差电动势,可将温度测量转换成对热电偶的温差电动势的测量。也可利用材料的电阻温度特性,将温度测量转换成对电阻的测量。本书实验 7.3 高温超导电性测量中就采用了不同的测温方法。

(2) 压电换测 这是种压力和电势间的转换,这种转换通常是利用材料的压电效应制造的器件来实现的。例如,将被极化的钛酸钡制成柱状器件,其极化方向为柱子的轴向。器件在极化方向上受压力而缩短时,柱子就会产生与极化方向相反的电场,据此,可将压力变化转换成为相应的电压变化。传声器和扬声器也是人们所熟悉的一种压电换能器。在本书实验 4.11 声速测量实验中,产生和接收超声波的传感器装置就是分别利用了压电体的逆压电效应和压电效应的换能器。

(3) 光电换测 利用光电元件将光信号的测量转换为电信号的测量。利用光电效应制造的光电管、光电倍增管/光电池、光敏二极管、光敏三极管等光电器件都可以实现光电转换。光电传感器可分为光电导传感器、光电发射管、光电池等类型。

(4) 磁电换测利用电磁感应器件将磁学量的测量转换成电学量的测量。用于磁电转换的元器件可分为半导体式和电磁感应式两类。常用的霍尔元件、磁敏电阻等典型的磁敏元件,可直接用于磁场的测量,也可以利用与磁学量的关系,将位置、速度、旋转、压力等非电量信号转换成电学量测量。

具体的转换测量原理与方法可以参考本书实验 7.1。

3.1.4 补偿法

若某测量系统受某种作用产生 A 效应,受另一种同类作用产生 B 效应,如果因 B 效应的存在而使 A 效应显示不出来,就叫作 B 对 A 进行了补偿。若 A 效应难于测量,可通过人为的方法制造出一个易于测量或已知的 B 效应与 A 补偿,通过对 B 效应的测量求出 A 效应的量值,这种测量方法称为补偿法。

用电位差计测电动势是一种典型的补偿测量。图 3.1-3 为电位差计的结构原理简图。电位差计的工作原理概括起来就是：

1) 利用一段均匀的电阻线为分压器, 之间任意两点间的电阻是准确已知的。

2) 利用标准电池校正电位差计, 确定电位差计的工作电流。即接入标准电池 E_N , 通过调节限流电阻 R_a , 使检流计 G 指零, 此时阻值为 R_N 的 CD 之间的电阻丝上电位差恰与标准电池 E_N 的电动势相等, 即 CD 间的电位差被标准电池 E_N 的电动势补偿。显然, $I = \frac{E_N}{R_N}$ 就是 AB 间单位电阻上的电位差, 该值在经过校准后不能再变动 (即 R_a 不可再调)。

