

1 (2). Реализуйте стек с помощью двух очередей.

2 (2). Опишите способ хранения почти-полного троичного дерева в массиве. Как по номеру клетки родителя вычислить номера детей? Как по номеру ребёнка вычислить номер родителя?

Преамбула. Алгоритм удаления элемента из двоичного дерева поиска (Кормен II) использует вспомогательную процедуру `Tree_Successor`, которая по узлу x в двоичном дереве поиска находит следующий по возрастанию за x элемент дерева. Разберитесь с тем как она работает и докажите её корректность — в Кормене доказательство сведено к следующей задаче (упражнению для читателя).

3 (4). Докажите, что если в бинарном дереве поиска у элемента x нет правого ребёнка и у x есть следующий за ним в порядке возрастания элемент y , то y является самым нижним предком¹ x , чей левый дочерний узел так же является предком x или самим x .

4 (3). Покажите, что если вершина b в бинарном дереве поиска имеет две дочерние вершины, то последующая за ней вершина c не имеет левой дочерней вершины, а предшествующая ей вершина a — правой. Под предшествующей и последующей вершиной понимается, что $a.key < b.key < c.key$ и в дереве поиска нет ключей в промежутках $(a.key, b.key)$ и $(b.key, c.key)$.

5 (3+5). В этой задаче требуется разработать структуру данных, удовлетворяющую описанным ниже ограничениям. В структуре данных будет храниться k -элементное подмножество A множества из n элементов. После того как в структуру данных будет загружено множество A , с помощью неё будет нужно проверить, принадлежит ли множеству A элемент x . Для этого можно совершить не более t запросов к структуре, ответ на каждый из которых — один бит.

В структуре данных хранится двоичное строка w , которая зависит от множества A . Фактически разработка структуры данных состоит из описания двух алгоритмов. Первый получает на вход подмножество A и создаёт строку w . Второй получает на вход элемент x , может узнать значение произвольных t битов строки w , после чего определяет, принадлежит ли элемент x множеству A или нет. При этом, второму алгоритму заранее неизвестна строка w .

Пусть $s(n, k, t)$ — минимальная длина строки w , которую достаточно отвести под такую структуру данных.

1. Чему равно $s(n, k, 1)$?

2. Найдите $\min_t(s(n, k, t))$, при каком t он достигается?

6 (4) [5.32 ДПВ]. К серверу приходят одновременно n клиентов. Для клиента i известно время его обслуживания t_i . Время ожидания клиента определяется как сумма времени обслуживания всех предыдущих клиентов и времени обслуживания его самого. К примеру, если обслуживает клиентов в порядке номеров, то время ожидания клиента i будет равно $\sum_{j=1}^i t_j$. Постройте эффективный алгоритм, находящий последовательность обслуживания клиентов с минимальным суммарным временем ожидания клиентов.

¹Предком вершины x называют любую вершину, лежащую на пути в x из корня.