

# § 2.3 联结词的完备集

**定义** 设 $F=F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 是 $n$ 元函数，自变量和函数值都取值于 $\{0,1\}$ ，则称 $F$ 是 $n$ 元**真值函数**。

一个真值函数 $F$ 与唯一的一个主析取范式确定的命题公式等值，因此， $F$ 与无穷多个命题公式等值。反之，每个命题公式都对应唯一的一个与之等值的真值函数 $F$ 。

**定义** 设 $S$ 是联结词集合，若任何 $n$  ( $\geq 1$ )元真值函数都可由 $S$ 中的联结词构成的命题公式表示，则称 $S$ 是**联结词完备集**。

**定理**  $S=\{\neg, \vee, \wedge\}$ 是联结词完备集。

**推论**  $S_1=\{\neg, \wedge\}$ ,  $S_2=\{\neg, \vee\}$ ,  $S_3=\{\neg, \rightarrow\}$ 都是联结词完备集。

不同联结词完备集可构造出不同的形式系统。  
例如,  $S$ 构造的形式系统是主析取范式 and 主合取范式。

**定义** 设 $p, q$ 为两个命题,

(1) 复合命题“ $p$ 与 $q$ 的否定”称为 $p$ 与 $q$ 的**与非式**, 记为  $p \uparrow q$ , 称 $\uparrow$ 为**与非联结词**。

(2) 复合命题“ $p$ 或 $q$ 的否定”称为 $p$ 与 $q$ 的**或非式**, 记为  $p \downarrow q$ , 称 $\downarrow$ 为**或非联结词**。

**定理**  $\{\downarrow\}, \{\uparrow\}$  都是联结词完备集。

与非、或非的等值式：

$$(1) \neg p \Leftrightarrow p \uparrow p$$

$$(2) p \wedge q \Leftrightarrow (p \uparrow q) \uparrow (p \uparrow q)$$

$$(3) p \vee q \Leftrightarrow (p \uparrow p) \uparrow (q \uparrow q)$$

$$(4) \neg p \Leftrightarrow p \downarrow p$$

$$(5) p \wedge q \Leftrightarrow (p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q)$$

$$(6) p \vee q \Leftrightarrow (p \downarrow q) \downarrow (p \downarrow q)$$

## 小结:

1. 熟练掌握命题公式等值的概念和方法  
命题的等值，常用等值式，等值演算
2. 熟练掌握命题公式范式的推导方法  
简单合取式、极小项、简单析取式、极大项  
赋值、范式与主范式
3. 了解联结词完备集  
常用的完备集、与非、或非