

# Prosjektoppgave AST1100

Jakob Borg  
jakobbor  
Student ved FAM  
Universitetet i Oslo

5. april 2018



## Innhold

<b>1 Introduksjon</b>	<b>3</b>
1.a AST1100SolarSystem og MCast visualiseringsprogram . . . . .	3
1.b Snarveier, uferdige løsninger . . . . .	3
<b>2 Metode</b>	<b>4</b>
2.a Ligninger og utregninger . . . . .	4
2.b Motor . . . . .	12
2.c Baneberegninger planeter i solsystemet . . . . .	14
2.d Satellittens reise . . . . .	16
<b>3 Resultater</b>	<b>28</b>
3.a Motor . . . . .	28
3.b Baneberegninger . . . . .	30
3.c Satellittens bane . . . . .	30
3.d Informasjon om solsystemet . . . . .	36
<b>4 Diskusjon og konklusjon</b>	<b>36</b>
<b>Appendices</b>	<b>42</b>
<b>A Figurer og tabeller</b>	<b>42</b>

# 1 Introduksjon

I dette prosjektarbeidet jobber jeg med å sende en satellitt fra overflaten på en planet til å gå i orbit rundt en annen for deretter å sende en lander ned til overflaten av denne planeten. Jeg har et tilfeldig generert solsystem, med forutbestemt hjemplanet. Jeg har valgt fritt mellom de andre planetene i solsystemet for å bestemme en utvalgt planet å lande på, basert på flere kriterier. Jeg har valgt å lande på planet nummer seks i mitt solsystem. Dette fordi det er en isplanet (før planettypene endret seg i MCast). Planeten er utenfor den beboelige sonen, men under isen er det interessant om det finnes flytende vann og potensielt liv. Dette kan relateres til vårt eget solsystem og Jupiters ismåne Europa. I tillegg er planeten ganske liten, men med relativt stor masse, som tyder på at det må være enn tunge stoffer tilstede. I tillegg ser jeg for meg at jeg kan ta fine bilder av isen i froskjellige vinkler, som reflektere mye lys fra stjernen.

I denne rapporten skal jeg gå over metodene jeg bruker for å løse de forskjellige problemstillingene jeg møter. Jeg vil presentere resultatene fra metodene mine gjennom figurer og tabeller. Til slutt vil jeg diskutere resultatene mine, om de er rimelige og om mine beregninger og simuleringer stemmer overens med de virkelige resultatene.

Poenget med oppgaven er å gjennomgå og lære av de forskjellige delene som hører til å gjennomføre en reise på denne skalaen. Helt fra oppbygningen av rakettmotoren, til selve landingen på en fremmed planet. Jeg vil gjøre utregninger og simuleringer, som jeg bruker som utgangspunkt for å gjennomføre reisen i virkeligheten. Det vil derfor være viktig å skille mellom mine simuleringer og det som vi kaller virkelig som er beskrevet i under.

## 1.a AST1100SolarSystem og MCast visualiseringsprogram

Gjennom hele prosjektet bruker jeg en python-klasse som inneholder informasjonen om mitt solsystem. I tillegg inneholder klassen flere metoder som jeg kan bruke til å kontrollere mine beregninger og simuleringen mot virkeligheten. Virkeligheten er her definert som utregningene AST1100SolarSystem gjør, samt 3D-visualiseringene fra MCast og SSview applikasjonene.

## 1.b Snarveier, uferdige løsninger

Dette prosjektet har vært delt opp i 7 deler som tar for seg forskjellige problemstillinger av oppgaven. Part fire og fem er basert på henholdsvis

orienteringsprogramvare i satelitten og selve oppskytingen og reisen til satelitten. Disse delene har jeg ikke gjennomført, men har fått tilgang til en snarveismodul av AST1100SolarSystem som plasserer meg i en stabil bane rundt målplaneten min. I tillegg har jeg ikke fått tid til å gjennomføre del 7 som handler om å sende en lander fra satelitten til å lande på overflaten av målplaneten, eller gjøre en spektralanalyse av atmosfæren til målplaneten. Jeg kommer derfor ikke til å diskutere disse delene i resultatene mine eller konklusjonen, men vil prøve å kommentere metodene som ville blitt brukt for å gjennomføre dem så langt jeg rekker.

## 2 Metode

Det er naturlig å dele arbeidet opp i fire deler. En del som tar for seg oppbygningen av motoren, baneberegninger for objekter i solsystemet, selve reisen til satelitten og regnemетодer og ligner jeg har brukt.

### 2.a Ligninger og utregninger

I uttrykkene brukte er det noen felles konstanter og størrelser:

- Blotzmannkonstanten  $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$
- Plancks konstant  $h = 6.63 \cdot 10^{-34} Js$
- Lyshastigheten  $c = 299792458 \frac{m}{s}$
- Alle partiklene i gassen er deuterium,  $H_2$ , med masse  $m = 3.343610^{-27} kg$
- Tidsintervall for partikler i boks  $\Delta t_{boks} = 10^{-10} s$
- Forbrenningskammeret er en kvadratisk kube bestående av sider med lengde  $L = 10^{-6} m$
- Hullet i forbrenningskammeret er et kvadrat av sider med lengde  $L/2 = 5^{-7} m$
- Satelitten med motor og lander har en masse  $m_{sat} = 1100 kg$
- Tidsintervall drivstoffforbruk  $\Delta t_{driv} = 20 min$

- Gravitasjonskonstanten i SI-enheter  $G = 6.67408 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg s^2}$   
I astronomiske enheter, dvs AU for lengde, år for tid og solmasser for masse blir gravitasjonskonstanten  $G = 4\pi^2 \frac{AU^3}{M_\odot yr^2}$
- Astronomisk lengde,  $AU = 149597871 km$
- Solmasse  $M_\odot = 1.98892 \cdot 10^{30} kg$

### Maxwell-Boltzmann fordeling absolutt hastighet

$$P(v) dv = \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) 4\pi v^2 dv \quad (1)$$

Hvor m er massen til partiklene, T er temperaturen i gassen, v er midlere absolutt hastighet. Utledet i forelsningsnotatene part 1a side 7

Løser Maxwell-Boltzmann fordelingen for å finne et uttrykk for midlere absolutt hastighet:

$$\begin{aligned} < v > &= \int_0^\infty v P(v) dv \\ &= \int_0^\infty v \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} 4\pi v^2 dv \\ &= \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} 4\pi \int_0^\infty e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^3 dv \\ \text{substitusjon: } x &= \frac{mv^2}{2kT} \quad dv = \frac{kT dx}{mv} \quad v^2 = \frac{2kTx}{m} \\ &= \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} 4\pi \int_0^\infty e^{-x} v^3 \frac{kT}{mx} dx \\ &= \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} 4\pi 2 \left( \frac{kT}{m} \right)^2 \int_0^\infty e^{-x} x dx \\ \text{hvor: } \int_0^\infty &e^{-x} x dx = 1 \\ &= \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \end{aligned}$$

### Gjennomsnitlig absolutt hastighet i gassen

$$< v > = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \quad (2)$$

Hvor m er massen til partiklene, T er temperaturen i gassen, v er midlere absolutt hastighet.

### Gjennomsnitlig kinetisk energi i ideel gass

$$E_{k,mean} = \frac{3}{2}kT \quad (3)$$

Hvor T er temperaturen i gassen. Hentet fra forelesningsnotater part 1a side 14

### Tilstandligningen for en ideel gass

$$P = nkT \quad (4)$$

Hvor P er trykket i gassen, n er antalltettheten og T er temperaturen. Utledet i forelesningsnotater part 1a side 10.

### Newton's andre lov

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{a} = m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \quad (5)$$

Hvor  $\vec{p}$  er bevegelsesmengde,  $\vec{F}$  summen av krefter som virker. Hentet fra forelesningsnotater part 1a side 11.

### Definisjon av trykk

$$P = \frac{F}{A} \quad (6)$$

Hvor p er trykket forårsaket av summen av krefter F som virker over et areal A.

### Unnslipningshastighet

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} \quad (7)$$

Hvor v er minimumhastigheten et objekt trenger for å unnslippe gravitasjonsfeltet fra et legeme (i denne rapporten vil det si planeten), G er gravitasjonskonstanten, M er massen til planeten man vil unnslippe fra og r er avstanden objektet er i fra massesenteret når objektet har hastigheten v. Utledet i forelesningsnotater part 1a side 12.

## Definisjon gravitasjonskraft

$$\vec{F}_G = -\frac{Gm_1m_2}{r^3}\vec{r} \quad (8)$$

Hvor  $\vec{r}$  er vektor fra sentrum av objektet 1 med masse  $m_1$  som virker med gravitasjonskrefter på et legeme 2 med masse  $m_2$ ,  $r = |\vec{r}|$  er den absolutten avstanden mellom dem.

## Differensial for planetbaner

$$m_p \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{F}_G = -\frac{Gm_p m_s}{r^3}\vec{r} \quad (9)$$

Hvor  $\vec{r}$  er posisjonsvektor for planeten,  $r$  avstanden mellom sentrum av stjernen og sentrum planeten,  $m_p$  er massen til planeten,  $m_s$  er massen til stjernen og  $G$  er gravitasjonskonstanten. Dette uttrykket kommer direkte ut fra ligning (8) og (5).

## Rakettligningen

$$\sum \vec{F}^{ytre} + \vec{v}_{rel} \frac{dm}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (10)$$

Hvor  $\sum \vec{F}^{ytre}$  er summen av ytre krefter som virker på raketten,  $\vec{v}_{rel}$  er den relative hastigheten partiklene som unnslipper motoren har i forhold til raketten,  $\frac{dm}{dt}$  er raten raketten mister masse,  $m$  er total masse til raketten og  $\frac{d\vec{v}}{dt}$  er akselerasjonen til raketten. Hentet fra Anders Malthe-Sørenssens Elementary Mechanics Using Python 2015 side 389.

## Avstand stabil orbit

$$r = R \sqrt{\frac{m}{MK}} \quad (11)$$

## Fart stabil orbit

$$v_{stabil} = \sqrt{\frac{m_{planet}G}{r}} \quad (12)$$

Hvor  $r$  er avstand fra satellitt til målplanet,  $R$  er avstand fra satellitt til stjernen,  $m$  og  $M$  er massen til planeten og stjernen og  $K$  er en faktor som beskriver hvor mye større gravitasjonskraftene fra planeten er enn krefte-ne fra stjernen.  $v_{stabil}$  er absolutthastigheten relativt til planeten. Hentet fra

prosjektpdf 3 side 3. Gjelder ligning (11) (12)

### **Utledning (11) og (12)**

La indeks s indikere stjernen og p indikere planeten. Jeg ser her på tallverdiene av størrelsene.

$$\begin{aligned} F_{Gs}K &= F_{Gp} \\ G \frac{Mm_{sat}}{R^2} K &= G \frac{mm_{sat}}{r^2} \\ \frac{M}{R^2 m} K &= \frac{1}{r^2} \\ r &= R \sqrt{\frac{m}{MK}} \end{aligned}$$

Hastighet stabil orbit vil si hastighet for å opprettholde en sirkelbane rundt planeten, hvis jeg bare inkluderer gravitasjonskretter fra planeten. Jeg kan derfor bruke sentripetalakselerasjon og siden det bare er tangensiell hastighet er  $a = \frac{v^2}{r}$

$$\begin{aligned} F_{Gp} &= G \frac{mm_{sat}}{r^2} = m_{sat} \frac{v^2}{r} \\ \frac{Gm}{r} &= v^2 \\ v &= \sqrt{\frac{Gm}{r}} \end{aligned}$$

### **Hastighetvektor for stabil orbit relativt til planeten**

$$\vec{v}_{stabil} = [-v_{stabil} \sin \phi, \quad v_{stabil} \cos \phi] \quad (13)$$

Hvor  $\phi$  er vinkelen mellom aksen fra sentrum av planeten i x-retning og posisjonen til satelitten. Hentet fra prosjektpdf 3 side 3, der også vinkelen  $\phi$  er forklart med figur.

