

3. Постановка задачи динамического ценообразования



1. Спрос как функция

Многофакторные модели



Факторы, которые влияют цену товара:

- **внешние** (те, которые нельзя повлиять)
 - изменение цен на материалы, полуфабрикаты, топливо, инструменты и прочие ценности, получаемые предприятием для нужд производства
 - цены конкурентов
 - погода
- **внутренние**
 - Операционная деятельность
 - Логистика
 - Персонал
 - ...

Многофакторные модели

Пример внешнего фактора

Повышение
цены на
бензин



Повышение
цен на хлеб



Многофакторные модели

Пример внутреннего фактора

Повышение
производительности труда



Увеличение количества
продукции и снижение
себестоимости



Многофакторные модели



Принятие решение о покупке (не покупке) зависит только от известных факторов. Причем влияние каждого фактора *в некотором* смысле известно.

В некотором смысле:

- Характер зависимости
- Корреляция

Факторы спроса у РЖД



Главным фактором, влияющим на стоимость билетов, является **спрос на них**, поэтому стоит обращать на следующие факторы:

- **Скидки в зависимости от расположения мест в вагоне** (верхние купейные места стоят дороже, так как пользуются меньшим спросом)
- **Время отправления/прибытия** (как правило, цена на поездки в 4-5 утра значительно ниже)
- **День недели** (пятница вечер туда и воскресенье вечер обратно – самые популярные билеты, поэтому на них меньше скидок)
- **Сезонность** (цены на билеты существенно снижаются в те сезоны, когда люди редко отправляются в поездки)

Модель спроса за 2 стороны



Если вы **(как покупатель)** знаете, как именно продавец устанавливает цены – вы можете легко найти оптимум для себя.

Если все покупатели начнут себя вести оптимальным образом – оптимум для продавца измениться.

Но на практике так бывает редко! :)

Задача продавца



- Построить модель спроса максимально точно
- Найти оптимум по цене

Примеры:

- Недвижимость (обсудим на семинаре)
- Цены на мероприятия (будет отдельная лекция)
- Некоторые типы товаров

Задача продавца

$$Q = f(x, p, \varepsilon)$$

Где Q – спрос, x – это вектор факторов, p – цена, \underline{p} – издержки на единицу.

Оптимумы для продавца:

1) $M[Q]p \rightarrow \max$ – максимизации выручки.

2) $M[Q](p - \underline{p}) \rightarrow \max$ – максимизации дохода.

3) $M[Q](p - \underline{p}(Q)) \rightarrow \max$ – максимизации дохода, когда издержки зависят от числа проданных единиц.

4) $M[Q](p - \underline{p}(Q)) \rightarrow \max$

$M[Q]p \geq R$ – максимизации дохода при условии, что выручка больше R .

Задача продавца

$p(Q)$ - как правило, невозрастающая функция по Q .

Как правило $p(Q)$ ≥ 0 . На практике функция **НЕ** непрерывная.

Пример 1. Издержки сильно зависят от логистики. Есть два типа машин. В одну помещается 5 холодильников, в другую 7. Стоимость аренды первой - 5000. Стоимость аренды второй - 6500.

5 холодильников – заплатить 5 000 (1000 за единицу)

6 холодильников – заплатить 6 500 (1083 за единицу)

7 холодильников – заплатить 6 500 (928 за единицу)

8 холодильников – заплатить 10 000 (1250 за единицу)

Пример 2. Скидка за опт. При покупке более 200 шт. – скидка 3%.

Задача продавца

$f(x, p)$ - положительная невозрастающая (как правило, убывающая) по p . Но есть исключение (см. лекцию 1).

$\hat{f}(x, p)$ - аппроксимация функции.

Доход: $\hat{f}(x, p) \left(p - \underline{p(\hat{f}(x, p))} \right)$ - это произведение положительной убывающей функции на положительную возрастающую. Если бы они были еще непрерывные ☺, тогда локальный максимум был бы и глобальным.

$p(\hat{f}(x, p))$ – неубывающая, т.к. суперпозиция невозрастающих.

Невозрастающая с «-» – неубывающая.