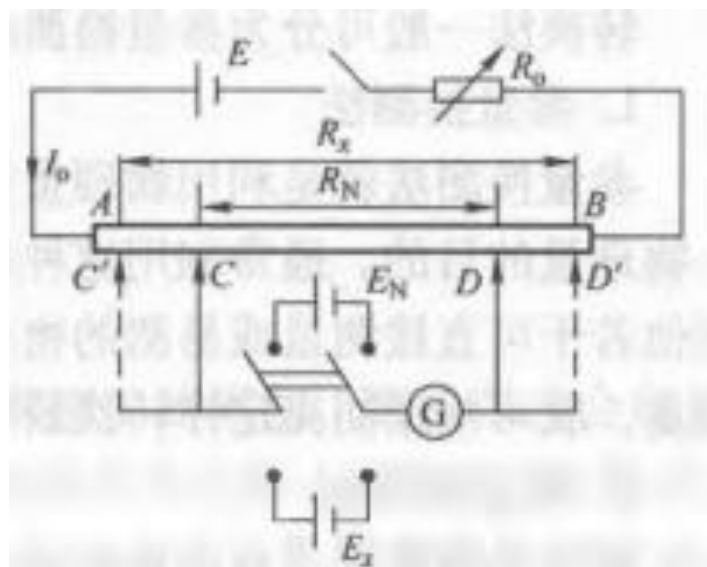


图 3 . 1 - 3 电位差计结构原理简图

3) 利用经过校正后的分压器所提供的、在某一范围内能够连续可调的标准电位差

U_{CD} 补偿待测电动势或电位差 E_x , 当检流计示零时, 电位差计达到平衡, 且

$$E_x = IR_x = \frac{E_N}{R_N} R_x。$$

惠斯通电桥 (也叫单臂电桥) 实际上也是一种电压补偿 (电桥平衡时, 桥臂上电压互相补偿, 检流计示零) 的测量装置。

可见, 完整的补偿测量系统由待测装置、测量装置和示零装置组成, 通过示零装置显示出待测量与补偿量比较的结果。比较的方法可分为零示法和差示法两种, 零示法称为完全补偿, 差示法称为不完全补偿。上述两例均采用零示法, 其优点在于判断平衡与否仅取决于检流计的灵敏度, 而与检流计的精度无关。

补偿法除了用于补偿测量外, 还常被用来校正系统误差。如光学实验中为防止由于光学器件的引入而影响光程差, 在光程里常人为地配置光学补偿器来抵消这种影响。

3.1.5 模拟法

在探求物质的运动规律和自然奥秘或解决工程技术问题时, 经常会碰到一些特殊的情况, 如受到被研究对象过分庞大或微小、或者非常危险、或者变化非常缓慢等限制, 以至于难以对研究对象进行直接测量时, 可以依据相似理论, 人为地制造一个类同于被研究对象的物理现象或过程的模型, 通过对模型的测试代替对实际对象的测试来研究变化规律, 这种方法称为模拟法。模拟法可分为物理模拟和数学模拟两大类。

1 . 物理模拟

人为制造的“模型”和实际“原型”有相似的物理过程和相似的几何形状，以此为基础的模拟方法即为物理模拟。

例如，为了研究高速飞行的飞机上各部位所受的力，人们首先制造一个与原型飞机几何形状相似的模型，将模型放入风洞，创造一个与实际飞机在空中飞行完全相似的物理过程，通过对模型飞机受力情况的测试，便可以较短的时间、方便的空间、较小的代价获得可靠的试验数据。空间技术科学发展的过程中的许多试验工作都是首先在实验室中进行模拟试验，取得初步结果之后，再通过发射人造卫星完成进一步的试验。

物理模拟具有生动形象的直观性，并可使观察的现象反复出现，因此具有广泛的应用价值，尤其是对那些难以用数学方程式准确描述的对象进行研究时常常采用物理模拟的方法。

2. 数学模拟

模型和原型遵循相同的数学规律，但在物理实质上毫无共同之处，这种模拟方法称为数学模拟，又称类比。例如稳恒电流场和静电场是本质不同的场，但是描述它们性质的数学方程式具有相同的形式，依据相似性原理，就可以通过测量稳恒电流场电位分布来模拟难以直接测量的静电场电位分布。

随着计算机的不断发展和广泛应用，人们可以通过计算机模拟实验过程，从而可以预测可能的实验结果。这是一种新的模拟方法——人工智能模拟，它属于计算物理的研究范畴。

模拟法虽然具有上述的许多优点，但也有很大的局限性，因为它仅能够解决可测性问题，并不能提高实验的精度。

以上分别介绍了几种典型的实验方法，在具体的科学实验中，往往是把各种实验方法综合使用，只有深刻理解各种实验方法的基本思想，不断积累实验知识和经验，才能在实际工作中对其灵活应用。

3.2 物理实验中的基本调整与操作技术

实验时，对仪器设备按照正确的操作规程预先进行正确的调整，不仅可以将系统误差减小到最低限度，而且对提高实验结果的准确度有着直接的影响。仪器的调整和操作技术内容相当广泛，需要通过具体的实验训练逐渐积累起来。这里只介绍一些最基本的、具有一定普遍意义的调整和操作技术，其它具体的调整和操作技术将在相关的实验中介绍。