### **Definisjon av massesenter**

$$\vec{R}_{cm} = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^N m_i \vec{r}_i \quad (14)$$

Hvor  $\vec{R}_{cm}$  er posisjonen til massesenteret,  $M$  er summen av massen til alle objektene i systemet,  $m_i$  og  $\vec{r}_i$  er henholdsvis massen og posisjonen til objekt  $i$ . Summen går fra objekt  $i = 0$  til objekt  $i = N$ .

## Plancks strålingslov

$$B(\lambda) = \frac{2hv^2}{c^2} \frac{1}{\exp\left(\frac{hv}{kT}\right) - 1} \quad (15)$$

Forklaring og utledning i forelesningsnotater part 1d side 4.

## Wiens forskyvningslov

$$T = \frac{2.9 \cdot 10^{-3}}{\lambda_{max}} m \quad (16)$$

Hvor T er temperaturen fra en sort legeme,  $\lambda_{max}$  finnes ved liging Plancks strålingslov. Hentet fra forelesningsnotater part 1d side 5.

## Stefan-Boltzmanns lov

$$F_{utsendt} = \sigma T^4 \quad (17)$$

Hvor  $F_{utsendt}$  er fluks utsendt fra et sort legeme,  $\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3 c^2}$  og T er temperaturen. Utledet i forelesningsnotater part 1d side 6.

## Luminositet stjerne

Fra definisjonen av luminositet som er

$$dL = \frac{dE}{dt} = F_{utsendt} A$$

hvor  $F_{utsendt} = \frac{dE}{dAdt}$  er fluks utsendt fra legemet som jeg får fra Stefan-Boltzmanns lov, og A er arealet til legemet.

$$L = F_{utsendt} A_{stjerne} \quad (18)$$

## Fluks mottatt

Fra definisjonen av fluks som er

$$dF = \frac{dE}{dAdt}$$

$$F_{mottatt} = \frac{L}{4\pi r^2} \quad (19)$$

Hvor  $L$  er luminositeten fra stjernen, og  $r$  er avstanden fra stjernen til objektet som mottar fluksen.

### Areal, A, solpanel lander

$$\begin{aligned} \text{Mottatt energi} &= \text{Fluks mottatt} A \\ A &= \frac{\text{energi landeren trenger}}{\text{Fluks mottatt} \cdot 0.12} \\ A &= \frac{40 \frac{J}{s}}{F_{mottatt} \cdot 0.12} \end{aligned} \quad (20)$$

### Temperatur planet

For å finne temperaturen på overflaten av planeten gjør jeg noen forenklinger og antagelser. Jeg ser på planeten som et svart legeme. Dette vil i de aller fleste tilfeller ikke være tilfellet da det vil være drivhuseffekter i atmosfæren, og ulike deler av overflaten vil absorbere forkjellig mengde strålig. Når planeten er et svart legeme kan jeg finne temperaturen til planeten ved Stefan-Boltzmanns lov. Jeg trenger derfor fluks utsendt av planeten. Siden jeg antar den er et sort legeme, vil fluks utsendt være det samme som total fluks mottatt på hele overflaten. For å finne total fluksen mottatt bruker jeg uttrykket for fluks mottatt i avstanden fra stjernen til planeten. Det vil ikke være like mye fluks på hvert flateelement av overflaten til planeten, men jeg kan finne den totale energien per sekund mottatt av planeten ved å se på hvor mye energi per sekund som blir absorbert av skyggen til planeten, som er arealet av en sirkel med radius lik planetradius. Dermed har jeg et uttrykk for energi per sekund som treffer planeten, og da også energi per sekund om forlater planeten. Til slutt for å finne total fluks utsendt deler jeg energien per sekund mottatt på arealet av overflaten til planeten, og bruker Stefan-Boltzmanns lov for å finne temperaturen.

$$\begin{aligned}
E_{mottatt} &= F_{mottatt} A_{skygge} \\
F_{utsendt} &= \frac{E_{mottatt}}{A_{planet}} \\
&= \frac{E_{mottatt} A_{skygge}}{A_{planet}} \\
&= \frac{L_{odot} \pi R^2}{4\pi r^2 4\pi R^2} \\
F_{utsendt} &= \frac{L_{\odot}}{16\pi r^2} \\
T &= \sqrt[4]{\frac{F_{utsendt}}{\sigma}}
\end{aligned} \tag{21}$$

Hvor  $L_{\odot}$  er luminositeten fra stjernen som jeg får fra ligning (18) som er avhengig av fluksen utsendt fra stjernen som er avhengig av radiusen til stjeren og temperaturen til stjernen, og  $r$  er avstanden fra stjernen til planeten.

### Tilstandligningen ideel gass

$$P = nkT = \frac{\rho}{\mu m_H} kT \tag{22}$$

Hvor  $P$  er trykket,  $n$  er antalltetthet og  $T$  er temperaturen i gassen. Evt  $\rho$  er tettheten i gassen,  $\mu$  er midlere molekylvekt regnet i  $m_H$  som er hydrogenmassen  $= 1.6817 \cdot 10^{-27}$ . Hentet fra forelesningsnotater part 1e side 3.

### Hydrostatisk likevekt

$$\frac{dP}{dr} = -g(r)\rho(r) \tag{23}$$

Hvor  $\frac{dP}{dr}$  er endringen i trykk i atmosfæren per avstand  $r$  fra planeten,  $g(r)$  er tyngakselerasjonen i avstand  $r$  og  $\rho(r)$  er tettheten i atmosfæren i avstand  $r$ . Hentet fra forelesningsnotater part 1e side 3.

### Gravitasjonsakselerasjon fra planet

$$g = \frac{Gm_{planet}}{r^2} \tag{24}$$

Hvor  $r$  er avstanden fra sentrum av planeten med masse  $m_{planet}$ . Kommer direkte ut fra definisjonen av gravitasjon og Newtons andre lov.

## 2.b Motor

I simuleringen av motoren har jeg gjort en rekke antagelser.

- Temperaturen og tettheten i gassen i forbrenningskammeret, og dermed også trykket, er konstant og uniform gjennom hele bruken av motoren. Det vil si at under hele forbrenningen er det like mye drivstoff tilført til forbrenningskammeret som blir brukt.
- Forbrenningskammeret er ferdig fylt med partikler når forbrenningen starter.
- Partiklene i eksosen fra motoren er av samme type som partiklene i drivstoffet.
- Motoren vil virke over så korte tidsintervaller sammenlignet med den totale tiden reisen fra hjemplaneten til målplaneten vil ta, at jeg forenkler hastighetsendringen som resultat av at motoren brenner drivstoff til å være momentan.
- Partiklene i gassen oppfører seg som en ideel gass, der partiklene ikke kolliderer med hverandre.
- Kollisjoner mellom veggene i forbrenningskammeret og partiklene er elastiske.
- Under oppskyting av raketten ser jeg bort i fra luftmotstanden fra atmosfæren.

For å simulere hvordan en full rakettmotor fungerer, ser jeg på en boks med små dimensjoner fylt med partikler. Denne boksen vil fungere som en test av forbrenningskammeret, der eneste forskjellen er størrelsen på boksen og antall partikler inni. Jeg kan gjøre alle mine utregninger og simuleringer på denne ene boksen, og bruke resultatene mine for å finne hvor mange av denne boksen som er nødvendig for å lage en fullstendig motor av størrelsen jeg trenger for reisen min.

Motoren vil fungere på den måten at under forbrenningen vil noen av partiklene slippe ut av kammeret gjennom et hull i den ene siden av boksen, la retningen partiklene unnslipper i være  $-\hat{k}$ . Gassen har høy temperatur og dermed høyt trykk, og partiklene som slipper ut vil ha en relativt stor bevegelsesmengde og det er mange partikler. Fra bevaring av bevegelsesmengde kan jeg slutte at bevegelsesmengden som partiklene som unnslipper har i retning  $-\hat{k}$  fører til en bevegelsesmengde for motoren

i retning  $\hat{\mathbf{k}}$ , slik at total bevegelsesengde er bevart. Jeg kan deretter bruke ligning (5) til å finne askelerasjonen til motoren. Siden jeg har antatt konstant tetthet og temperatur vil bevegelsesmengden og dermed akselerasjonen være konstant.

Når forbrenningen starter har partiklene en gaussisk fordelt absolut-hastighet fra ligning (1). Partiklene har også uniform fordelt utgangsposisjon. Dette kommer direkte ut av antagelsene jeg bruker om konstant og uniform oppførsel. Jeg kontrollerer om initialposisjonen og hastigheten jeg genererer tilfeldig ved numpy.random modulen tilfredsstiller ligning (2) og (3), som er tilfellet.

Deretter lar jeg partiklene bevege seg inni boksen i et lite tidsintervall, for å beregne trykket i boksen. Jeg finner trykket ved å summere opp endringen av bevegelsesmengden til partiklene når de kolliderer elastisk med en bestemt av seks veggene. Finner kraften dette påfører veggene med ligning (5) og deretter trykket med ligning (6). Igjen kan jeg kontrollerere om simuleringen min er korrekt ved å sammenligne resultatet med den analytiske løsningen for trykket fra ligning (4).

Jeg bruker samme metode som jeg brukte for trykkgjennomgang for å summere opp bevegelsesmengden til alle partiklene som treffer hullet i boksen i løpet av tiden  $\Delta t_{boks}$ . I tillegg teller jeg antall partikler som unnslipper som jeg vil bruke til å beregne drivstoffforbruket. Som nevnt tidligere er det denne bevegelsesmengden motoren min får i motsatt retning, og jeg kan finne hastighetsendringen til satellitten med

$$\Delta \vec{v}_{sat} = \frac{-\vec{p}_{partikler}}{m_{sat}} \quad (25)$$

Siden jeg antar momentan hastighetsendring ved bruk av motoren forenkler jeg oppskytingen til at raketten oppnår ønsket hastighet mens den fortsatt står på bakken, før den begynner vertikal oppskyting. Denne hastigheten får jeg ved ligning (7). Nå kan jeg snu om på ligning (25) for å finne antall bokser  $N$  jeg trenger få å nå denne ønskede hastighetsendringen

$$-N\vec{p}_{partikler} = \Delta \vec{v}_{sat} m_{sat} \quad (26)$$

For å beregne mengde drivstoff som motoren trenger må jeg se på forbrenning over et tidsintervall  $\Delta t_{driv} = 20min$ . Det betyr at akuratt under disse beregningene må jeg gå bort i fra min antagelse om momentan hastighetsendring. Dette fordi hastighetsendringen til satellitten er avhengig

av den totale massen satelitten har. Det vil si massen til satelitten og massen til drivstoffet jeg har med. Men massen til drivstoffet reduseres underveis mens motoren forbrenner drivstoffet. Første bruken av motoren er under selve oppskytingen. Senere vil jeg bruke motoren til å gjøre korrekjoner på banen til satelitten gjennom solsystemet, og får å komme i stabil orbit rundt målplaneten. Fremgangsmåten er lik for alle beregningene. Jeg deler tidsintervallet opp i små deler. Så summerer jeg bevegelsesmengdeendringen fra unnslupne partikler fra alle N bokser, og deler på den totale massen til satelitten og drivstoffet. Massen til drivstoffet reduseres da med massen til totalt antall unslupne partikler på det korte tidsintervallet. Og jeg gjentar prosessen til hastighetsendringen har vart over  $\Delta t_{driv}$ . Denne metoden er en nummerisk løsning av rakettligningen (10). For å finne mengden drivstoff jeg trenger for utskytingen varierer jeg parameterene brukt i simuleringen av pariklene i boksen for å finne en optimal balanse mellom realistisk temperatur i gassen og mengde drivstoff for å oppnå en ønsket hastighetsendring.