Задача покупателя

$$M[Q] = f(x, p) \rightarrow \min_{x \in X}$$

Покупатель, хочет минимизировать оценку спроса, чтобы купить по наиболее выгодной цене.

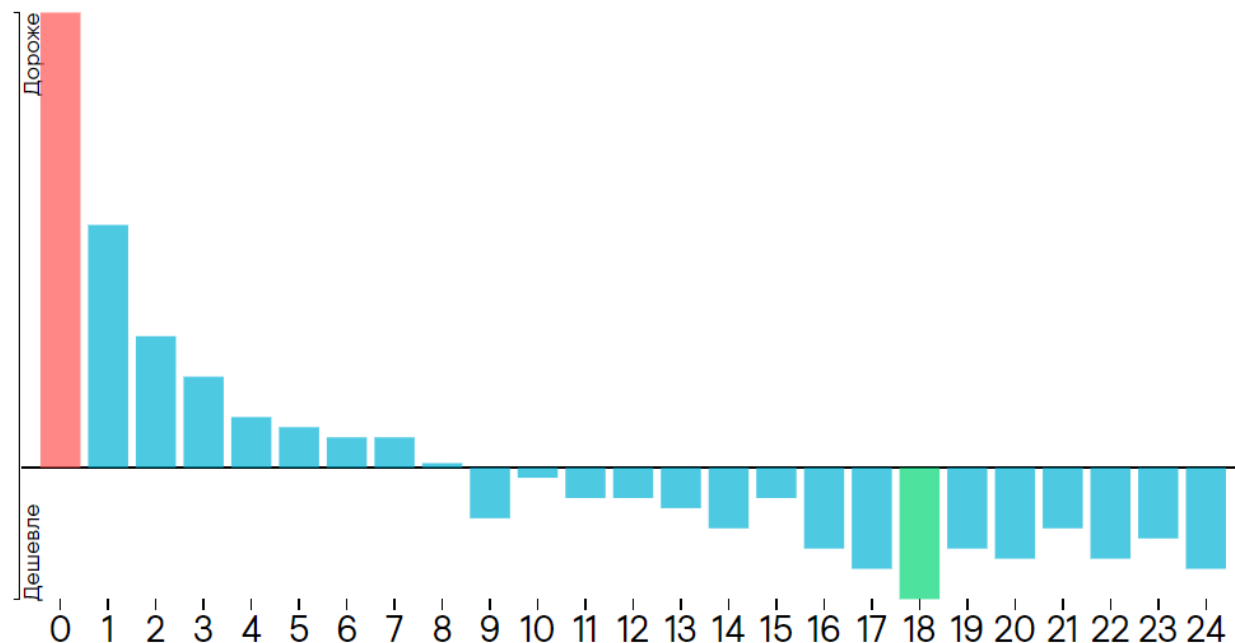
Задача покупателя

Откуда

Москва

Куда

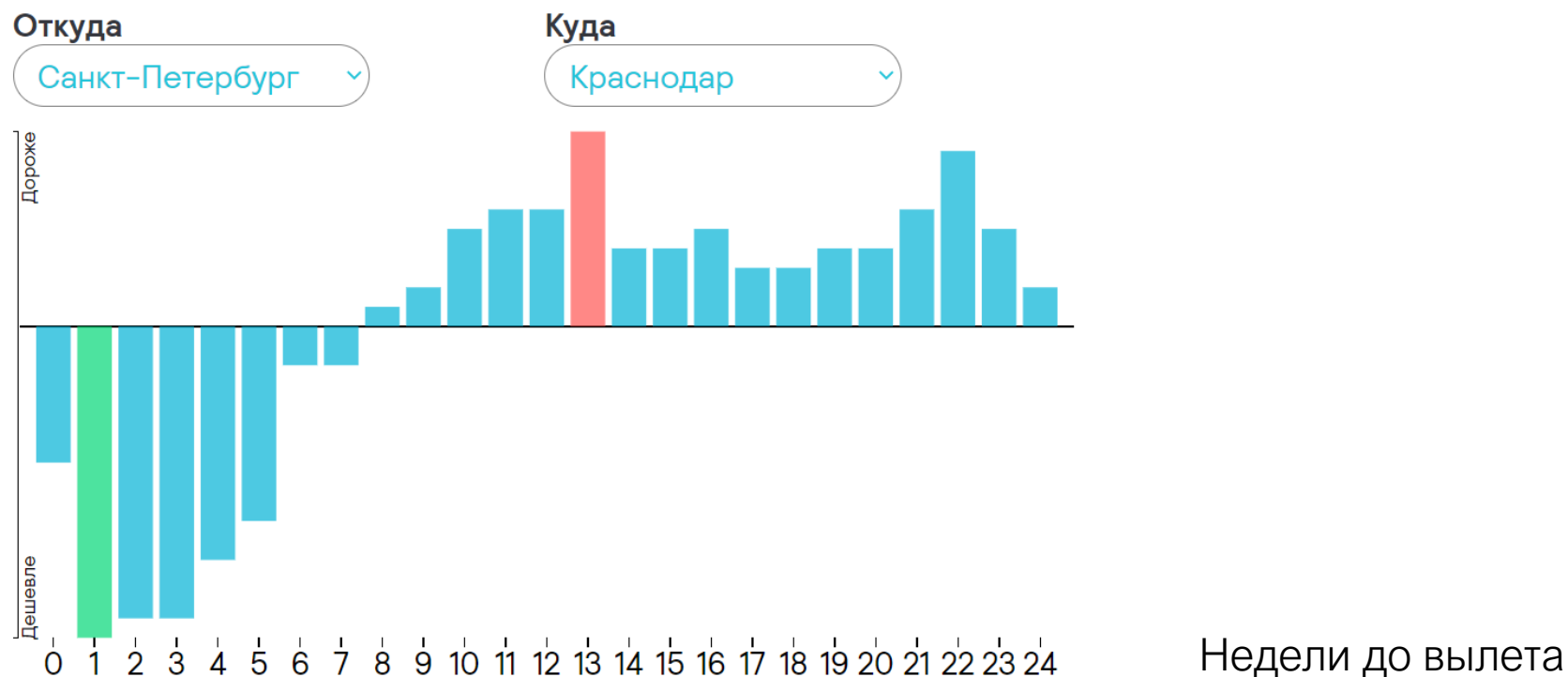
Амстердам



Недели до вылета

<https://www.skyscanner.ru/news/kogda-aviability-stoyat-deshevle-i-kogda-vygodnee-letat>

Задача покупателя



<https://www.skyscanner.ru/news/kogda-aviability-stoyat-deshevle-i-kogda-vygodnee-letat>

Двухуровневая модель (Bi-level)

$$\min_{x \in X} \left(\max_p \left(\hat{f}(x, p)(p - \underline{p}) \right) \right)$$

Рыночная модель (для рынка с полной информацией) выглядит следующим образом.

Сначала продавец аппроксимирует модель спроса, и устанавливает цены в соответствии с ней. Оптимизируя свой функционал. Затем покупатели оптимизируют по доступным ему переменным.

Исходя из этих соображений, продавцу нужно решать **минимаксную** задачу.

Как на практике получается модель?

Как правило есть датасэт $(X, p = p^* | Q)$. Набор факторов при фиксированной цене – и оценка спроса при этих факторах. В этом случае решается задача регрессии.

$$\hat{f}(x) = Q$$

После этого учитывается влияние цены.

$$\hat{f}(x)g(p) = Q,$$

где $g(p^*) = 1$

Как на практике получается модель?

Если в обучающей выборке есть диапазон по $p = p_1, p_2 \dots p_n$,
То задача регрессии решается напрямую

$$\hat{f}(x, p) = Q$$

С учетом, того, что функция должна не возрастать по p .

$$\hat{f}(x, p) = \hat{f}(x)g(p) = Q$$

Другой подход решать задачу для каждого p_i отдельно.

$$\hat{f}_{il}(x)k_l = Q_i,$$

где есть дополнительный перебор по k_l . Т.е. для каждого p_i решается l задач. После чего выбираются такие l , что $\hat{f}_{i*}(x)$ максимально близки между собой. И при этом k_l не возрастает по i .

