Estadística III

Alejandro López Hernández

FES Acatlán
Universidad Nacional Autónoma de México

1 de febrero de 2019

1. Métodos asintóticos de inferencia
   - Estimación Puntual

Métodos asintóticos de inferencia

Extender los conocimientos sobre inferencia a el caso en el que el tamaño de la muestra es infinita. Conocer las propiedades de los estimadores cuando el tamaño de la muestra no es acotado.

$$n \to \infty$$

Estimación Puntual

Consistencia
Un estimador es *consistente* si la sucesión de estadísticos W_n converge en probabilidad al parametro que estima, es decir que para todo $\varepsilon > 0$

$$\lim_{n \to \infty} \mathbb{P}_\theta(|W_n - \theta| < \varepsilon) = 1$$

Notemos que $\mathbb{P}_\theta$ es una medida de probabilidad que depende de θ

Debido a la desigualdad de Chevychev:

$$\mathbb{P}(|W_n - \theta| \geq \varepsilon) \leq \frac{\mathbb{E}(W_n}{\epsilon^2}$$

Apendice A

X_n converge en **distribución** a X si para todo x.

$$\lim_{n\to\infty} \mathbb{P}(X_n \leq x) = \mathbb{P}(X \leq x)$$

X_n converge en **probabilidad** a X si para cada $\varepsilon > 0$

$$\lim_{n\to\infty} \mathbb{P}(|X_n - X| > \varepsilon) = 0$$

X_n converge a X **casi seguramente** si

$$\mathbb{P}(\lim_{n\to\infty} |X_n - X| = 0) = 1$$

Teoréma de Slutsky

Si $X_n \to X$ en distribución y $Y_n \to c$ en probabilidad. Entonces

- $Y_n X_n \to cX$ en distribución
- $X_n + Y_n \to X + c$ en distribución.

Metódo Delta

Sea Y_n una sucesión de variables aleatorias que satisface $\sqrt{n}(Y_n - \theta) \to \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ en distribución. Para una función g y una valor θ tal que $g'(\theta) \neq 0$ se tiene que:

$$\sqrt{n}(g(Y_n) - g(\theta)) \to \mathcal{N}(0, \sigma^2 g'(\theta)^2)$$