## 2.c Baneberegninger planeter i solsystemet

For baneberegninger har jeg gjort noen antangler:

- Neglisjerer gravitasjonskraftene mellom planetene.
- Neglisjerer gravitasjonskraftene fra planetene på stjernen, og lar stjernen være fast i origo koordinatsystemet mitt.
- Jeg lar planetdisken ligge i xy-planet, og lar alle planetene bevege seg i dette planet uten noen komponent i z-retning.
- Alle planetene går i bane rundt stjernen mot klokka.
- Jeg lar stjernen forbli i ro i origo, og kan derfor se vekk fra pekulierhastigheten til solsystemet mitt. Dette er hastigheten for massesentet til hele solsystemet sett fra en observatør utenfor systemet.

Jeg bruker numerisk metode Euler-Cromer for å løse ligning (9) for alle mine 9 planetene. Løsningen av denne ligningen analytisk gir meg posisjonen til alle planetene til en hver tid, men ved å løse den numerisk er jeg nødt til å gi et passende tidsteg mellom hver løsning. I denne delen gjør jeg mine utregninger i astronomiske enheter. Det vil si at jeg kan bruke gravitasjonskonstanten  $G = 4\pi^2$ . Noen av planetene i solsystemet mitt bruker mange år på å fullføre en hel orbit. Satelitten vil også bruke flere år på reisen sin, og jeg ønsker å ha muligheten til å sende ut satelitten ved en

ideel tid i forhold til hvor min hjemplanet og målplanet er i side respektive baner. Derfor gjør jeg simuleringen av banene over 40 år. Tidsteget jeg velger må da være i størrelse så simuleringen ikke tar for lang tid, jeg bruker  $dt_{bane} = 60\text{min}$ . Planetene vil ha høy hastighet og vil ha flyttet seg langt over dette tidsintervallet. Men siden massen til planetene er så høy og avstandene de beveger seg på er så enorme, utgjør gravitasjonskrene en akselerasjon på planetene som er relativt liten i forhold til hastighetene og dette tidssteget er nøyaktig nok.

Ved hjelp av AST110SolarSystem modulen kan jeg kontrollere mine beregninger mot de virkelige banene ved å bruke metoden «checkPlanetPositions». Når denne testen er godkjent, skriver den en tekstfil «planetPositions.npy» som lagrer de eksakte posisjonene til planeten. Jeg kan hente ut posisjonene fra denne tekstfilen, og bruke pythons innebygde interpolasjonsfunksjon. Denne funksjonen tar posisjonene jeg genererte med «checkPlanetPositions» og interpolerer de mot tidene fra min simulering. Ved interpoleringen kan jeg nå finne posisjonen til alle planetene ved alle tider innenfor tidintervallet på 40 år. Jeg er ikke lenger bundet til tidstegene jeg brukte under banesimuleringen.

## Radiell hastighet for stjerne sett fra langt vekk observatør

I denne delen skal jeg se om det vil være mulig for en observatør langt utenfor solsystemet og se om stjernen min har planeter som går i bane rundt seg. I modellen har jeg gått ut i fra at stjernen ikke blir påvirket av gravitasjonskrefter fra planetene, men i denne delen skal jeg gå vekk fra denne antagelsen. Dermed vil også stjernen ha en liten bane den går i rundt massesenteret til hele solsystemet. Siden det er ni planeter med svært varierende masse, inkludere jeg kun på de fire mest massive planetene i systemet. Jeg neglisjerer fortsatt gravitasjonskreften mellom planeten.

Først må jeg finne massesenteret til systemet, dette vil bevege seg rundt når planetene beveger på seg. For å se på stjernens hastighet i forhold til massesenteret vil det være tungvint å la stjernen stå i ro i origo og la massesenteret bevege seg rundt. Jeg velger derfor å flytte massesenteret til origo. Ved å bruke initialposisjonen til alle planetene, med stjernen stående i origo, kan jeg finne initialposisjonen til massesenteret med ligning (14). Siden stjernen initialposisjon er i origo er posisjonsvektoren lik nullvektoren og ledet blir null i summen, men jeg inkluderer stjernemassen i den totale massen.

Når jeg har initialposisjonen til massesenteret, kan jeg trekke denne posisjonsvektoren fra posisjonen til alle objektene i systemet. Jeg har da massecenteret i origo og stjernen i posisjon for å gå i bane rundt. Men jeg må også definere initialhastigheten til stjernen. Denne finner jeg ved at den totale bevegelsesmengden til systemet må være bevart. Jeg finner den totale initialbevegelsesmengden til planetene ved

$$\vec{p}_{tot,planeter} = \sum m_i \vec{v}_i$$

og deretter gir jeg stjernen lik bevegelsesmengde i motsatt retning

$$\vec{p}_{stjerne} = -\vec{p}_{tot,planeter}$$

Jeg må simulere disse beregningen over et langt nok tidsintervall slik at den ytterste planeten, som også er den største og dermed har størst gravitasjonseffekt, rekker å gjennomføre en hel orbit. Jeg gjør derfor simuleringer over en periode på  $300\text{yr}$  med et tidssteg på  $dt = 1\text{dag}$ .

En observatør vil kun ha muligheten til å se den radielle hastigheten til stjernen min, som er forklart i dybden i forelesningsnotater part 1c. Den radielle hastigheten er også avhengig av inklinasjonsvinkelen mellom normalplanet til solsystemet mitt og den radielle retningen fra observatøren til massesenteret. Jeg går ikke i dybden på dette her da det er litt utenfor problemstillingen for satelitten. Men denne observatøren vil kunne se den radielle hastigheten til stjernen ved å se på bølgelengdeforskyvningen fra lyset stjernen sender ut når den beveger seg vekk og mot observatøren grunnet doppler-effekten, som også er begrunnet i forelesningsnotatet part 1c.

## 2.d Satelittens reise

Satelitten gjennomgår en reise som er naturlig å dele i tre deler. En for oppskyting, en for reisen fra hjemplaneten til målet og en siste for å komme i orbit rundt målplanet. Først vil jeg simulere hele reisen, for å se hvordan den skal gjennomføres i teorien. Disse simuleringene skjer over store avstander og langt tidsintervall. Det vil være nummeriske unøyaktigheter som fører til at satelittens reise i virkeligheten vil avvike noe fra mine simuleringer. Derfor vil jeg bruke simuleringene mine til å konstruere en rekke kommandoer som satelitten skal bruke i den virkelige reisen for å nå målet på en måte som er så lik som mine simuleringer som mulig. I avgjørende posisjoner som ved bruk av motoren for å endre retningen til satelitten, vil jeg be satelitten om å gi meg sin nøyaktige posisjon og hastighet. Jeg kan da se på forskjellen mellom posisjonen hastigheten i virkeligheten

og i simuleringene mine. Deretter vil tilpasse hastighetsendringene jeg har brukt i simuleringene slik at satelitten kommer inn i ønsket bane i virkeligheten.

Oppskytingen av raketten skjer på et kort tidsintervall på mindre enn 45 minutter. Her er det store gravitasjonskraftene som virker på satelitten i forhold til når satelitten er i reise i det åpne rommet mellom planeter. Dette kommer av ligning (8) der  $r$  er avstande mellom objektene. Gravitasjonskraften er proporsjonal med  $\frac{1}{r^2}$  og dermed minker den fort når  $r$  øker.

På grunn av de store gravitasjonskraftene under oppskytingen er jeg nødt til å bruke et lite tidsteg under disse beregningene,  $dt_{close} = 10^{-6} \text{ yr}$ . Jeg neglisjerer gravitasjonskraftene som virker på satelitten fra de andre planetene enn hjemplaneten, men jeg inkluderer kraftene fra stjernen. Jeg definerer oppskytningsfasen som tiden fra satelitten starter ved overflaten til den er i en avstand  $0.1 \text{ AU}$  fra sentrum av hjemplaneten.

Derfra fortsetter jeg simuleringen, men inkluderer gravitasjonskraftene fra alle planetene inkludert stjernen. Jeg kaller denne fasen for stellarreise. Fasen vil ta langt mer tid enn oppskytningsfasen, og kraftene som virker på satelitten er relativt små i forhold. Dermed kan jeg bruke et lengre tidsteg enn jeg gjorde under oppskytingen,  $dt_{stellar} = 10^{-4} \text{ yr}$ . I denne delen av reisen, vil jeg ha muligheten til å gjøre noen retningsforandringer ved hjelp av motoren. Motoren gir satelitten en hastighetsendring som igjen fører til at retningen satelitten beveger seg i forandres. Jeg implementerer dette i simuleringen min. Jeg noterer tidspunktene, posisjonen og retningen og størrelsen til hastighetsforandringen så jeg kan bruke dette i den virkelige reisen. Selv om jeg da kanskje må forandre noen av værdiene pga forskjeller i simuleringen og virkeligheten.

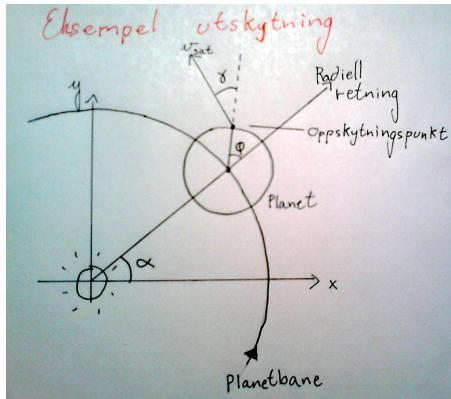
Når jeg kommer nærmere planeten igjen er jeg nødt til å redusere tidstegget i simuleringen slik at kalkuleringen av askelasjonen på satelitten blir nøyaktig nok. Satelitten beveger seg med høy hastighet, og blir påvirket av gravitasjon fra ni andre planeter som også beveger seg. I tillegg blir den påvirket av gravitasjon fra stjernen. Men når avstanden til målplaneten blir tilfredstillende liten som jeg finner ved ligning (11) med  $K = 10$ , vil gravitasjonen fra denne planeten dominere kraftene som virker på satelitten. Når denne avstanden er oppnådd går jeg tilbake til å bruke samme forenkling som under oppskyting. Jeg neglisjerer gravitasjonskraftene fra de andre planetene, og inkluderer bare målplaneten og stjernen. I tillegg går jeg tilbake til å bruke samme tidssteg som under oppskyting  $dt_{close}$ .