После этого восстанавливается $g(p_i) = k_i$

<https://xgboost.readthedocs.io/en/latest/tutorials/monotonic.html> - В XGboost можно указать, что функция не убывает по какому-то параметру.

Пример 3

$$\hat{f}(x, p) = \exp(-\hat{c}p)(\hat{a} \log_{0.5}(x_1) - \hat{b}x_2 + \hat{d}) = \exp(-\hat{c}p)t(x_1, x_2)$$

x_1 - курс валют (на это покупатель и продавец повлиять не могут)

x_2 - дней до рейса

Оптимум $\hat{f}(x, p)(p - \underline{p}) = \exp(-\hat{c}p)t(p - \underline{p}) \rightarrow p = \frac{\hat{c}\underline{p} + t}{\hat{c}}$

Даже если модель хорошо описывает данные, как только продавец начнет организовывать динамику по ней – покупатели могут начать свою оптимизацию.

Пример 3

$$\hat{f}(x, p) = \exp(-\hat{c}p)(\hat{a} \log_{0.5}(x_1) - \hat{b}x_2 + \hat{d}) = \exp(-\hat{c}p)t(x_1, x_2)$$
$$p = \frac{\hat{c}p + t}{\hat{c}t}$$

Дальше есть 2 варианта:

- 1) Тестировать модель на реальных данных – переобучать.
- 2) Найти оптимум за клиента и строить модель с учетом этого оптимума.
Вместо $\hat{a} \log_{0.5}(x_1) - \hat{b}x_2 + \hat{d}$ использовать $\hat{a} \log_{0.5}(x_1) + \hat{d}$.

Пример 4

Маркетинговая мудрость: Если все клиенты будут знать, что через неделю будет скидка – то клиенты купят через неделю. 😊

Пример 5

Есть и обратный «психологический» эффект – завтра цены вырастут, нужно покупать сегодня.



Прогнозирование спроса



Подходы, связанные с прогнозированием спроса, можно воспринимать как «нормировку» спроса.

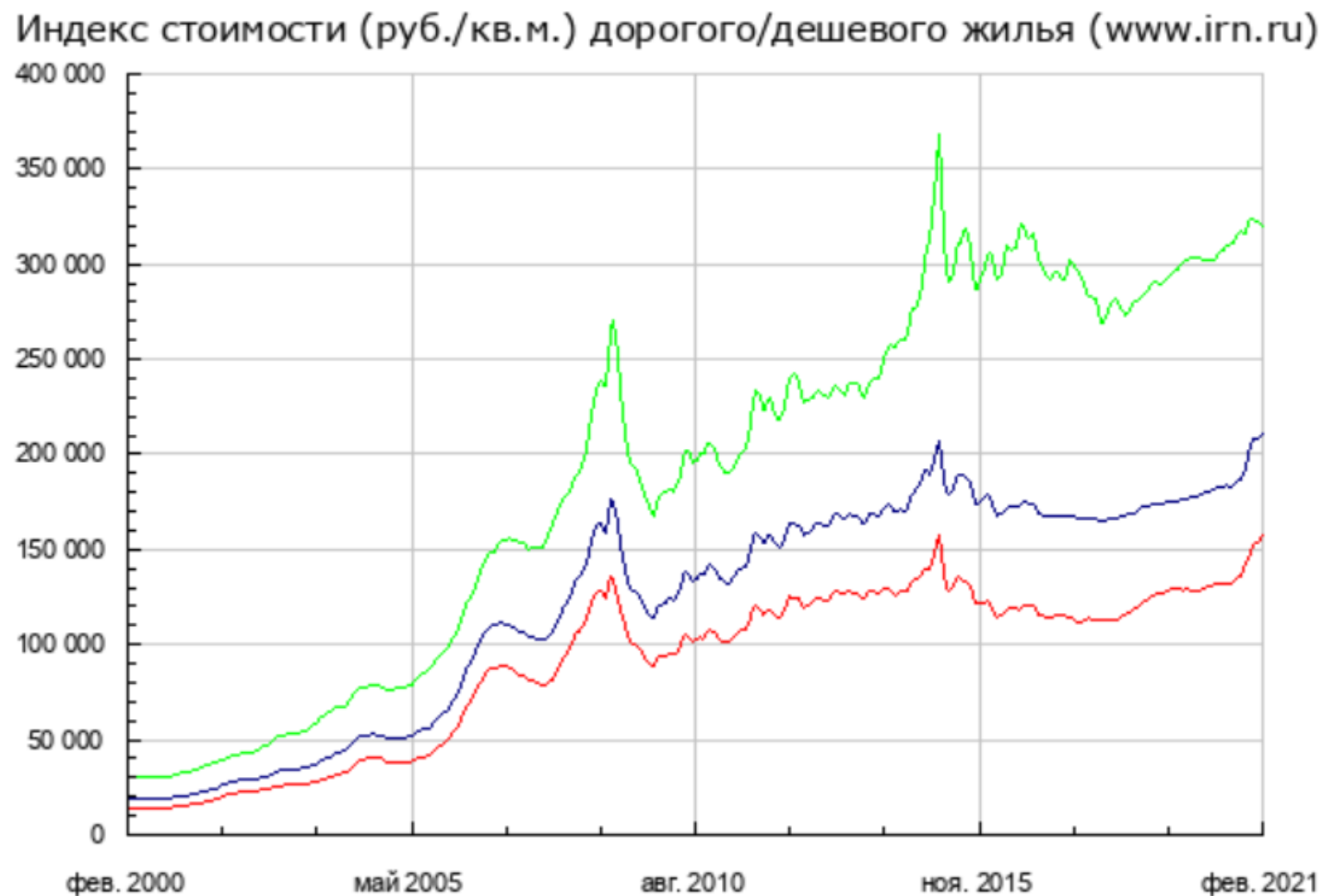
Есть простые нормировки:

