

Estadística III: Inferencia no paramétrica para funciones de distribución

Alejandro López Hernández

31 de marzo de 2019

E1 Revisar el capítulo 26 de Anirban DasGupta, Asymptotic Theory of Statistics and Probability[1].

E2 Revisar el capítulo 2 de Wasserman, All of Nonparametric Statistics [2].

E3 Revisar el capítulo 3 y 4 de Hollander, Nonparametric Statistical Methods [3].

Distribución Empírica

E4 Supongamos que tenemos los siguientes datos $X = 12.2, 34, 41, 3.23, 24, -11, 0.12, 0.23, 23, 3, 5.89, 3, 23, 34$ calcular lo siguiente:

a) $\hat{F}(3), \hat{F}(32), \hat{F}(-3), \hat{F}(3.2), \hat{F}(89)$ b) $\mathbb{P}(1 < X < 17), \mathbb{P}(2 < X^2 < 4), \mathbb{P}(4 < e^X < 67)$

c) Encontrar las bandas de confianza de \hat{F} d) Hacer un dibujo de \hat{F}

E5 Supongamos que tenemos los siguientes datos $Z = (0,0), (0,1.2), (1,1), (0.23,0.45), (-1,1), (0.4,-0.12), (1.2,-0.2)$ calcular lo siguiente:

a) $\hat{F}(0,0), \hat{F}(2,0), \hat{F}(0,2), \hat{F}(-1,0), \hat{F}(-2,10)$

b) Sea $\mathbb{S}^2 = \{v \in \mathbb{R}^2 : \|v\| < 1\}$ calcular $\mathbb{P}(Z \in \mathbb{S}^2)^1$

c) $\mathbb{P}(Z \in [1, 2] \times (0.23, 1.1])$

Inferencia No paramétrica

E6 Supongamos que tenemos los siguientes datos $X = 2, 3, 1, 4, 1.23, 5, 4, 6.2, 5, 7, 5, 4, 6.1, 3, 2.3, 1.6$

Usar el estimador *Plug-in* para calcular lo siguiente:

a) $T_1 = \int X dF$

b) $T_2 = \int \sqrt{X} dF$

c) $T_3 = \int \sin(X) dF$

d) $T_4 = \int (X - T_1)^2 dF$

e) $T_5 = \int (X - T_4)^4 dF$

f) $T_6 = \int \frac{1}{1+X} dF$

g) $T_7 = \int s^X dF$

h) $T_8 = \inf\{x : F(x) \leq 0.75\}$

i) $T_9 = \inf\{x : F(x) \leq 1\}$

E7 Usando el método delta no paramétrico encontrar un intervalo de confianza para los siguientes funcionales de F

a) $T_1 = \int s^X dF$

b) $T_2 = \int \sqrt{X} dF$

c) $T_3 = \int \sin(X) dF$

¹ $\|\cdot\|$ es la norma euclidiana

Bondad de ajuste

E8 Sea la hipótesis $H_0 : F = F_0(x)$ y los datos $X=0.12, 0.31, 0.08, 0.067, 0.12, 0.344, 2.93, 0.31, 0.87, 0.10$. Realizar una prueba de bondad de ajuste usando D_n, A_n, C_n para los siguientes valores de F_0 ¿Cual es la más parecida a los datos?

- a) $F_0 = Normal(0, 1)$
- b) $F_0 = Exp(1)$
- c) $F_0 = Beta(1, 1)$
- d) $F_0 = Unif(0, 1)$

E9 Sea $X = 23, 22, 12, 31, 26, 19, 22$ y $Y = 32, 34, 22, 18, 31, 25, 28$ calcular $D_{n,m}$ de este par de distribuciones.

Comparación de dos distribuciones

E10 Sea R el estadístico de Mann-Whitney-Wilcoxon- si tenemos $n = 3, m = 2$ calcular su distribución $\mathbb{P}(R = k)$ para $k = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

E11 Sea T el estadístico de rangos signados de Wilcoxon sea $n = 3$ calcular la distribución $\mathbb{P}(T = k)$ para $k = 0, 1, 3, 4, 5, 6$

E12 Realizar una prueba de hipótesis para $H_0 : \Delta = 0$ y $H_1 : \Delta \neq 0$ con el estadístico R para los siguientes datos:

X	Y
12	3
35	51
31	23
23	34
9	26
22	31
41	6
17	13
21	39
29	52
14	
9	
59	

E13 Realizar una prueba de hipótesis para $H_0 : \theta = 0$ y $H_1 : \theta \neq 0$ con T para los siguientes datos:

X	2.8	0.5	2.34	1.8	4.2	3.3	4.1	5.2	2.4	1.2	-0.3	1.8
Y	3.4	1.1	2.03	1.2	3.2	2.9	4.1	4.8	2.5	1.25	0.1	2.1

Referencias

- [1] Anirban DasGupta, *Asymptotic Theory of Statistics and Probability*. First Edition, Springer 2008.
- [2] Larry Wasserman, *All of Nonparametric Statistics*. First Edition, Springer 2006.
- [3] Myles Hollander, Douglas A. Wolfe y Eric Chicken, *Nonparametric Statistical Methods*. Third Edition, Wiley 2014.