På dette punktet vil min simulering avvike ganske mye fra virkeligheten, og jeg bryr meg derfor ikke om å simulere denne delen nøyaktig. Men jeg kontrollerer at satelitten faktisk blir fanget i planetens tyngdefelt og fortsetter reisen sin i bane rundt planeten, om så ikke i perfekt sirkelbane.

I simuleringen min ønsker jeg å finne optimal oppskytningsretning og tid, for å nå målplaneten på en effektiv måte. Det vil si at jeg bruker motoren så lite som mulig på veien til planeten, og at reisen ikke tar unødvendig lang tid slik at simuleringen min potensielt blir mer unøyaktig enn nødvendig. Å løse dette problemet generelt og dermed finne den beste tiden og posisjonen for oppskyting vil være svært krevende. Derfor lager jeg en generell utskytningsfunksjon og prøver å feiler litt for å finne en optimal løsning. I funksjonen kan jeg variere posisjonen på overflaten av planeten jeg starter oppskytingen fra, samt retningen jeg tar av i, hastigheten til satelitten og tiden for oppskyting. I min prøving å feiling bruker jeg plot over banene for å se hvilke parametere jeg vil bruke. Funksjonen tar inn fire parametere:

- time i [yr]: Tiden i år etter  $t_0 = 0$  for oppskyting.  $t_0$  er tiden for starten av alle mine banesimuleringer, det vil si når planetene har initialposisjoner oppgit av AST1100SolarSystem.
- $\phi$ , [radianer]: Posisjonen jeg gjør oppskytingen fra avhenger av tiden og vinkelen  $\phi$ . Jeg tar utgangspunkt i punktet som ligger langs med radiell retning fra sentrum av stjernen og til sentrum hjemplaneten. Deretter roterer jeg fra denne aksen med en vinkel  $\phi$ .
- $\gamma$ , [radianer]: Utskytningshastighetsretning. Fra posisjonen på planeten jeg gjør utskytingen fra kan jeg legge til en vinkel  $\gamma$  fra retningen direkte opp fra overflaten av utskytningspunktet.
- $v_{scale}$ : En skalar som multipliseres med unnslipningshastighet fra ligning (7) så jeg kan bestemme hvor stor hastigheten skal være.
- Figur av situasjonen i figur 1.

Jeg har inkludert plot av noen av forsøkene mine med forskjellige parametere. Jeg har her prøvd å inkludere de mest avgjørende forsøkende, jeg har gjort flere forsøk enn det kommer fram av punktene under. Plotte ne leses på følgende måte. Satelittens bane i tykk blå linje. Hver prikk på denne blå linja indikerer posisjonen til satelitten på det tidspunktet der avstanden mellom den og planetene var minst. Prikkene på planetbane ne indikerer posisjonen til planeten ved dette tidspunktet. Prikkene som



Figur 1: Eksempel på utsytning. Ikke i riktig størrelsesskala, kun for å demonstrere vinklene i bruk.

samsvarer med hverandre er i samme farge.

Eksempel: Den lilla prikken på satelittens bane er posisjonen satelitten hadde når planet nummer 4 var på det nærmeste, og den lilla prikken på planet nummer 4 sin bane indikerer posisjonen planeten var på i dette tidspunktet.

### Fremgangsmåte, prøve å feile i simuleringer

1.  $[time, \phi, \gamma, v_{scale}] = [0, 0, 0, 1]$  I figur 2.

Jeg ser at ingen av planetene, er i nærheten av satelittbanen. Det inkluderer målplanet min. Jeg prøver derfor å gjøre utskytningen ved en senere tid.

2.  $[time, \phi, \gamma, v_{scale}] = [5, 0, 0, 1]$  i figur 3.

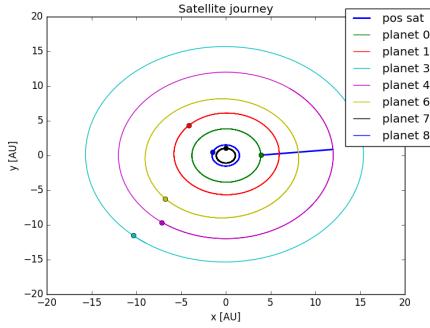
Jeg ser at hjemoplaneten min er ligger litt lengre frem enn ønskelig, så hvis jeg gjør utskytningen litt tidligere vil jeg kanskje treffe bedre.

3.  $[time, \phi, \gamma, v_{scale}] = [4.8, 0, 0, 1]$  I figur 4.

Jeg kommer nærmere et resultat jeg kan være fornøyd med. Herfra kan jeg også prøve å gjøre retningsendringer for satelitten i reisen sin slik at den bøyer nedover i negativ y-retning når den har passert banen for planet nummer 1, men dette vil ha negative konsekvenser som jeg vil diskutere i Diskusjon og konklusjon. Men før jeg bruker retningsendringer underveis vil jeg gjøre flere tester med parametrene mine. Jeg prøver å vinkle utskytningen litt ned fra radiel.

4.  $[time, \phi, \gamma, v_{scale}] = [4.8, -0.05, 0, 1]$  I figur 5.

Jeg ser at jeg kommer nærmere, men ikke nok. Prøver med større

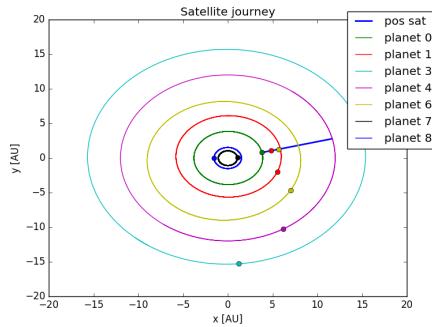


Figur 2: Satelittens bane, prøve 1.  $[time, \phi, \gamma, v_{scale}] = [0, 0, 0, 1]$

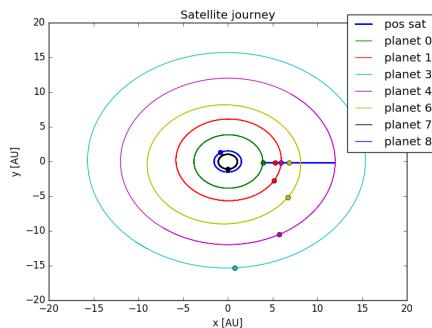
vinkel.

5.  $[time, \phi, \gamma, v_{scale}] = [4.8, -0.1, 0, 1]$  I figur 6.  
Her har det tydelig skjedd en feil. Jeg diskuterer dette senere i Diskusjon og konklusjon. Men reverserer tilbake og prøver med andre parametere. Jeg bestemmer meg for å prøve utskytningen ved en tidligere tid, og med høyere initialhastighet.
6.  $[time, \phi, \gamma, v_{scale}] = [4, 0, 0, 1.5]$  I figur 7.  
Jeg kan se at om jeg lar målplaneten få tid til å bevege seg litt lenger i banen sin før satelitten nærmer seg vil jeg være veldig nærmee. Så jeg prøver med en lavere initialhastighet på satelitten.
7.  $[time, \phi, \gamma, v_{scale}] = [4, 0, 0, 1.25]$  I figur 8 Med disse parameterene kommer jeg veldig nærmee planeten min uten at jeg gjør noen booster. Fra ligning (11) finner jeg at for å være nærmee nok til at gravitasjonskraftene fra planeten er ti ganger sterke enn fra stjernen når jeg er i en avstand  $r = 0.0013947 AU$ . Det vil si at målet mitt er å komme i en avstand fra planeten så nærmee dette som mulig, helst mindre. Med disse parameterene kommer jeg i en avstand  $r = 0.00727535 AU$ . Herifra justerer jeg banen med et par hastighetsendringer for å komme i bane slik jeg vil.

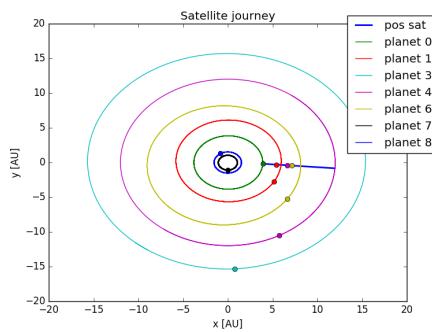
På samme måte som for å prøve forskjellige parametere prøver jeg å gjøre hastighetsendringer, fra nå av kalt boost, ved forskjellige tider og med forskjellig styrke. Siden jeg allerede har inkludert mye prøving å feiling tar jeg ikke med alle forsøkene her, men heller prøver å beskrive min tanke-måte. Siden satelitten har en bane som går utenfor banen til planeten, vil satelitten bli trukket inn nærmere planeten av gravitasjonen fra stjernen og fra planeten. Hvis jeg gjør en liten boost rett før posisjonen der jeg er



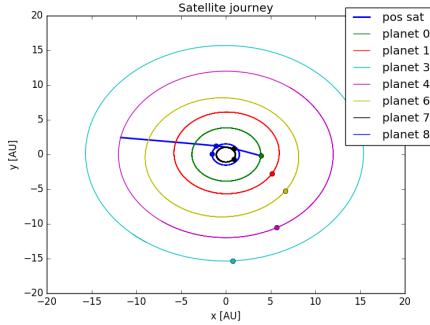
Figur 3: Satellittens bane, prøve 2.  $[time, \phi, \gamma, v_{scale}] = [5, 0, 0, 1]$



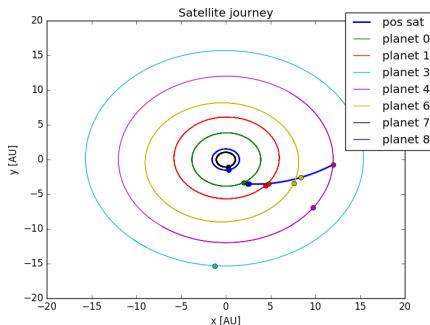
Figur 4: Satellittens bane, prøve 3.  $[time, \phi, \gamma, v_{scale}] = [4.8, 0, 0, 1]$



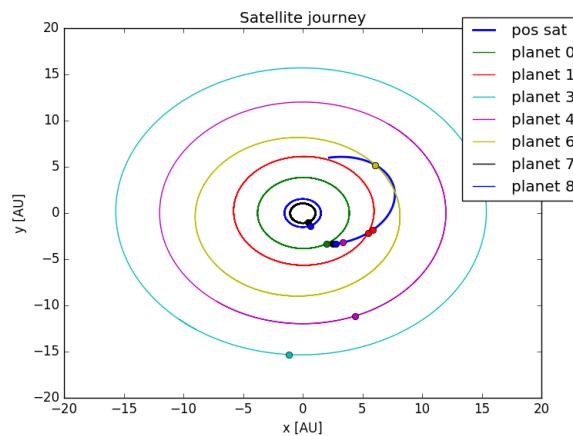
Figur 5: Satellittens bane, prøve 4.  $[time, \phi, \gamma, v_{scale}] = [4.8, -0.05, 0, 1]$



Figur 6: Satelittens bane, prøve 5.  $[time, \phi, \gamma, v_{scale}] = [4.8, -0.1, 0, 1]$



Figur 7: Satelittens bane, prøve 6.  $[time, \phi, \gamma, v_{scale}] = [4, 0, 0, 1.5]$



Figur 8: Satelittens bane, prøve 7.  $[time, \phi, \gamma, v_{scale}] = [4, 0, 0, 1.15]$  Legg merke til at det ikke er mulig å skille de to gule prikkene fra hverandre, da de er så nærmre hverandre.

