

Recherche Opérationnelle

Programmation linéaire - Algorithme du simplexe

Exercice 1

Soit le programme linéaire :

$$(P_1) \left\{ \begin{array}{ll} \max & 2x_1 + x_2 \\ \text{s.c.} & \\ & x_1 - x_2 \leq 3 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ & -x_1 + 2x_2 \leq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right.$$

1. Résoudre (P_1) à l'aide de la méthode du simplexe

Exercice 2

Soit le programme linéaire :

$$(P_2) \left\{ \begin{array}{ll} \max & 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 \\ \text{s.c.} & \\ & 2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 5 \\ & 4x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 11 \\ & 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 8 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \right.$$

1. Résoudre (P_2) à l'aide de la méthode du simplexe

Exercice 3

Soit le programme linéaire :

$$(P_3) \left\{ \begin{array}{ll} \max & 2x_1 - x_2 \\ \text{s.c.} & \\ & x_1 - x_2 \leq 3 \\ & x_1 + x_2 \leq 7 \\ & x_1 - x_2 \geq 1 \\ & x_1 \leq 5 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right.$$

1. Résoudre le programme linéaire à l'aide de la méthode du simplexe.

Exercice 4

Soit le programme linéaire :

$$(P_4) \left\{ \begin{array}{l} \max \quad x_1 + 3x_2 + 5x_3 + x_4 + 4x_5 \\ s.c. \quad \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 4x_3 + 2x_4 + x_5 = 7 \\ x_1 + 6x_2 + x_3 + 2x_5 = 19 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{array} \end{array} \right.$$

1. Montrer que la solution définie par $x_1 = 0$, $x_2 = 2$, $x_3 = 1$, $x_4 = 0$, $x_5 = 3$ est une solution de base réalisable du programme linéaire.
2. Exprimer chacune des variables de base et la fonction économique en fonction des variables hors base :
 - de façon analytique, puis,
 - en utilisant l'inverse de la matrice de base
3. La solution de base obtenue est-elle optimale ? Sinon, déterminer la solution optimale.