- Курс валют
- Инфляция

Цены в рублях на кв.м. в Москве

Кажется, что цены за последние 10 лет растут, чтобы удовлетворять растущий спроса.

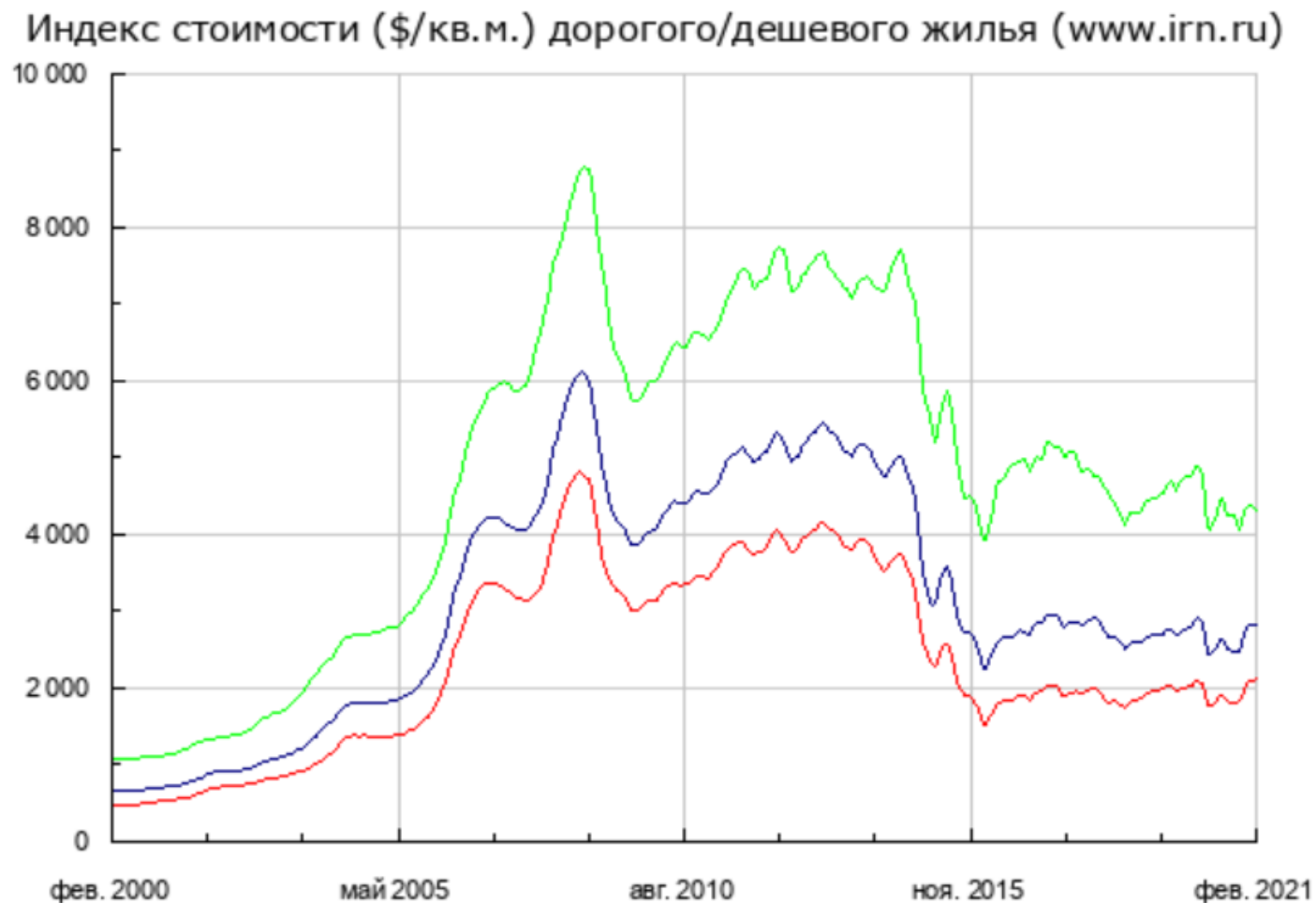
- Дорогое жилье (20% самых дорогих квартир)
- Общегородской индекс (100% квартир)
- Дешевое жилье (20% самых дешевых квартир)




Цены в \$ на кв.м. в Москве

На самом деле за последние 10 лет падают.

- Дорогое жилье (20% самых дорогих квартир)
- Общегородской индекс (100% квартир)
- Дешевое жилье (20% самых дешевых квартир)





2. Спрос как мультиагентная система

Модель потребителя



Общая идея: считаем, что есть множество потребителей (агентов). Каждый потребитель принимает решение о покупке (не покупке) товаров исходя из:

- Цен на товары
- Характеристик товаров
- Наблюдаемых внешних факторов
- ненаблюдаемых внешних факторов

Конечный спрос формирует поток таких агентов.

Модель потребителя

Чуть более строго есть множество агентов $A = \{a_1, a_2, a_3 \dots, a_N\}$

$$a_i = a_i(x, P, C, \eta) \rightarrow Q$$

P – вектор цен на все товары

C – матрица товаров, характеристик

x – наблюдаемые внешние факторы

η – шум (случайность при принятии решения)

Результатом функции является случайный вектор Q - количество покупок каждого товара.

Модель потребителя

Совокупный спрос:

$$Q_{total} = \sum_i^N a_i \alpha_i ,$$

α_i - кол-во агентов i -ого типа.

Задача продавца найти оптимальный вектор цен $P(x, C, \alpha)$, как функция от факторов, характеристик и распределения агентов.

Если a_i и α_i известны — то это задача на стыке имитационного моделирования и оптимизации многомерной функции. Есть много разных техник для решения.

Модель потребителя



А что делать если a_i неизвестны? Печалиться. 😊

В общем случае решить задачу, очевидно невозможно.

Как устроены агенты?

Агента удобно представлять в виде решающего дерева. Где на последних листьях находится кол-во товара.

Если дополнительно предположить, что агенты «не сильно шумные», тогда можно сформулировать следующую задачу.

$$Q = f(x, p) = \sum_i^N a_i(x, p, \eta) \alpha_i$$
$$\hat{f}(x, p) = \sum_i^N \hat{a}_i(x, p) \hat{\alpha}_i,$$

Где $\hat{a}_i(x, p)$ - решающие деревья.