nærmest uten boost, og i en retning i samme retning som planeten, vil jeg komme veldig nærmere. Ved litt prøving å feiling kommer jeg fram til den korekte boosten. Banen i figur 9. Boosten jeg gjør er i tiden og retningen

$$t = 8.023493 \text{ yr}$$

$$\Delta v = [-0.41257031, \ 0.94441584] \frac{\text{AU}}{\text{yr}}$$

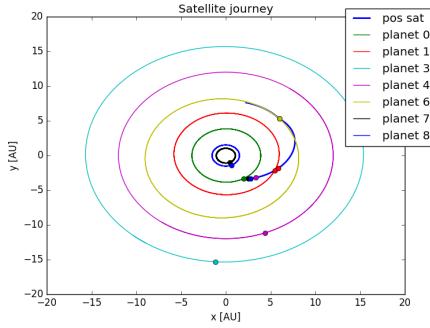
Dette fører til at den nye nærmeste avstanden er i tiden

$$r = 0.00020396 \text{ AU}$$

$$t = 8.070693 \text{ yr}$$

Her er det viktig å være klar over at dette bare er i simuleringen min og at i reisen i virkeligheten kan det være forskjeller og at jeg dermed må gjør om litt på tidene og størrelsene på boosten. Men da dette skjer over tidsintervaller på flere år, vil det være mulig å hente posisjon og hastighet fra satelitten når det begynner å nærme seg tiden for boostene, og da gjøre koreksjoner fra boostene jeg har kommet fram til i simuleringen. I tillegg arbeider jeg her med et stort tidsteg, slik at effekten gravitasjonen fra planeten har på satelitten blir unøyaktig simulert. Men for å få en så fullstendig simulering som mulig velger jeg å prøve å gjøre en orbitinnskytningsboost ved tiden der jeg er på det nærmeste. Herfra går jeg tilbake til å bruke samme tidssteg som jeg brukte under utskytingen som nevnt tidligere,  $dt_{close}$ . Jeg finner boosten jeg må gjøre fra ligning (13). Denne hastigheten er relativ til planeten, det betyr at jeg her må finne hastigheten til planeten. Jeg gjør dette ved å bruke den nøyaktige posisjonsfunksjonen jeg lagde ved interpolering. For å finne hastigheten til planeten i et bestemt tidspunkt, la dette være  $t = t_0$ , basert på posisjoner ved gitte tider midler jeg posisjonsendringen. Jeg går jeg ut i fra punktet jeg vil finne hastigheten i og ser på hvor stor posisjonsendringen er over tre forskjellige tidssteg.

$$\begin{aligned} \vec{v}_1 &= \frac{\vec{r}(t_0 + dt) - \vec{r}(t_0)}{dt} \\ \vec{v}_2 &= \frac{\vec{r}(t_0 + 2 dt) - \vec{r}(t_0)}{2 dt} \\ \vec{v}_3 &= \frac{\vec{r}(t_0 + 3 dt) - \vec{r}(t_0)}{3 dt} \\ \vec{v}(t_0) &= \frac{(\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3)}{3} \end{aligned}$$



Figur 9: Satlittens bane med en korreksjonsboost.

## Orbitsimuleringer

Ved hjelp av AST1100ShortcutSystem har jeg hoppet over delen av prosjektet der jeg faktisk sender satelitten min fra hjemplaneten til målet. Dermed gjennomfører jeg ikke denne delen av reisen i virkeligheten og får ikke kontrollert om mine reisesimuleringer er korrekte. Som nevnt gjennom tidligere deler av Metode ville jeg da ha gjort kontrolltester av posisjonen, og korrigert boostene mine i forhold til dette. Men ved snarveisystemet blir satelitten min plassert i sirkelbane i en avstand fra målplaneten med en hastighet og posisjon relativt til planeten

$$\vec{r} = [204390971.407, \ 0.0, \ 0] \text{ m}$$

$$\vec{v} = [0.00463126267347, \ 691.395286682, \ 0] \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

som er  $4253179.684\text{m}$  nærmere enn maks avstand fra ligning (11).

Herfra vil jeg gjøre simuleringer for å komme i gradvis lavere og lavere orbit, slik at jeg kan sende ut en landerenhet til planetens overflate. Jeg gjør dette ved å gjøre en rekke små booster. Først gjør jeg en radieredeksjonsboost når satelitten er i punktet hvor x-komponenten av posisjonen er ved maxima. Boosten er i motsatt retning av bevegelsesretningen som bremser opp hastigheten til satelitten. Dermed vil satelitten gå inn i en orbit lavere enn den hadde. Dette kan vises ved å snu om på utrykket fra ligning (12)

$$r = \frac{Gm}{v^2}$$

Etter denne boosten vil satelitten gå inn i en ellipsebane rundt planeten. Når satelitten kommer nærmere planeten vil den bli akselerert av den økende gravitasjonskraften. Dette er tilsvarende ellipsebanen planeter har

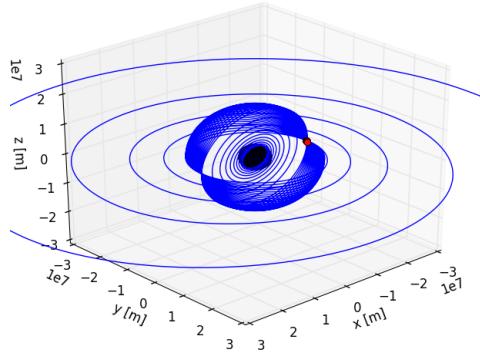
rundt sin stjerne, som er diskutert i forelesningsnotater part 1b. Jeg vil oppretholde så perfekt sirkelbane som mulig for å holde orbit til satelitten så stabil som mulig. Dette vil også være mer avgjørende når jeg orbiten begynner å bli lav, da man er i fare for å komme innenfor atmosfæren til planeten. Mer om dette i atmosfæreberegninger nedenfor. Derfor gjør jeg en korreksjonsboost når satelitten kommer til motsatt side av planeten i forhold til den første radie-boosten, altså når x-komponenten av posisjonen er ved minima. Her bremser jeg satelitten en gang til slik at den nye hastigheten etter boosten er hastigheten for å holde en stabil orbit i den nye og mindre avstanden  $r$  ved å bruke ligning (12).

Jeg vil også forandre planet satelitten går i orbit rundt planeten slik at den passerer over begge polene. Dette fordi jeg vil ta bilder av overflaten til planeten for å finne et passende sted å lande. Ved å gå i orbit i xz- eller yz-planet kombinert med at planeten roterer rundt sin egen akse vil jeg kunne ta bilder av hele overflaten til planeten ved å gå i et par runder. På denne måten er det enklere å kartlegge hvor på overflaten jeg tar bilde av enn det ville være hvis jeg tok bilder i en orbit som går i et skrått plan eller ved et plan som skifter. Jeg gjør dette plan-skiftet når jeg er relativt nærmee planeten for å redusere den totale tiden jeg bruker for å simulere orbit. Jo nærmere overflaten satelitten er jo høyere hastighet har den, som nevnt fra ligning (12). For å enkelt kontrollere retningen og størrelsen jeg vil bruke på disse planskifteboosten, som jeg kaller retningsboost, gjør jeg alle boostene i omtrent samme posisjon. Jeg velger å gjøre dette i samme punkt som jeg gjør korreksjonsboostene. På denne måten får jeg en pen gradvis økning av hastighetskomponenten i z-retning, og reduksjon av y-komponenten. Demonstrasjon av hvordan bostene foregår i figure 10 og 11.

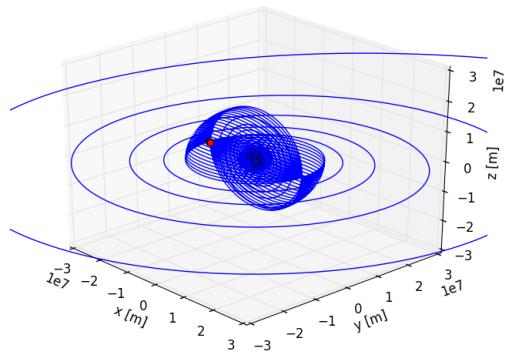
Jeg vil minimere simuleringstiden fordi jo større tidsintervall jo større unøyaktighet i forhold til orbit i virkeligheten. Jeg må også velge et passende tidssteg. Tiden jeg trenger for å komme i en orbit nær atmosfæren til planeten finner jeg ved å gjøre et par test-kjøringer. Dette gjøres over et langt tidsintervall med relativt stort tidssteg der jeg gradvis reduserer høyden over overflaten til satelitten, skifter planet orbiten går i, og så lar satelitten nærmee seg minimumshøyden. Dette er høyden der atmosfæren begynner å ha en tetthet som vil påvirke banen ved luftmotstand. Deretter gjør jeg simuleringen på nytt over et kortere tidsintervall og med lavere tidsteg. Jeg finner at tiden det vil ta er

$$1.65 \cdot 10^6 s \approx 19 \text{ dager}$$

For å gjøre simuleringen så nøyaktig som mulig, men uten å ta for lang



Figur 10: Demonstrasjon av gradvis reduserende orbit, både i xy- og xz-planet. Merk at dette bare er for demonstrasjon og endelig simulering gir en annen orbit. Rødt punkt viser hvor retningsboosten finner sted, svart sfære i midten er planeten.



Figur 11: Demonstrasjon av hvordan retningsboosten fungerer. Merk at disse er i en større avstand enn jeg bruker i den endelige simuleringen. Rødt punkt viser hvor boostene finner sted, svart sfære i midten er planeten.

tid bruker jeg et tidssteg på  $dt_{orbit} = 1\text{s}$ . Jeg lagrer alle boostene jeg gjør ved å angi tidspunkt og hastighetsendring samt ordre om å gjøre orienteringer og ta bilder i bestemte retninger ut i fra sfæriske koordinater ved bestemte tider til en kommando-tekstfil. Denne tekstfilen bruker deretter metoden fra AST1100ShortcutSystem «LandOnPlanet» for å utføre orbiten i virkeligheten.

### Atmosfæreberegninger

For å lage en modell for atmosfæretettheten gjør jeg følgende antagelser

- Midlere molekylvekt  $\mu = 30$ . En del av prosjektoppgaven går ut på å analysere lyspekteret fra atmosfæren til planeten, og bestemme hvilke type partikler atmosfæren består av ved å se på spektrallinjene i lyset. Forskjellige gasser i atmosføren har ulike absorbsjonlinjer ved gitte bølgelengder. Ved å se på spektra fra atmosfæren kan man finne hvilke bølgelengder disse absorbsjonslinjene ligger i, og derav bestemme hvilke type gasser som finnes i atmosfæren. Jeg har ikke gjennomført denne oppgaven, og bruker derfor en  $\mu$  som er gjennomsnittlig for de fleste planeter.
- Atmosfæren er adiabatisk opp til en høyde der temperaturen har falt til en størrelsen  $T_a = \frac{T_0}{2}$  der  $T_0$  er temperaturen ved overflaten.
- Atmosføren er isoterm i høyder over denne temperaturen  $T_a$ .

