

## Сортировки II. Нижние оценки

1. Среди  $n$  камней есть один радиоактивный. Счётчиком Гейгера мы можем проверить для любой кучки камней, если ли среди них радиоактивный. За какое наименьшее количество проверок можно найти радиоактивный камень?
2. В клетках шахматной доски написали в каком-то порядке числа от 1 до 64, каждое по одному разу. Про любое множество клеток доски мы можем спросить, какие числа на них стоят, и нам выдают полный список. За какое наименьшее количество вопросов можно понять, где какие числа стоят?
3. 1. Найдите среди  $n$  монет самую тяжелую и вторую по тяжести монету за  $n + \log n + c$  взвешиваний.  
2. Докажите, что нельзя найти самую тяжелую и вторую по тяжести монету из  $n$  монет за менее чем  $n + \log n + c$  взвешиваний.
4. На вход задачи подаются натуральные числа  $n$  и  $k < n$  и массив из  $n$  натуральных чисел, каждое из которых не превосходит  $k$ . Предложите лучший по асимптотике алгоритм, который сортирует массив.

5. Алгоритм сортировки пузырьком (BubbleSort) задан псевдокодом:

```
1 Function BubbleSort(a) :  
2   repeat  
3     for  $i = 1$  to a.size − 1 do  
4       if  $a[i - 1] > a[i]$  then  
5          $\text{swap}(a[i - 1], a[i]);$   
6       end  
7     end  
8   until не было выполнено ни одной операции swap;  
9 end
```

1. Сколько операций делает сортировка пузырьком в худшем случае? Укажите вход, на котором это происходит.

2. Какой элемент окажется в ячейке  $a[n - k]$  после  $k$  итераций цикла **repeat-until**?

6. Вам нужно построить алгоритм, который принимал бы на вход произвольную строку битов длины  $n$ , а выдавал бы 1, если в этой строке есть два последовательных бита 01, и 0 в противном случае. Есть простой алгоритм, проверяющий каждый бит входной строки, но можно ли сэкономить? Иными словами, существует ли алгоритм, проверяющий меньше  $n$  битов в худшем случае и при этом решающий задачу?

7. Есть  $n$  монет и чашечные весы. Одна из монет фальшивая — отличается по весу от остальных, но неизвестно легче ли она или тяжелее. Найдите фальшивую монету за три взвешивания для **а)**  $n = 10$ ; **б\*)**  $n = 12$ .