Как устроены агенты?



Сумма решающих деревьев? Где-то это уже было?

Random forest. Ну почти 😊.

Модель потребителя



Если N – сравнительно небольшое, то и α_i известны – то можно перестать печалиться. ☺

Вопросы:

Откуда можно узнать N ?

Как можно посчитать α_i ?

Модель потребителя



Если N – сравнительно небольшое, то и α_i известны – то можно перестать печалиться. 😊

Вопросы:

Откуда можно узнать N ? Кластеризация клиентов

Как можно посчитать α_i ? Кластеризация клиентов 😊

Модель потребителя



Если кластеризация *достаточно хорошая* – то можно строить отдельно $a_i(x, p, \eta)$. В качестве таргета, используя продажи для каждой группы отдельно.



Цена учитывает всё!

Теория Доу

Теория Доу (неформально): «**Цена учитывает всё**».

Всё в смысле: и бедующие ожидания, и настроения покупателей, и спрос.

Это утверждение относится к биржевым индексам.

Хорошо согласуется с Гипотезой эффективного рынка.



Биржевые товары

Стоит отметить, что все больше и больше товаров и услуг становятся биржевыми.

Есть «классические» биржевые товары:

- Золото и металлы
- Нефть, газ, уголь и т.д.
- Кукуруза, мука, свинина, лосось и др.
- Хлопок, шерсть и др.

На товарных биржах в мире продаётся около 100 биржевых товаров.

Локальные биржи



«Локальные» биржи:

- Биржи при оптовых складах
- Биржа фрилансеров
- Некоторые агрегаторы такси

Локальные биржи



«Локальные» биржи:

- Специальные биржи
 - Кофе
 - Какао
 - Рис
- Биржи при оптовых складах
- Биржа фрилансеров
- Некоторые маркетплейсы
- Некоторые агрегаторы такси

Цепочка поставок



Далее биржевые цены по цепочке поставок влияют на издержки продавца. Продавец устанавливает цену исходя из издержек и минимально допустимой прибыли.



3. Параметрический подход

Параметрическая постановка

$$y(p) = Q(p) (p - \underline{p}) \rightarrow \max$$

Предполагается, что известен характер зависимости $Q(p)$.

$Q(p)$ - число проданных товаров в зависимости от цены.

Линейная функция: $Q(p) = \max(-ap + b, 0)$

Гиперболическая функция: $Q(p) = \max(-a/p + b, 0)$

Экспоненциальная функция: $Q(p) = \max(-\exp(ap + b) + c, 0)$

И т.д.

Параметрическая постановка

Дальше существуют вариации:

1. Q не зависит от внешних факторов
2. Q зависит от внешних факторов
3. Аукционные модели (не рассматриваем в рамках курса)

Важно, что задача оптимизации связана с итеративным выбором оптимальной цены. И у каждой итерации есть стоимость.



4. Не параметрические подходы

Непараметрический подход



В случае непараметрический подхода не существует предположений о том, как зависит целевая переменная (прибыли) от цены и других факторов.

Непараметрический подход



Способы решения:

1. Сведение к семейству параметрических
2. Многорукие бандиты
3. Байесовская оптимизация



5. Гибридные подходы

Гибридные подходы



Гибридные подходы сочетают в себе прогнозирование спроса разными методами и непараметрические и параметрические подходы для разных категорий товара.

Гибридные подходы



Обычно прогнозирование спроса используется в качестве «нормировки».

А параметрические и не параметрические методы для поиска локального оптимума.