I delen der atmosfæren er adiabatisk kan jeg bruke adiabatloven

$$P^{1-\gamma}T^\gamma = konstant = C$$

der  $P$  er trykket og  $T$  er temperaturen i gassen. Jeg antar at den adiabatiske indeksen  $\gamma$  har verdi 1.4. Temperaturen ved overflaten finner jeg ved ligning (21), og tettheten ved overflaten kan jeg hente fra AST1100Solarsystem. Dermed kan jeg finne trykket ved overflaten ved ligning (22). Da har jeg alt jeg trenger for å finne konstanten i adiabatloven. Jeg kan bruke tilstands-ligningen (22) til å uttrykket tettheten ved temperatur og trykk, og kan sette dette inn i ligningen for hydrostatisk likevekt (23). Så snur jeg om på adiabatloven til å uttrykke temperaturen som funksjon av konstanten  $C$  og trykket. Dermed har jeg en første ordens differensiellligning som jeg

løser med numerisk metode Forward Euler.

$$\rho = \frac{P\mu m_H}{kT}$$

$$T = \left( \frac{C}{P^{1-\gamma}} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

$$\frac{dP}{dr} = -g(r) \frac{\mu m_H P}{k C^{\frac{1}{\gamma}} P^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

I den isoterme delen av atmosfæren er temperaturen konstant og jeg kan forenkle differensialligningen noe

$$\frac{dP}{dr} = -g(r) \frac{\mu m_H P}{k T_a}$$

## 3 Resultater

### 3.a Motor

Ved å bruke ligning (7) finner jeg min planets unnslipningshastighet til å være

$$v_{esc} = 16915.5064792 \frac{m}{s}$$

For å teste motoren min med initialbetingelsen kan jeg bruke metoden «massNeededCheck» fra AST1100SolarSystem. Den trenger som argumenter antall bokser, unnslipningshastigheten fra planeten, totalt antall partikler unnsluppet over tiden  $\Delta t_{boks}$  og massen til satelitten, disse størrelsene står i tabell 1 under forsøk 1. Metoden trenger også total bevegelsensmengde fra partiklene delt på tidsintervallet  $\Delta t_{boks}$  som er  $\frac{p}{\Delta t_{boks}} = 3.59857 \cdot 10^{-9}$ . Testen blir godkjent når jeg kjører den med disse argumentene.

Fra mine beregning for partiklene i forbrenningskammeret finner jeg følgende resultater når jeg eksperimenterer med ulike variable. Her er ønsket hastighet unnslipningshastigheten fra ligning (7). Kort forklaring av fremgangsmåte fra forsøk til forsøk:

1. Resultater uten noen endringer av parametere.
2. Øker antall bokser ved å skalere unnslipningshastigheten, så hastighetendringen blir større.

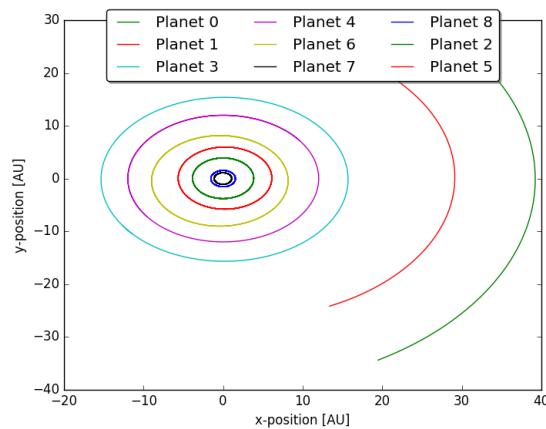
	1	2	3	4	5
T[k]	$10^4$	$10^4$	$10^4$	$1.5e + 4$	$1.5e + 4$
L[m]	$10^{-6}$	$10^{-6}$	$10^{-9}$	$10^{-6}$	$10^{-6}$
N	$10^5$	$10^5$	$10^5$	$10^5$	$10^5$
part unns.	ikke notert	6588	2986766	8163	8163
$\Delta v[m/s]$	11868	12810	11373	16436.69	17172.99
$v_{esc}$ faktor	1	1.15	1	1.5	1.6
nr boks	$3.97976e + 12$	$4.9552e + 12$	$1.02e + 10$	$4.21547e + 12$	$4.4965e + 12$
diff $E_k$	0.9991	0.9991	0.9991	0.9991	0.9991
diff $v_{mean}$	0.999454	0.999454	0.999454	0.999454	0.999454
diff trykk	1.02991	1.02991	0.78355	1.05121	1.05121
m driv.[kg]	1051.9	1309.8	1222.37	1380.67536	1472.72

Tabell 1: Resultater fra eksperimentering av parametere for motoren. T er temperatur, L er lengde sidekant boks, N er antall partikler, part unns. er partikler unnsluppet på tidsintervallet  $10^{-10}$ ,  $\Delta v$  er hastighetsendringen oppnådd,  $v_{esc}$  faktor er en faktor jeg skalerer unnslipningshastigheten fra utregnen av (26) med slik at ønsket oppnådde hastighet er større, nr boks er antall bokser i motoren, de tre diff linjene er forholdet mellom kalkulert og analytiske løsninger for henholdsvis energi, fart og trykk, m driv er massen drivstoff nødvendig.

3. Forsøker å øke trykket ved å redusere størrelsen på boksen. For å se effekten dette har alene setter jeg skaleringsfaktoren tilbake til 1. Jeg ser trykkg beregningen blir feil ved denne endringen, og antall unnslupne partikler øker til en urealistisk størrelse. Selv om dette gir en økt hastighetsendring i forhold til forsøk 1, kan jeg ikke bruke resultatet da det er tydelige feil i beregningene. Dermed reverserer jeg denne endringen.
4. Prøver igjen å skalere ønsket hastighet med en faktor da dette hadde en posetiv effekt på hastighetsendringen uten å forstyrre forholde mellom analytisk og kalkulerte størrelser. I tillegg øker jeg temperaturen i gassen for at partiklene som unnsliper skal ha høyere energi og dermed høyere bevegelsesmengde. Ser at ved å øke temperaturen øker feilen i trykkg beregningene, men jeg er nå svært nærmee den ønskede hastigheten.
5. Øker skaleringsfaktoren igjen og holder temperaturen på samme nivå.

### 3.b Baneberegninger

I mine baneberegninger for planetene kommer jeg fram til banene som er vist i figur 12. Kontrollen med «checkPlanetPositions» blir godkjent og jeg finner at det største avviket er for planet nummer 7 som har flyttet seg 0.2924% fra sin faktiske posisjon etter 20 $yr$ . Den radielle hastigheten til

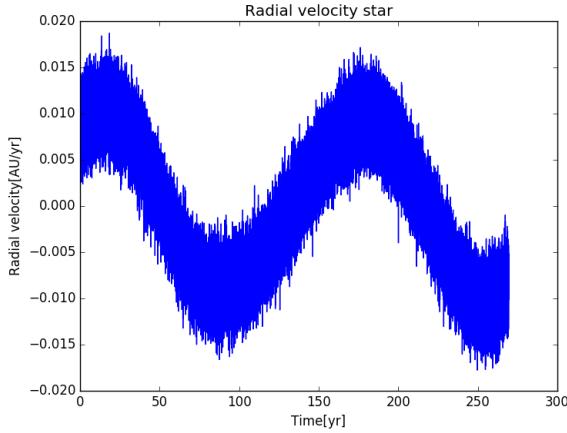


Figur 12: Simulerte planetbaner over 40 år. Stjerne i origo

stjernen min sett fra en observtør langt utenfor sosystemet er vist i figur 13. Her har jeg brukt en inklinasjonsvinkel  $i = \frac{\pi}{2}$ . Jeg har også lagt på støy i signalet til observatøren, da dette er en realistisk effekt på lys som reiser langt gjennom universet og blir mottatt av en type elektronisk mottaker.

### 3.c Satelittens bane

Den endelige banen til satelitten med riktig utskytning og inkludert to booster i figur 14. De endelige boostene jeg gjør skjer ved tiden  $t$  og har retning og størrelse  $\Delta\vec{v}_{boost}$   $\Delta v_{boost}$ . Som fører til hastighet  $\vec{v}_{sat}$  etter hver



Figur 13: Radiell hastighet for stjerne, når stjerne roterer rundt origo. Sett fra langt vekk observatør

boost.

### Første boost

$$t = 8.023493 \text{ yr}$$

$$\Delta \vec{v}_{\text{boost}} = [-0.41257031, 0.94441584] \frac{\text{AU}}{\text{yr}}$$

$$\Delta v_{\text{boost}} = 1.03059960387 \frac{\text{AU}}{\text{yr}}$$

$$\vec{v}_{\text{sat}} = [-2.4, 2.4] \frac{\text{AU}}{\text{yr}}$$

### Andre boost

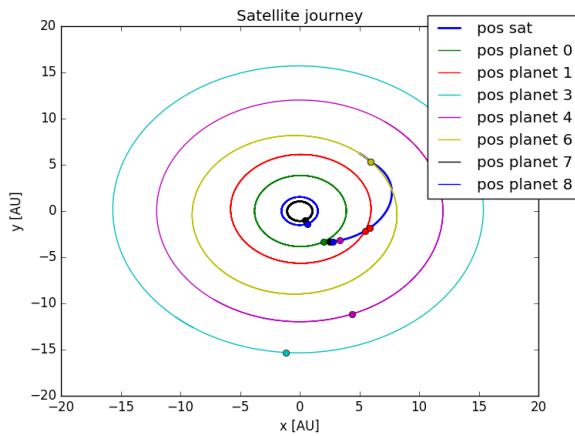
$$t = 8.023493 \text{ yr}$$

$$\Delta \vec{v}_{\text{boost}} = [-0.34862143, 0.24712128] \frac{\text{AU}}{\text{yr}}$$

$$\Delta v_{\text{boost}} = 0.427324033105 \frac{\text{AU}}{\text{yr}}$$

$$\vec{v}_{\text{sat}} = [-2.52562451, 2.33394229] \frac{\text{AU}}{\text{yr}}$$

Med disse boostene er den nærmeste avstanden mellom satelitten og planeten på  $0.000212684437854 \text{ AU}$  som er betydelig mindre enn den minste avstanden jeg trenger for stabil orbit fra ligning (11),  $r_{\text{max}} = 0.00139 \text{ AU}$ .



Figur 14: Satelittens endelige simulerte reise fra hjemplanet til målplanet i blå bane fra grønn til gul orbit.

## Orbit

Gjennom 62 forskjellige booster går satelitten min i en orbit i xz-planet, i en avstand  $r = 4042967.58428m$ . Den minste avstanden jeg før atmosfæren begynner å bremse satelitten med luftmotstand er  $r_{min} = 3861734.77276m$ . Dermed har jeg en god sikkerhetsmargin for i tilfelle simuleringen min avviker fra den virkelige orbiten, men jeg er så nærme at jeg kan prøve å sende landeren gjennom atmosfæren eller gjøre små booster for å komme enda litt nærmere planeten hvis avstanden fortsatt er for høy. Den endelige orbitsimuleringen er vist i figurene 16, 15 og 17. Plot av absolutt avstand og hastighet i figur 18 og med zoom på siste delen i figur 19.

