

## TD 1 suite Techniques de Modélisation

## Exercice 1

Résoudre les EDP suivantes en faisant le changement de variable proposé :

1.  $\partial_x f - \partial_y f = a$  en posant  $u = x + y$  et  $v = x - y$  où  $a$  est une constante réelle
2.  $x\partial_x f = y\partial_y f$  en posant  $u = xy$  et  $v = x/y$
3.  $x\partial_x f = -y\partial_y f$  en posant  $x = \rho \cos(\theta)$  et  $y = \rho \sin(\theta)$
4.  $y\partial_x f - x\partial_y f = 2f$  en posant  $x = \rho \cos(\theta)$  et  $y = \rho \sin(\theta)$
5.  $2xy\partial_x f + (1 + y^2)\partial_y f = 0$  en posant  $x = (u^2 + v^2)/2$  et  $y = u/v$ .

## Exercice 2

Considérons l'EDP suivante (équation des ondes unidimensionnel) :

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= c_0^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{pour } x \in ]0, L[ \quad \text{et } t > 0 \\ u(0, t) &= u(L, t) = 0 \quad \text{pour } t > 0 \\ u(x, 0) &= f(x) \\ \frac{\partial u}{\partial x}(x, 0) &= g(x)\end{aligned}$$

1. Résoudre cette EDP en utilisant la méthode de séparation de variables. On pourra introduire des notations qu'il faudra préciser sur votre copie.
2. Donner la solution pour les conditions suivantes :
  - $L = \pi$
  - $f(x) = \sin(3x) - 4 \sin(10x)$
  - $g(x) = 2 \sin(4x) + \sin(6x)$