离散数学课前说明

1. 离散数学是计算机与软件工程类专业的数学基础课之一

主要研究设计计算机的离散型数学问题

2. 离散数学主要包含四大模块

数理逻辑，集合与关系，代数系统，图论

3. 离散数学课程要求

（1）全部72学时，4学时/周

（2）每周一次作业，每周安排一次答疑

（3）平时成绩占总评的20%～50%

4．参考书目

（1）左孝凌等，离散数学，上海科学技术文献出版社

（2） Kenneth H. Rosen，离散数学及其应用，
机械工业出版社

（3） Susanna S. Epp ，离散数学及其应用，
高等教育出版社

第一部分　数理逻辑

- 数理逻辑又称符号逻辑、理论逻辑。它既是数学的一个分支，也是逻辑学的一个分支。
- 数理逻辑利用计算的方法来代替人们思维中的逻辑推理过程。
- 数理逻辑是基础数学的一个不可缺少的组成部分。

第一章 命题逻辑的基本概念

- 逻辑是思维的规律，逻辑学是关于思维规律的学说，思维规律是思维内容与思维形式的统一。
- 形式逻辑是从内容和形式的统一上研究思维规律的学说。
- 数理逻辑是用数学方法研究形式逻辑的学科，包含命题逻辑与一阶逻辑两部分。

§1.1 命题与联结词

例 太阳从东方升起。

例 π和e都不是有理数。

例 因为李阳通过了各门课程，所以李阳拿到了学位。

定义 非真即假的陈述句称为**命题**。

命题可用$p,q,r,\cdots$表示。

定义 命题真假性的判断结果成为该命题的**真值**。真值为真的命题称为**真命题**，真值为假的命题称为**假命题**。真（假）：用T（F）或1（0）表示。

例（1）4 是素数。 是命题，真值为“假”

（2）月球上有冰。 是命题，真值有待确认

（3）x 大于 y。 不是命题，真值不确定

（4）e大于2吗？ 不是命题，疑问句

（5）请不要吸烟！ 不是命题，祈使句

（6）这朵花真美啊！ 不是命题，感叹句

例 我正在说假话。

不是命题。虽然是陈述句，但是既不能为真，也不能为假。**悖论**

例 太阳从东方升起。 最简

例 e不是有理数。 否定

例 张娜喜欢唱歌或跳舞。 或

例 李明骑自行车上学，或步行上学。 或

例 李明不仅学习好，体育也好。 并且

例 因为李阳通过了各门课程，所以李阳拿到了学位。 如果…，那么…

例 自然数a是偶数当且仅当a能被2整除。 充分必要

联结词 “非” “或” “且”

“若…则…” “…当且仅当…”