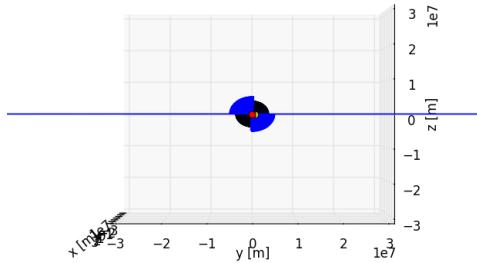
Jeg kontrollerer om mine simuleringer stemmer overens med virkeligheten ved å sammenligne posisjonene ved bestemte tider. Alle tider målt i sekunder, avstander målt i meter relativt til planeten.

$$t = 2$$

$$\vec{r}_{sim} = [2.04390971e + 08 \ , 1.18279057e + 03 \ , 0.000]$$

$$\vec{r}_{real} = [2.04390971e + 08 \ , 1.18279057e + 03 \ , 0.000]$$

$$\Delta\vec{r} = [0 \ , 0 \ , 0]$$



Figur 15: Endelig simulering av gradvis orbitreduksjon og planendring. Her sett langs xy-planet for å gi inntrykk av hastighetsendringene i z-retning. Svart sfære er planeten. Gul og rød prikk er forvirrende, men samme prikker som i de andre 3D figurene.

$$t = 69023.0$$

$$\vec{r}_{sim} = [6.90340414e + 07, 4.47747292e + 02, 0.000]$$

$$\vec{r}_{real} = [6.90339436e + 07, -1.81549300e + 02, 0.000]$$

$$\Delta\vec{r} = [-97, -629.29, 0]$$

$$t = 1147208$$

$$\vec{r}_{sim} = [1.61761816e + 07, 2.88018590e + 03, 0.000]$$

$$\vec{r}_{real} = [1.61760290e + 07, 4.49723001e + 03, 0.000]$$

$$\Delta\vec{r} = [-152.6, 1617, 0]$$

$$t = 1552633$$

$$\vec{r}_{sim} = [-4044021.0428, 27032.9926, 6214.2718]$$

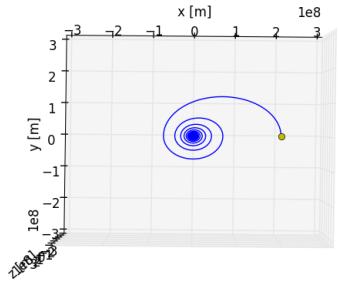
$$\vec{r}_{real} = [-4043845.0818, 4969.9688, 40826.5094]$$

$$\Delta\vec{r} = [175.9, -22063, 34612.23]$$

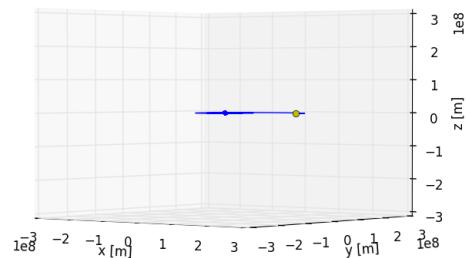
Jeg

## Atmosfæreberegninger

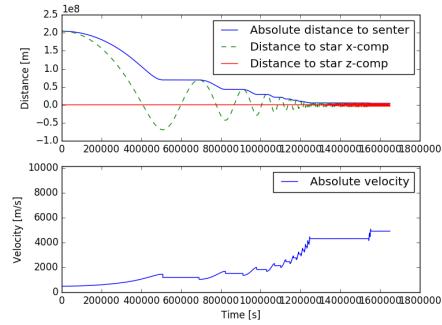
Fra løsningen av differensialligningen min finner jeg tettheten, temperaturen og trykket i atmosfæren min som funksjon av høyden over overfla-



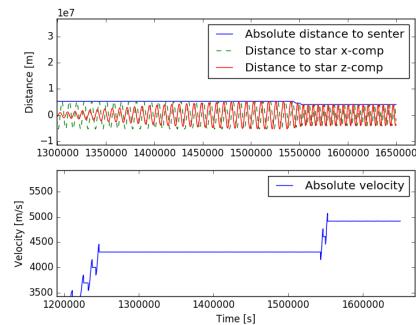
Figur 16: Endelig simulering av gradvis orbitreduksjon sett ovenfra. Gul prikk er startposisjon.



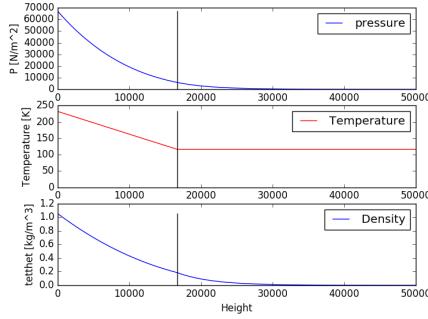
Figur 17: Endelig simulering av gradvis orbitreduksjon og planendring. Her sett langs xy-planet for å gi inntrykk av hastighetsendringene i z-retning. Gul Prikk er startposisjon. Gir inntrykk av hvor liten endringen i z-komponenten er.



Figur 18: Absolutt avstand og hastighet for endelig orbitsimulering



Figur 19: Absolutt avstand og hastighet for endelig orbitsimulering, fokus på siste del.



Figur 20: Trykk, temperatur og tetthet som funksjon av høyden over overflaten. Svart vertikal linje indikere når atmosfæren går over fra adiabatisk til isoterm

ten. Plot i figur 20. Jeg finner at avstanden fra sentrum når tettheten er en promille av verdien ved overflaten er i  $r = 3861734.77276m$ , ca i høyden over overflaten  $h = 41519.25m$ . Temperaturen på overflaten av planeten er  $T_0 = 232.41K$ , trykket er  $P_0 = 66974.95 \frac{N}{m^2}$  og tettheten er  $\rho_0 = 1.0535 \frac{kg}{m^3}$ .

### 3.d Informasjon om solsystemet

I mitt tilfeldig genererte solsystem har jeg 9 planeter. En del informasjon om disse finnes i tabellene 2 og 3. Stjernen min har en overflatetemperatur på  $10060.9996433K$ , radius på  $1371737.58886km$  og masse på  $2.42597173633M_\odot$ .

## 4 Diskusjon og konklusjon

### Motor

Mine antagelser er gjort for å forenkle problemstillingen, men de er også en kilde til potensielle feil i forhold til en realistisk motor. Under forbrenningen av drivstoffet vil normalt partikler gjennomgå kjemiske forandringer som resultat av forbrenning, og eksosen motoren slipper ut vil være andre type partikler enn tilført fra drivstoff. Dermed er mine beregninger for bevegelsesmengden partiklene som unnslipper har der jeg antar at disse partiklene er dueterium potensielt gale. Det er vanskelig å si hva slags effekt dette vil ha i virkeligheten, men så lenge temperaturen og tettheten er konstant vil jeg tro at bevegelsesmengden som motoren får er

Planet	Masse [ $M_{\odot}$ ]	Radius [km]	$\rho_0 \left[ \frac{kg}{m^3} \right]$	Periode
0	9.77090422e-06	9061.0221374	1.279085786	1.04376207
1	6.014864e-06	8357.1255017	9.876422747	1.93672413
2	0.014921947	138250.4220508	24.955029803	0.62806220
3	1.82438647e-06	5290.1066757	1.248263785	27.91964222
4	8.32035564e-08	2129.9188200	1.196903971	39.96376291
5	0.00151534757	77949.1471918	19.863879231	0.26680291
6	7.3628659e-07	3820.1155228	1.053515001	10.21420957
7	4.71341088e-08	1622.0019900	1.378324042	34.02850098
8	1.5847511e-07	2339.6784067	1.242248259	35.09261191

Tabell 2: Her er  $\rho_0$  atmosfæretetthet ved overflaten til planeten, og perioden er målt i jorddager. Formate på tallene er hentet fra python-syntax, derav er  $x\text{e-}06 = x \cdot 10^{-6}$ .

Planet	$x_0$	$y_0$	$v_{x0}$	$v_{y0}$	store halvakse
0	3.90983462	0.00000000	0.00000000	4.90950167	3.848199
1	-4.11232134	4.34599761	-2.77288630	-2.83891070	5.88804
2	20.15234736	33.65957345	-1.34937406	0.80258753	39.615681
3	-10.35588775	-11.50926739	1.87484895	-1.63959695	15.526201
4	-7.15864558	-9.60572380	2.26903364	-1.68984642	11.994111
5	26.96700727	4.05476326	-0.12480327	1.85665966	26.892877
6	-6.79218584	-6.18196005	2.09312446	-2.30813834	8.591582
7	0.12464099	1.06544665	-9.50178554	1.01449409	1.097688
8	-1.42874197	0.58704484	-3.00300243	-7.27935784	1.544730

Tabell 3:  $x_0$  og  $y_0$  er initialposisjon, målt i [ $AU$ ].  $v_{x0}$  og  $v_{y0}$  er initialhastighet, målt i  $\left[ \frac{AU}{yr} \right]$ . Store halvakse målt i [ $AU$ ].

tilnærmet lik uavhenig om forbrenningen forandrer partiklene eller ikke. Partiklene vil antagelig bli tyngre og samle seg i større strukturer, og dermed redusere hastigheten de har, men jeg antar at massen øker tilsvarende og bevegelsesmengden dermed er lik.

Partiklene vil i virkeligheten kolidere med hverandre inni boksen, men dette reduserer ikke energien til partiklene da den er bevart gjennom elastiske kollisjoner.

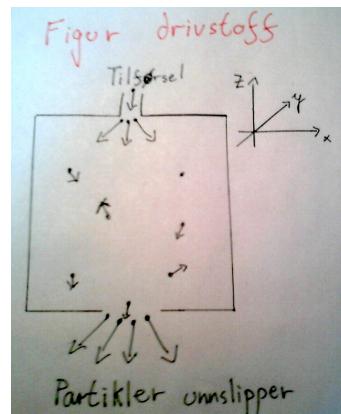
Partiklene som unnslipper vil ha vevegelsesmengde i retninger x og y ut av hullet i tillegg til z-retningen som jeg bruker i beregningene mine. Men

siden hastighetene til partiklene er gaussisk fordelt vil komponentene i x og y retning kanseleres, da det er like mange med posetiv som negativ komponent i begge retningene.

Siden jeg har gjort antagelsen at det er konstant trykk og temperatur inni boksen, som gjør det enklere å regne ut akselerasjonen til satelitten, må jeg sørge for at antall partikler i boksen er konstant. I en virkelig motor vil dette oppnås ved å tilføre mer drivstoff inn i forbrenningskammeret tilsvarende mengden som blir forbrent og sent ut av kammeret. To-dimensjonal figur i figur 21. Jeg har illustrert situasjonen i to dimensjoner for å gjøre figuren så enkel som mulig, den er direkte overførbar til tre dimensjoner. Hastigheter og posisjoner i x- og y-retning er analoge med hverandre og er først og fremst avgjørende for at boksen skal være realistisk. Den avgjørende retningen for mine beregninger er z-retningen. Disse tilførte partiklene vil ha en utgangsposisjon fra et punkt eller omeråde i toppen av boksen. De vil ha gaussisk fordelte hastigheter i alle retninger ut fra dette punktet, men med z-komponent i retning  $-\hat{k}$ .

I min simulering gjenskaper jeg denne effekten ved å flytte partiklene som treffer hullet i bunnen av boksen til midt i toppen av boksen, og lar de fortsette med den samme hastigheten de hadde da de traff hullet. På denne måten er det konstant antall partikler i boksen og tilførte partikler starter fra et punkt tilsvarende innsprøyting av drivstoff med hastigheter gaussisk fordelt, men med tvungen hastighet i negativ z-retning. Siden de fleste partiklene som treffer hullet har hastighetskomponenter i både x- og y-retning i tillegg til z-retningen, vil de nye tilførte partiklene også ha det og modellen er realistisk innenfor mine antagelser.

