Université de Versailles–Saint-Quentin-en-Yvelines 2018-2019
D.Sohier Master 1 CHPS

Recherche Opérationnelle

Deuxième session
juin 2019

Durée : 2h - Aucun document ni appareil électronique, notamment **téléphone portable**, n'est autorisé. Toute réponse à une question doit être rigoureusement justifiée.

Modélisation

Une entreprise a la faculté de fabriquer, sur une machine donnée, travaillant 45 heures par semaine, trois produits différents P_1, P_2 et P_3. L'article P_1 laisse un profit net de 4 euros, l'article P_2, de 12 euros, et enfin, l'article P_3, de 3 euros. Les rendements de la machine sont, respectivement pour les trois produits, et dans le même ordre : 50, 25 et 75 articles par heure. On sait, d'autre part, grâce à une étude de marché que les possibilités de vente ne dépassent pas : 1000 objets P_1, 500 objets P_2 et 1500 objets P_3, par semaine. On se pose le problème de repartir la capacité de production entre le trois produits, de manière à maximiser le profit.

1. Modéliser le problème.
2. Résoudre le problème
3. Formuler son dual et donner la solution du dual sans le résoudre.
4. Dans quel intervalle la solution du primal reste-t-elle optimale si on fait varier le coefficient $c_2 = 12$?

Problème de sac-à-dos

Résoudre le problème de sac-à-dos suivant par l'algorithme de séparation et évaluation vu en cours. La capacité de ce sac est 30.

	1	2	3	4
Valeur	7	4	3	3
Poids	13	12	8	10

Programmation linéaire en nombres entiers

On cherche à résoudre le programme linéaire en nombres entiers suivant :

$$(P_0) : \max\{4x_1 + 3x_2\}$$
$$sc. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 17 \\ 6x_1 + 2x_2 \leq 23 \\ x_1, x_2 \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1. Résolvez la relaxation continue de (P_0).
2. On effectue la séparation selon la variable x_1. (P_1) désigne le sous-problème obtenu en ajoutant une contrainte $x_1 \leq 2$. Ecrivez le premier tableau de simplexe de la relaxation continue de (P_1) (on ne demande pas de résoudre ce problème !)
3. (P_2) désigne le sous-problème obtenu en ajoutant à (P_0) la contrainte $x_1 \geq 3$. Réécrivez (P_2) pour remplacer cette contrainte par la contrainte $x_1' \geq 0$. La solution optimale de la relaxation de ce nouveau problème est $(0, \frac{5}{2})$, de valeur $\frac{15}{2}$.
4. Le dernier tableau de simplexe obtenu pour (P_1) est le suivant :

	x_1	x_2	y_1	y_2	y_3	
x_2	0	1	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{-2}{3}$	$\frac{13}{3}$
y_2	0	0	$\frac{-2}{3}$	1	$\frac{-14}{3}$	$\frac{7}{3}$
x_1	1	0	0	0	1	2
	0	0	-1	0	-2	-21

   Donnez les problèmes (P_3) et (P_4), et dessinez l'arbre d'exploration des solutions (en indiquant sur chaque branche les choix faits).
5. Résolvez (P_3) et (P_4), et concluez.