定义 不能分解成更简单陈述句的命题称为**原子命题**或**简单命题**。原子命题通过联结词组合成的命题称为**复合命题**。

符号化：

用$p,q,r,\cdots, p_i,q_i,r_i,\cdots$ 表示命题。

用1与0分别表示真值的真与假。

用$\neg,\wedge,\vee,\rightarrow,\leftrightarrow$分别表示上述五个联结词。

定义 设p为命题，复合命题“非p”称为p的**否定式**，记为$\neg p$，称$\neg$为**否定联结词**。

规定：$\neg p$的真值为真当且仅当p的真值为假。

例 把命题“e不是有理数”符号化。

解 用符号p表示命题“e是有理数”，则“非p”即为原命题。因此，原命题可符号化为$\neg p$。 ▌

定义 设p,q为两个命题，复合命题“p并且q”称为p与q的**合取式**，记为$p\wedge q$，称$\wedge$为**合取联结词**。

规定：$p\wedge q$为真当且仅当p与q同时为真。

例 把命题“李明不仅学习好体育也好”符号化。

解 用符号p表示命题“李明学习好”，符号q表示命题“李明体育好”，则“p并且q”即为原命题。因此，原命题可符号化为$p \wedge q$。▌

合取联结词还对应：与，同时，虽然…但是…

“王琳与张娜是同学”不是复合命题。

定义 设p,q为两个命题，复合命题“p或q”称为p与q的**析取式**，记为$p \vee q$，称$\vee$为**析取联结词**。

规定：$p \vee q$为假当且仅当p与q同时为假。

例 把命题“张娜喜欢唱歌或跳舞”符号化。

解 用符号p表示命题“张娜喜欢唱歌”，符号q表表示命题“张娜喜欢跳舞”，则“p或q”即为原命题。因此，原命题可符号化为$p \vee q$。▌

例 把命题“李明今天去北京或广州出差”符号化。

解 用符号p表示命题“李明今天去北京出差”，符号q表表示命题“李明今天去广州出差”，则“$p \vee q$”无法准确刻画原命题的真实含义。

实际上，原命题只包含两种可能：

“李明今天去北京出差且李明就不会去广州出差”

“李明今天去广州出差且李明就不会去北京出差”

上述两种可能结果可以分别符号化为：

$$p\wedge\neg q，\neg p\wedge q$$

因此，原命题的符号化应为 $(p\wedge\neg q)\vee(\neg p\wedge q)$。

相容或(可兼或)：$p\vee q$

排斥或(不可兼或)：$(p\wedge\neg q)\vee(\neg p\wedge q)$

定义 设p,q为两个命题，复合命题“若p,则q”称为p与q的**蕴涵式**，记为$p \to q$，称$\to$为**蕴涵联结词**。称p为蕴涵式的**前件**，q为蕴涵式的**后件**。

规定：$p \to q$为假当且仅当p为真同时q为假。

例 把命题“如果自然数a能被4整除，那么a也能被2整除。”符号化。

解 用符号p表示命题“自然数a能被4整除”，符号 q表示命题“自然数a能被2整除”，则“若p，则q”即为原命题。因此，原命题可符号化为$p \to q$。▌

蕴涵联结词还对应：因为…所以…，当…时…

定义 设p,q为两个命题，复合命题“p当且仅当q”称为p与q的**等价式**，记为$p\leftrightarrow q$，称$\leftrightarrow$为**等价联结词**。

规定：$p\leftrightarrow q$为真当且仅当p与q真值相同。

例 把命题“方阵A可逆的充分必要条件是A满秩”符号化。

解 用符号p表示命题“方阵A可逆”，符号 q表示命题“方阵A满秩”，则“p当且仅当q”即为原命题。因此，原命题可符号化为$p\leftrightarrow q$。 ▌

例 符号化下列命题：

（1）李阳与王英是同学；

（2）李杰虽然聪明，但是学习不用功。

（3）除非是周末，否则李明不会回家。

（4）矩阵A可逆当且仅当$|A|\neq 0$。

解（1）“李阳与王英是同学”是原子命题，只需用一个符号 p表示即可。

（2）用p表示“李杰聪明”，q表示“李杰学习用功”，则原命题符号化为 $p\wedge\neg q$。

因此，原命题可符号化为$p\leftrightarrow q$。

（3）用p表示“李明回家”，q表示“回家日是周末”。首先，原命题等同于以下两种说法：

♣ 如果李明回家了，那么回家日一定是周末。

符号化 $p \rightarrow q$

♣ 李明不会在非周末日回家。

符号化 $\neg(p \wedge \neg q)$

（4）用p表示“矩阵A可逆”，q表示“A是方阵”r表示“$|A| \neq 0$”。原命题可符号化

$p \leftrightarrow (q \wedge r)$。

例 已知命题　p：北京比天津人多。

q：$2+2=4$

r：乌鸦是白的

据此，求下列命题的真值

（1）$((\neg p\wedge q)\vee(p\wedge\neg q))\rightarrow r$

（2）$(\neg p\vee q)\leftrightarrow(p\wedge\neg r)$

解 首先，命题p,q,r的真值分别为1, 1, 0。把真值形式地带入上述两个命题

（1）$((\neg 1\wedge 1)\vee(1\wedge\neg 1))\rightarrow 0$，由此得真值为1。

（2）$(\neg 1\vee 1)\leftrightarrow(1\wedge\neg 0)$，由此得真值为1。 ▌