Jeg har ikke implementert en funksjon for drivstofforbuket under boostene jeg gjør i løpet av reisen til satelitten. Men siden jeg trenger veldig små hastighetsendringer i boostene i forhold til hastighetsendringen ved oppskyting, vil drivstofforbuket her være relativt lite. Jeg kan derfor legge til en prosent av drivstoffet jeg har regnet ut for oppskytingen for å finne den totale mengden nødvendig for å gjennomføre reisen. Jeg ser også vekk fra drivstofforbuket under siste delen av reisen der jeg gjør mange booster som er mye større enn boostene under stellar-reisen. Dermed er forbuket jeg finner urealistisk da hver boost krever enn viss mengde drivstoff, som igjen fører til at den totale mengden drivstoff øker fordi massen til satelitten øker, grunnet ligning (10).



Figur 21: Tilførsel av drivstoff, og partikler unslippet

## Planetbaner

Planetbanene jeg har beregnet lite avvik fra virkeligheten, som jeg kontrollerte med metoden fra AST1100SolarSystem. Jeg antar at planetene ikke virker med gravitasjon mellom hverandre som er en kilde til feil, i hvert fall over større tidsintervaller. Fra vårt eget solsystem vet vi at de store planetene har stor effekt på de andres bane over tid. Spesielt de store gasskjempene virker med stor tyngdekraft, og da størst av disse igjen Jupiter. Fra figur 13 er det tydelig at et observatør vil kunne se den radielle hastigheten til stjernen min, og kan derfor konkludere at det må finnes planeter i solsystemet mitt. Det er her viktig å merke at inklinasjonsvinkelen er optimal, og de færreste observatører vil ha denne vinkelen.

## Satelittens reise

Siden planeten jeg skal til ligger i en orbit lenger vekk fra stjernen enn min hjemplanet har den lavere hastighet. Dette kan vises ved å bruke samme formel som jeg bruker for hastigheten for stabil orbit for satellitten ligning (12), bare overført til planet-stjerne systemet og hvis man antar sirkelbaner. Jeg utnytter dette i min prøving og feiling og kommer jeg frem til en svært god utskytning som igjen fører til at jeg trenger veldig lite boosting under selve reisen.

Inngangsvinkelen satellitten kommer med inn i orbit er også ideel, da den innhenter planeten bakifra i sin bane. Dermed er den relative hastigheten til satellitten i forhold til planeten liten og det er krever mindre boost å gjøre den kinetiske energien til satellitten lavere enn den potensielle energien fra gravitasjonsfeltet til satellitten. Når dette er tilfellet vil ikke satellitten

ha høy nok hastigheten til å unnslippe tyngdefeltet fra planeten og orbit er oppnådd. Hvis satelitten hadde møtt planeten i sin bane med motsatt rettet hastighet relativt til planeten ville den hatt stor kinetisk energi relativt til planeten og jeg måtte ha gjort en stor boost for å komme i stabil bane. Utskytningsvinkelen fra hjemplaneten er også bra, da satelitten skytes i retning med bevegelsesretningen til planeten. Dette fører til at hastigheten til satelitten er høyere relativt til hele solsystemet, enn hvis utskytningen var i mot bevegelsesretningen.

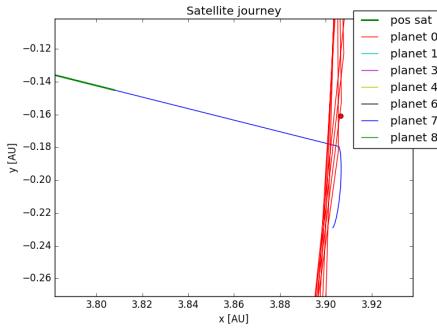
Siden jeg har brukt snarveien ved AST1100Shortcutsystem har jeg ikke kontrollert mine simuleringer mot virkeligheten. Men det er antagelig trygt å si at det ville være noen avvik, spesielt i boosten som gjøres for å komme inn i stabil bane rundt målplaneten. Her er det ikke bare unøyaktigheter i satelittens posisjon som spiller inn, men også unøyaktigheter i posisjonen og farten til planeten.

I min generelle funksjon for utskytning har jeg anvendt vinkler for å gi posisjonen jeg gjør oppskytingen fra, og også for å angi hvilken retning jeg skyter opp i. I python utnytter jeg da funksjonen arctan2 fra numpy-modulen for å finne disse vinklene basert på parameterene funksjonen tar inn. Arctan2 skiller mellom alle de fire kvadrantene i enhetssirkelen, og er derfor ideel få å arbeide med vinkler som varierer fra  $-\pi$  til  $\pi$ . Men når jeg posisjonen og retningen til satelitten bruker jeg en overgang fra polare til katesiske koordinater.

$$x = r \cos(\theta) \quad y = r \sin(\theta)$$

Cosinus og sinus deler ikke funksjonaliteten med arctan2 at de klarer å skille mellom alle kvadrantene. Cosinus blander mellom vinkeler i fjerde og første kvadrant og tredje og andre kvadrant, mens Sinus blander mellom første og andre, og tredje og fjerde. Derfor vil noen av utskytnignene skje i uanskøde retninger. Det er også verdt å merke at hvis utskytningen skjer i samme retningen som hjemplanetens bevegelsesretning, men hastigheten være en faktor større enn unnlipsningshastigheten for at ikke planeten skal «ta» igjen satelitten for mye slik at den ikke unnslipper gravitasjonsfeltet. Figur av feilen som skjedde i figur 6 zoomet inn på hjemplaneten i figur ??.

For selve orbitsimuleringen har jeg hatt muligheten til å kontrollere mine simuleringer mot virkeligheten. Jeg ser fra resultatene i at det er en forskjell mellom den simulerte og virkeligheten, først og fremst i y og z retning. Dette er også retningene der den største hastighetsendringen skjer under boostene. x komponenten av posisjonen holder seg overaskende bra, og med tanke på de store hastighetene i y og z retning er disse simuleringene også nokså presise i forhold til det store tidsintervallet simulerin-



Figur 22: Zoom inn på feilen i figur 6

gen skjer på. For å at simuleringen min skulle vært enda bedre kunne jeg hentet informasjon fra orienteringen av satelitten i virkeligheten og brukte dette til å korrigere boostene jeg gjør i simuleringen på samme måte som beskrevet for stellar-fasen. I mine simuleringer kommer jeg i en minste-avstand fra planeten på  $r_{sim} = 4042967.58428m$ , og i virkeligheten er den minste avstanden  $r_{real} = 4044054.14m$ . Dette er en forskjell på to promille, som jeg er ganske fornøyd med da jeg ikke har fått tid til å implementere korrekjonene i simuleringen min.

## Atmosfæreberegninger

Mine antagelser for atmosfæreberegningene forenklet systemet ganske mye. I virkeligheten ville ikke atmosfæren være uniform selv langs samme høyde rundt hele planeten pga flere faktorer som vindstømmer og luftfuktighet. I tillegg er overgangen fra adiabatisk til isoterm ganske brå, som kommer tydelig fram av plottet for temperaturen. Resultatene fra atmofæren på målplanet er nokså realistiske. Temperaturen er svært lav i forhold til jorda  $T_{jord} = 288K$ , trykket er også ganske mye lavere  $P_{0,jord} = 100 \frac{kN}{m^2}$ , men tettheten ved overflaten er overaskende likt da  $\rho_{0,jord} = 1.2 \frac{N}{m^3}$ . Med tanke på at jorda har en radius som er  $\approx 1.668$  ganger større og masse  $\approx 4$  ganger større er atmosfæren på planet seks relativt tett og her høyt trykk. En lav orbit rundt jorda er på ca  $160km$ , mens min lave orbit rundt planet seks er på  $r_{real} = 4044054.14m$  som vil si at atmosfæren strekker seg langt ut fra planetens overflate med tanke på radien til planeten. Dette er antagelig delvis skyldet den svakere gravitasjonskraften fra planet 6.

# Appendices

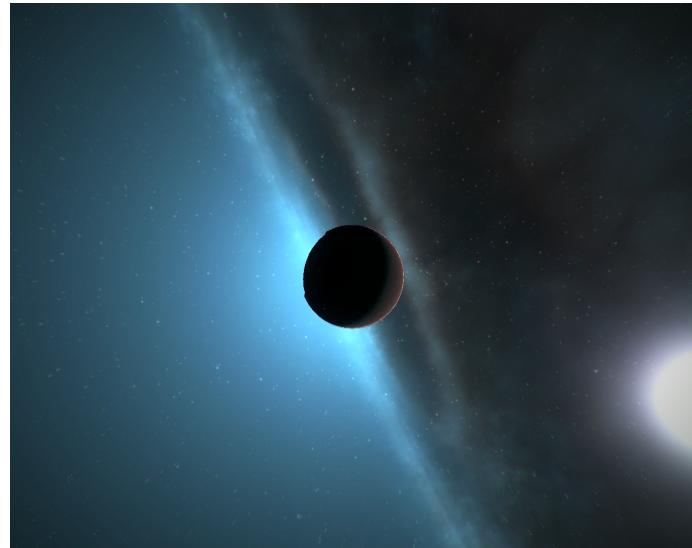
## A Figurer og tabeller

### Figurer

1	Vinkler i utskytning . . . . .	19
2	Satellittens bane, prøve 1 . . . . .	20
3	Satellittens bane, prøve 2 . . . . .	21
4	Satellittens bane, prøve 3 . . . . .	21
5	Satellittens bane, prøve 4 . . . . .	21
6	Satellittens bane, prøve 5 . . . . .	22
7	Satellittens bane, prøve 6 . . . . .	22
8	Satellittens bane, prøve 7 . . . . .	22
9	Satellittens bane, prøve8 . . . . .	24
10	Demonstrasjon gradvis reduserende orbit . . . . .	26
11	Demonstrasjon retningsboost 1 . . . . .	26
12	Simulerte planetbaner over 40 år . . . . .	30
13	Radiell hastighet stjerne, langt vekk observatør . . . . .	31
14	Satellittens endelige simulerte bane . . . . .	32
15	Endelig orbitsimulering 3D xy-planet . . . . .	33
16	Endelig orbitsimulering 3D sett overfra . . . . .	34
17	Endelig orbitsimulering 3D xy-planet, store akser . . . . .	34
18	Absolutt avstand og hastighet for endelig orbitsimulering . . . . .	35
19	Absolutt avstand og hastighet for endelig orbitsimulering, fokus på siste del. . . . .	35
20	Atmosfæreberegninger . . . . .	36
21	Tilførsel av drivstoff, og partikler unnsluppet . . . . .	39
22	Zoom inn på feilen i figur 6 . . . . .	41
23	Bilde 2 av planet nr 6 . . . . .	43
24	Bilde 3 av planet nr 6 . . . . .	43
25	Bilde 4 av planet nr 6 . . . . .	44

### Tabeller

1	Reslutater drivstoffberegninger unnslipningshastighet . . .	29
2	Planetinfo 1 . . . . .	37
3	Planetinfo 2 . . . . .	37



Figur 23: Bilde 2 av planet nr 6



Figur 24: Bilde 3 av planet nr 6



Figur 25: Bilde 4 av planet nr 6