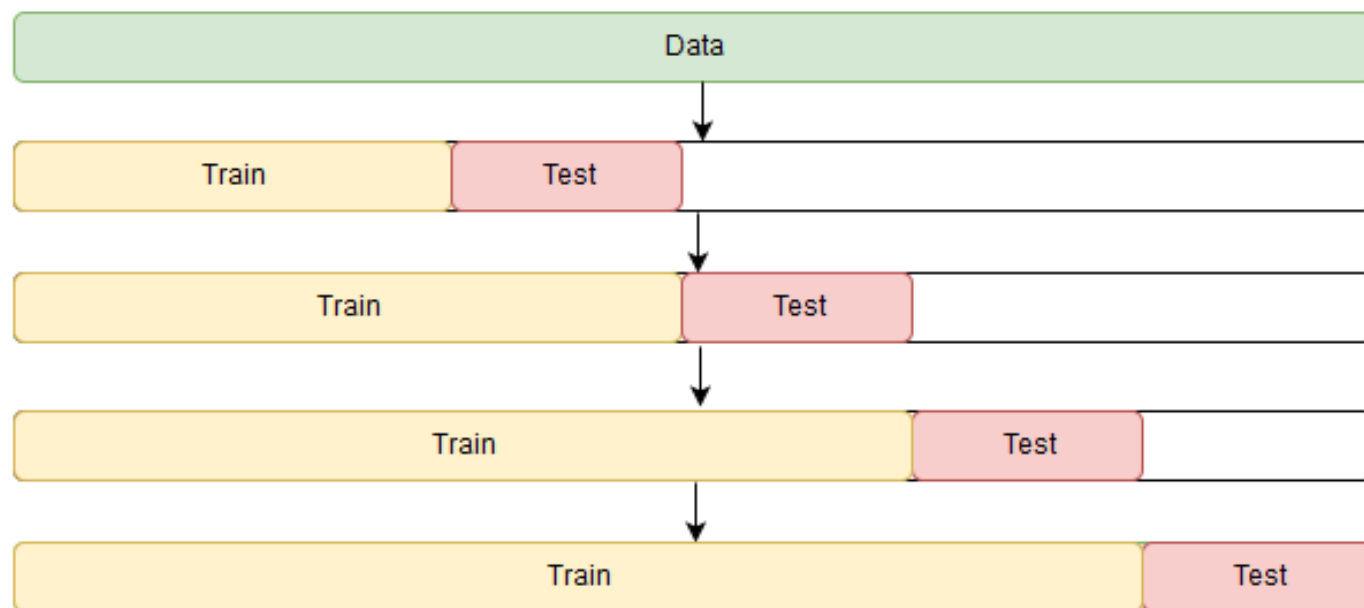
4. Семинар. Прогнозирование спроса.

Прогнозирование спроса

Прогнозирование спроса (вообще) – это отдельная задача, связанная с множеством дополнительных особенностей. Прогнозирование спроса для ДЦ и прогнозирование для бизнеса имеют разные цели.



Валидация рядов



Удобно использовать скользящий контроль.

<https://habr.com/ru/company/ods/blog/327242/>

Проблема данных



1. Остатки склада не всегда удовлетворяют спросу.
2. Акции, маркетинг, скидки, купоны...
3. Возвраты.

Вопросы



Если в исторических данных было 0 ед. на остатке и 0 продаж соответственно. А алгоритм прогнозирует X продаж. Это ошибка? Как ее оценить?

Как учесть такие периоды?

Прогнозирование спроса

1. M5 Forecasting - Accuracy

<https://www.kaggle.com/c/m5-forecasting-accuracy/>

см. также

<https://mofc.unic.ac.cy/wp-content/uploads/2020/03/M5-Competitors-Guide-Final-10-March-2020.docx>

<https://www.youtube.com/watch?v=QK16mGnLCig>

Прогнозирование спроса

Метрика RMMSE:

$$RMSSE = \sqrt{\frac{\frac{1}{n+h} \sum_{t=n+1}^{n+h} (Y_t - \hat{Y}_t)^2}{\frac{1}{n-1} \sum_{t=2}^n (Y_t - Y_{t-1})^2}}$$

Каждая строка содержит идентификатор, представляющий собой объединение item_id и store_id. Нужно спрогнозировать 28 прогнозных дней (F1-F28) проданных товаров для каждой строки.

Прогнозирование спроса



2. Grupo Bimbo Inventory Demand

<https://www.kaggle.com/c/grupo-bimbo-inventory-demand/overview>

См. также

<https://www.youtube.com/watch?v=WH4-u-bsUbg>