3.2.1 零位调整

初学实验者往往不注意仪器或量具的零位是否正确，总以为它们在出厂前就已经校正好了，但实际情况并非如此。由于环境的变化、使用中的磨损、紧固螺钉的松动等原因，仪器或量具的零位可能已经发生了位移。因此，在实验前必须对仪器进行零位检查和校正。对于设有零位校正器的测量仪器（如电流表、伏特表、万用表等），应调节校正器，使仪器在测量前处于零位；对于不能进行零位校正的测量仪器（如端点磨损的米尺或千分尺等），则应在测量前记录下零位误差，以便对测量值进行修正。

3.2.2 水平、铅直调整

许多仪器在使用前必须进行水平或铅直调整，如平台的水平调整或支柱的铅直调整。水平调整常常借助于水准器，铅直状态的判断一般则借助于重锤。

几乎所有需要调整水平或铅直状态的仪器在底座上均装有三个成等边或等腰三角形排列的调节螺钉（或一个固定脚，两个可调脚），调节可调螺钉，借助于水准器或重锤进行判断，即可将仪器调整到水平或铅直状态。通常水平状态的调节和铅直状态的调节可以相互转化、相互补充。

3.2.3 消除视差

如果测量时需要用眼睛判断空间上前后分离的两条准线是否重合,则会出现视差。如电表的指针和标度面板之间总是相隔一定的距离,当眼睛在不同位置观察时,读出的指示值就会有差异,这就是视差。正确的读数位置应该是视线垂直于标度面板,使指针与刻度槽下平面镜中的像重合。视差的存在与否可根据观测时人眼稍稍移动过程中两准线是否有相对运动来判断。

用光学仪器进行非接触测量时,常用到带有叉丝的测微目镜、望远镜或读数显微镜。从结构上来 它们并无原则上的不同,区别只是物镜的焦距长短不同。如图 3.2-1 , 通常在物镜的焦平面 (F_2) 内侧附近安装一个叉丝(或带有刻度的玻璃分划板),若被观察的物体经过物镜成像后,其像 AB 落在叉丝处,则人眼经过目镜看到的叉丝于物体的最后虚像 $A'B'$ 均处在明视距离相同的同一平面上,就不会存在视差。

可以在仔细调节焦距的同时稍稍移动眼睛,通过观察物体虚像 $A'B'$ 与叉丝的像之间有无相对运动来判断有无视差的存在,如无相对运动,视差即被消除。

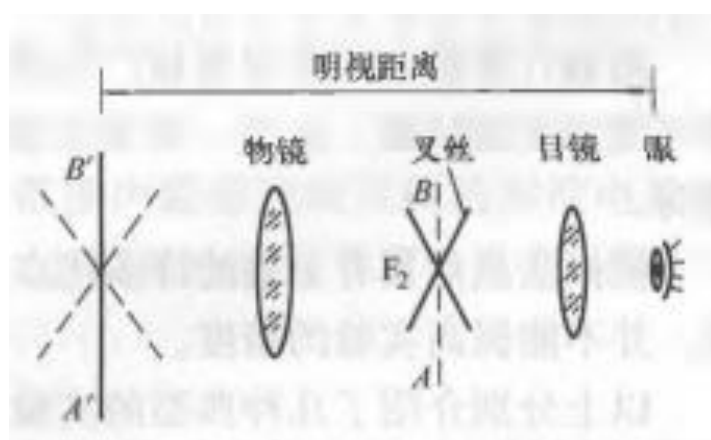


图 3.2-1 消视差示意图

3.2.4 同轴等高的调整

几乎所有的光学仪器都要求仪器内部各个光学元件的光轴与主光轴重合。为此,要对各个光学元件进行同轴等高的调整。一般可分为粗调和细调两个步骤来进行。

粗调主要是靠目测法来判断,将各个光学元件和光源的中心调成等高,各个元件所在平面基本上互相平行且铅直。若各元件可沿水平轨道或在光学平台上滑动,可先将它们靠拢,再调等高共轴,可减小视觉判断的误差。

