

Estadística III: Métodos asintóticos de inferencia

Alejandro López Hernández

17 de febrero de 2019

E1 Leer el capítulo 10 de G. Casella, Roger L. Berger, *Statistical Inference*[1].

Estimación Puntual

E2 Sea $X_1, \dots, X_n \sim \frac{\beta\alpha^\beta}{x^{\beta+1}} 1_{[\alpha, \infty)}$ con α conocida, calcula la varianza asintótica del estimador máximo verosímil.

E3 Supongamos que $X_1, X_2, \dots, X_n \sim \text{Bernoulli}(p)$, si \hat{p} es el estimador de máxima verosimilitud de p , calcula la varianza de $\hat{p}(1 - \hat{p})$ y usa el método delta para calcular la varianza asintótica y compara ambas.

E4 Sea $X_1, \dots, X_n \sim \text{Uniforme}(0, \theta)$ y $\hat{\theta}_n = \max\{X_1, \dots, X_n\}$ prueba que $\hat{\theta}_n$ es un estimador consistente de θ

E5 Sea $X_1, \dots, X_n \sim f_\theta(x)$ con $f_\theta(x) = \frac{1}{2}(1 + \theta x)$ con $x, \theta \in (-1, 1)$. Encuentra un estimador consistente para θ

E6 Sea $X_1, \dots, X_n \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$

- a) Muestra que $T_n = \frac{k \sum_n |X_i|}{n}$ es un estimador consistente de σ si y solo si $k = \sqrt{\pi/2}$
- b) Calcula el ARE de T_n con respecto al máximo verosímil de σ

Pruebas de Hipótesis

E7 Para la prueba de hipótesis $H_0 : p = p_0$ contra $H_1 : p \neq p_0$ con un modelo paramétrico $\text{Bernoulli}(p)$. Calcula $-2 \log \lambda(X)$ y establece la región de rechazo de nivel α asumiendo la convergencia de $-2 \log \lambda(X)$.

E8 Sea $X_1, \dots, X_n \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$

- a) Si μ es desconocido y σ conocido encuentra un estadístico de Wald para probar $H_0 : \mu = \mu_0$
- b) Si μ y σ son desconocidos encuentra un estadístico de Wald para probar $H_0 : \mu = \mu_0$
- c) Si μ es conocido y σ desconocido encuentra un estadístico de Wald para probar $H_0 : \sigma = \sigma_0$
- d) Si μ y σ son desconocidos encuentra un estadístico de Wald para probar $H_0 : \sigma = \sigma_0$

E9 Sea $X_1, \dots, X_n \sim \text{Gamma}(\alpha, \beta)$ con α conocido, encuentra el estadístico de score para probar $H_0 : \beta = \beta_0$.

E10 Sea $X_1, \dots, X_n \sim \text{Geométrica}(p)$ encuentra un estadístico de Wald para probar $H_0 : p = p_0$

E11 Sea $X_1, \dots, X_n \sim \text{Exp}(\theta)$ encuentra un estadístico de Wald para probar $H_0 : \theta < \theta_0$ y encuentra la región de rechazo.

Referencias

- [1] George Casella and Roger L. Berger, *Statistical Inference*. Second Edition, 2002.