

# 大作业

简介：本次作业的主要目的是在M环境下自己编写单纯形算法来求解下面的线性规划问题

$$\begin{aligned} \min & c^T x \\ \text{s.t. } & Ax = b, \\ & x \geq 0. \end{aligned}$$

其中 $b \geq 0$ ,  $A$ 是 $m \times n$ 维的实矩阵, 且 $A$ 的秩是 $m$ . 特别的,  $A$ 不包含单位矩阵。按要求编写下面的程序。

主程序：利用**单纯形表法+两步法**求解上述的线性规划问题

- 要求：编写两个子程序，对应两步法里的两个步骤。

**步骤一**：通过（表格）单纯性法求解线性规划问题的一个初始基本可行解。程序格式

`function [istatus, ib, xb, Mtx]=simplex_step1(A,b)`

**输入参数**：A – 系数矩阵, b – 右端向量(非负)。

**输出参数**：

- istatus – 标记单纯形法的执行状态。其中istatus=1 表示成功找到原问题的一个基本可行解, 且初始基本可行解中基变量的取值都不为零; istatus=4 表示通过判别后, 得到原问题的可行域是空集的结论; istatus=16 表示找到的初始基本可行解中包含人工变量, 或者找到的基本可行解中包含取值为零的基变量, 初始化过程失败。
- ib – 基变量对应的指标
- xb – 基变量对应的取值
- Mtx – 非人工变量, 也就是原问题的变量所对应的系数矩阵。

**步骤二**：利用步骤一里得到的系数矩阵和初始基本可行解, 利用（表格）单纯形法求解原问题的最优解。程序格式

`function [istatus, iB, xB]=simplex_step2(Mtx,ib,xb,c)`

**输入参数**：Mtx – 第一步中得到的非人工变量所对应的系数矩阵, ib – 步骤一中基变量所对应的指标, xb – 初始基本可行解中基变量的取值, c – 目标函数的系数向量。

**输出参数**：

- istatus标记单纯形法的执行状态。其中istatus=0 表示单纯形法正常执行, 没有遭遇到退化情形, 但尚未求出最优基本可行解; istatus=1 表示找到一个退化的基本可行解（此时算法退出）; istatus=32 表示求解过程中得到原问题无界的结论; istatus=-1 表示成功找到一个非退化的最优基本可行解。
- iB – 基变量对应的指标
- xB – 基变量对应的取值

**步骤三**：利用上述两个程序任意求解两个线性规划问题, 并用MATLAB 内置的linprog函数验证程序的输出是否正确。

**步骤四**：将测试的过程和结果整理, 提交一份简单的报告。程序部分请单独发送至邮箱houlk@mail.sjtu.edu.cn

注:

1. 编程过程中不允许出现矩阵的求逆运算.

2. 用linprog函数求解线性规划问题

$$\begin{aligned} \min & c^T x \\ \text{s.t. } & Ax = b, \\ & x \geq 0. \end{aligned}$$

的方式是

```
s=size(A,2); % A的列数, 也是变量x的维数  
y=linprog(c,[],[],A,b,zeros(s,1),[],[]); % 调用 linprog函数
```

linprog函数的调用, 会因为MATLAB版本的不同而有所差异. 具体情况, 请在MATLAB的主界面输入命令行doc linprog.

3. 系数矩阵A应为列满秩矩阵。一般的, 如果A是 $m \times n$ 矩阵, 应成立 $m < n$ . 测试中建议 $m \leq 6$ ,  $m < n \leq 10$ .