利用其他仪器或成像规律进行的调整称为细调。例如,在实验中依据透镜的成像规律,利用自准法或二次成像法进行调整时,通过移动各光学元件,使像没有上下左右移动。

先粗调后细调是实验仪器调节中的重要原则。

3.2.5 逐次逼近法

对仪器进行任何调整几乎都不能一蹴而就,都要依据一定的判据反复多次地调节。逐次逼近法是一种快速有效的调整方法。在天平调平衡、电桥调平衡、补偿法测电动势时调整补偿点等的调节过程中,都是首先确定平衡点所在的范围,然后逐渐缩小范围直至最后调到平衡点的。如调整电桥平衡时,比较臂电阻的阻值大于和小于待测电阻时,检流计指针的偏转方向正好相反。若比较臂电阻置于 $2 \times 1000 \Omega$ 时,检流计指针左偏 5 个分度,置于 $3 \times 1000 \Omega$ 时,检流计指针右偏 3 个分度,则平衡值应在 $2000 \sim 3000 \Omega$ 之间。进一步地,若将比

较臂电阻置于 $2500\ \Omega$ 时, 检流计指针左偏 2 个分度, 置于 $2600\ \Omega$ 时, 检流计指针右偏 1 个分度, 则平衡值所在范围缩小到 $2500\sim 2600\ \Omega$ 之间。如此缩小范围逐次逼近, 即可迅速找到平衡点。

3.2.6 先定性后定量原则

为避免测量的盲目性, 应采用 “先定性, 后定量” 的原则进行测量, 即在定量测量之前, 先对实验变化的全过程进行定性的观察, 对实验数据的变化规律有一定的初步了解之后, 再着手进行定量。例如, 实验测定图 3.2-2 所示的变化规律时, 应先观察 y 变量随 x 变量的改变而变化的情况, 然后在分配测量间隔时, 采取不等间距测量, 在 x_0 附近多测几个点。采用由这样不同间隔测得的数据来作图以获得极大值点就比较正确合理。

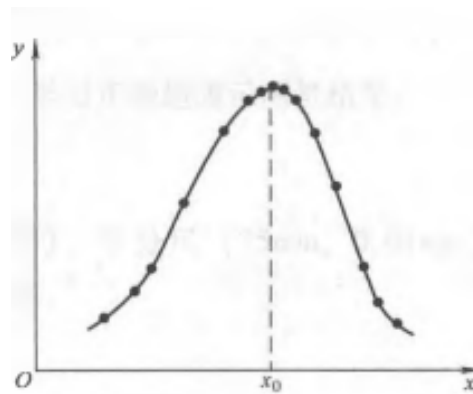


图 3.2-2 不等间距测量数据点的分布

3.2.7 消除空转误差

有许多测量仪器是由鼓轮通过螺杆推动测量准线移动的, 如测微目镜、迈克尔孙干涉仪等。由于齿轮和螺纹间不可能是理想的密配合结构, 当鼓轮正、反向旋转之初, 鼓轮转动了一个角度, 由于齿轮与螺纹间间隙的存在, 使得测量准线尚未移动, 这种误差称为空转误差。

空转误差只发生在鼓轮转动之初的一个较小的转角内。因此, 在使用这类仪器时, 只需使鼓轮沿所需方向转过一定角度后, 重新确定标尺线的零点即可, 或者在测量距离差时保持单向测量即可。

【习题】

- (1) 欲准确测量一张纸的厚度, 需用到哪些基本测量方法?
- (2) 利用水银温度计测室温, 需要用到哪些基本测量方法?
- (3) 天平、弹簧秤、电子秤均可以实现质量测量, 它们采用的测量方法有什么不同?
- (4) 利用天平称量未知物体的质量时, 怎样体现逐次逼近调节方法?
- (5) 欲使激光笔发出的光束垂直入射到 1m 外的某个镜面, 你应该采用何种办法进行调节, 如何判断调节达到要求?
- (6) 家里新买的洗衣机、冰箱、书柜等需要调节底脚水平安放, 你能否利用身边废旧物体制作简易水准器以实现调节?

