Отчет по лабораторной работе №6

Задача об эпидемии - вариант 44

Пономарева Лилия НПИбд-02-19

Содержание

Цель работы **4**
Объект исследования 4
Предмет исследования 4

Теоретические сведения **5**
Случай первый 6
Случай второй 8

Выводы **10**

Список литературы **11**

Список иллюстраций

1 Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп в случае, когда $I(0) <= I^*$, с начальными условиями $I(0) = 75, R(0) = 4, S(0) = 5476$. Коэффициенты $\alpha = 0.01, \beta = 0.02$. . . 7
2 Динамика изменения числа людей в группах I и R в случае, когда $I(0) <= I^*$, с начальными условиями $I(0) = 75, R(0) = 4$. Коэффициенты $\alpha = 0.01, \beta = 0.02$. 8
3 Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп в случае, когда $I(0) > I^*$, с начальными условиями $I(0) = 75, R(0) = 4, S(0) = 5476$. Коэффициенты $\alpha = 0.01, \beta = 0.02$. 9

Цель работы

Рассмотреть простейшую модель эпидемии.

Объект исследования

Эпидемическая вспышка.

Предмет исследования

Закон изменения количества заболевших и выздоровевших во время эпидемии.

Теоретические сведения

Рассмотрим простейшую модель эпидемии[1].
Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через $S(t)$. Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их $I(t)$. А третья группа, обозначающаяся через $R(t)$ – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения I^*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(t) > I^*$, тогда инфицированные способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа $S(t)$ меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S & \text{,если } I(t) > I^* \\ 0 & \text{,если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится. т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I & \text{,если } I(t) > I^* \\ -\beta I & \text{,если } I(t) \leq I^* \end{cases}$$

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени $t = 0$ нет особей с иммунитетом к болезни $R(0) = 0$, а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей $I(0)$ и $S(0)$ соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: $I(0) \leq I^*$ и $I(0) > I^*$. # Выполнение лабораторной работы ## Задание **[Вариант 44]**
На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове ($N = 5555$) в момент начала эпидемии ($t = 0$) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) $I(0) = 75$, А число здоровых людей с иммунитетом к болезни $R(0) = 4$. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени $S(0) = N - I(0) - R(0)$. Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:
1) если $I(0) <= I^*$
2) если $I(0) > I^*$

Случай первый

Написали программу моделирующую протекание эпидемии в случае $I(0) <= I^*$ на языке Modelica.[2]

```
model lab6
  parameter Real N = 5555;
```

```
  parameter Real I0 = 75;
  parameter Real R0 = 4;
  parameter Real S0 = N-I0-R0;
  parameter Real a = 0.01;
  parameter Real b = 0.02;

  Real I(start = I0);
  Real R(start = R0);
  Real S(start = S0);
equation
  der(S) = 0;
  der(I) = -b*I;
  der(R) = b*I;
end lab6;
```

Получили графики изменения числа не переболевших, переболевших и зараженных (рис. [-@fig:001] и рис. [-@fig:002]).

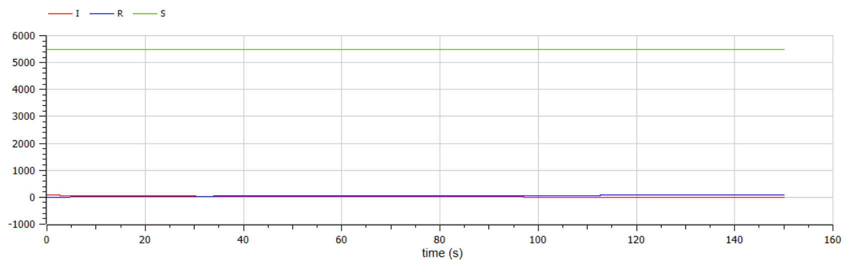

Рис. 1: Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп в случае, когда $I(0) <= I^*$, с начальными условиями $I(0) = 75, R(0) = 4, S(0) = 5476$. Коэффициенты $\alpha = 0.01, \beta = 0.02$.

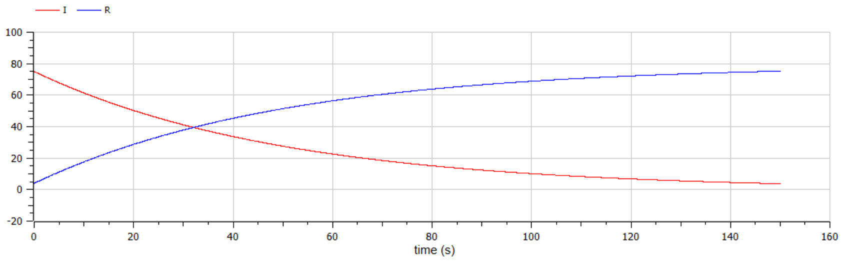

Рис. 2: Динамика изменения числа людей в группах I и R в случае, когда $I(0) <= I^*$, с начальными условиями $I(0) = 75, R(0) = 4$. Коэффициенты $\alpha = 0.01, \beta = 0.02$.

Случай второй

Написали программу моделирующую протекание эпидемии в случае $I(0) > I^*$ на языке Modelica.[2]

```
model lab6
  parameter Real N = 5555;
  parameter Real I0 = 75;
  parameter Real R0 = 4;
  parameter Real S0 = N-I0-R0;
  parameter Real a = 0.01;
  parameter Real b = 0.02;

  Real I(start = I0);
  Real R(start = R0);
  Real S(start = S0);
equation
  der(S) = -a*S;
  der(I) = a*S - b*I;
  der(R) = b*I;
```

```
end lab6;
```

Получили графики изменения числа не переболевших, переболевших и зараженных (рис. [-@fig:003]).

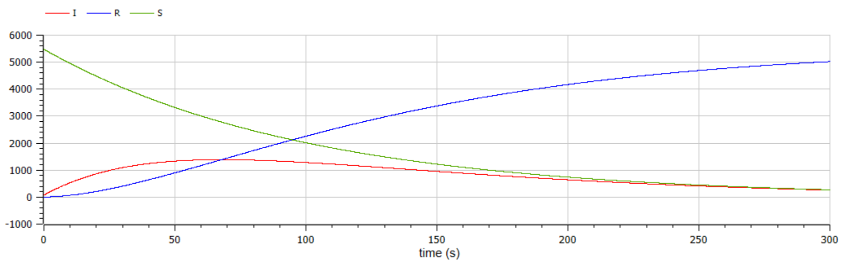

Рис. 3: Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп в случае, когда $I(0) > I^*$, с начальными условиями $I(0) = 75, R(0) = 4, S(0) = 5476$. Коэффициенты $\alpha = 0.01, \beta = 0.02$.

Выводы

Рассмотрели простейшую модель эпидемии.

В случае, когда начальное значение инфицированных ниже критического значения, при котором инфицированные способны заражать восприимчивых к болезни особей, число особей не зараженных и не обладающих имунитетом остается одинаковым, число зараженных постепенно снижается, а число выздоровевших и более не восприимчивых к болезни увеличивается.

В случае, когда начальное значение инфицированных выше критического значения, число особей не зараженных и не обладающих имунитетом постепенно снижается до достижения нулевых значений; число зараженных сначала быстро увеличивается, потом медленнее уменьшается пока также не достигает нуля, а число выздоровевших и более не восприимчивых к болезни увеличивается до значений равных численностей всей популяции.

Список литературы

1. Compartmental models in epidemiology
2. Документация по системе Modelica