Il progetto dei circuiti logici: esempi

M. Sonza Reorda

Politecnico di Torino
Dip. di Automatica e Informatica

#1: Funzione booleana

Data la seguente funzione booleana, si richiede di

- **Costruire la corrispondente tavola di verità**
- **Fornire il corrispondente circuito minimo.**

$$f = a \cdot \overline{b} + \overline{a} \cdot c + b \cdot c \cdot d$$

Tavola della verità

a	*b*	*c*	*d*	*f*
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1

a	*b*	*c*	*d*	*f*
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

Mappa di Karnaugh

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	0	0	0	1
11	1	1	1	1
10	1	1	0	1

Mappa di Karnaugh

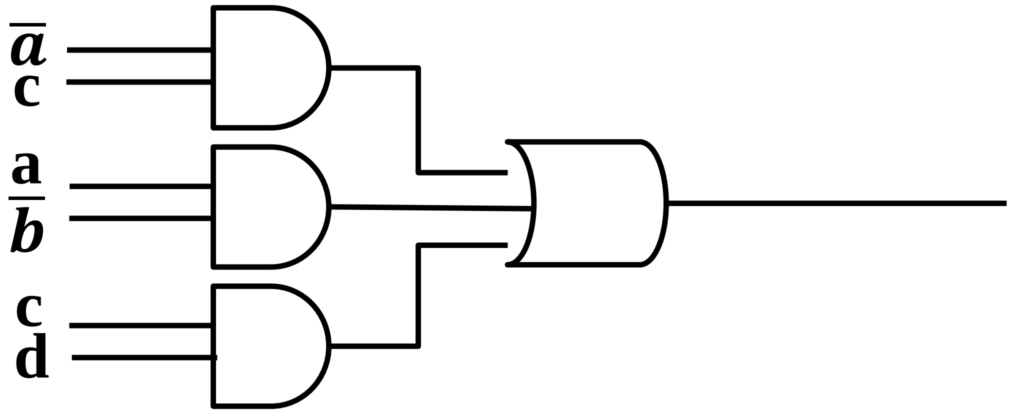
cd \ ab	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	0	0	0	1
11	1	1	1	1
10	1	1	0	1

Mappa di Karnaugh

c d \ a b	00	01	11	10
00	0	0	0	1
01	0	0	0	1
11	1	1	1	1
10	1	1	0	1

$$f = \overline{a} \cdot c + a \cdot \overline{b} + c \cdot d$$

Circuito



#2: Progetto di circuito combinatorio

Si vuole progettare un circuito con 4 ingressi *a, b, c, d* la cui uscita *u* valga 1 quando 8<(*abcd*)<13.

Tavola di verità

a	*b*	*c*	*d*	*u*
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Mappa di Karnaugh

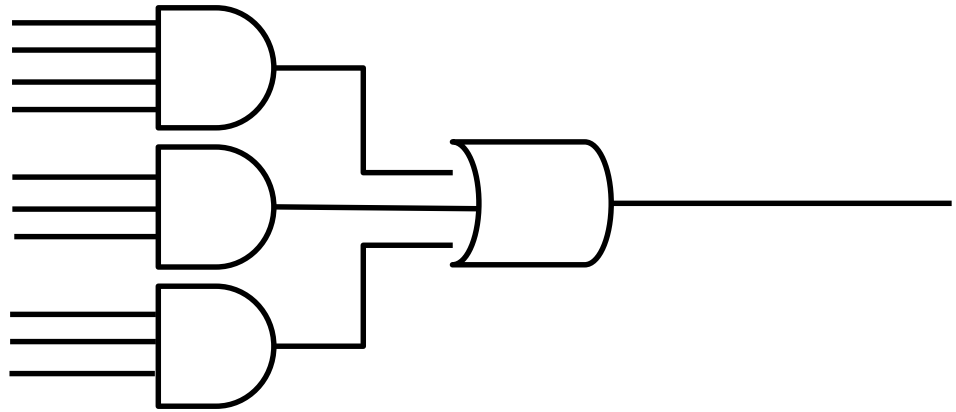
cd \ ab	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	0	0	1
11	0	0	0	1
10	0	0	0	1

Mappa di Karnaugh

cd \ ab	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	0	0	0	1
11	0	0	0	1
10	0	0	0	1

$$u = ab\bar{c}\bar{d} + a\bar{b}d + a\bar{b}c$$

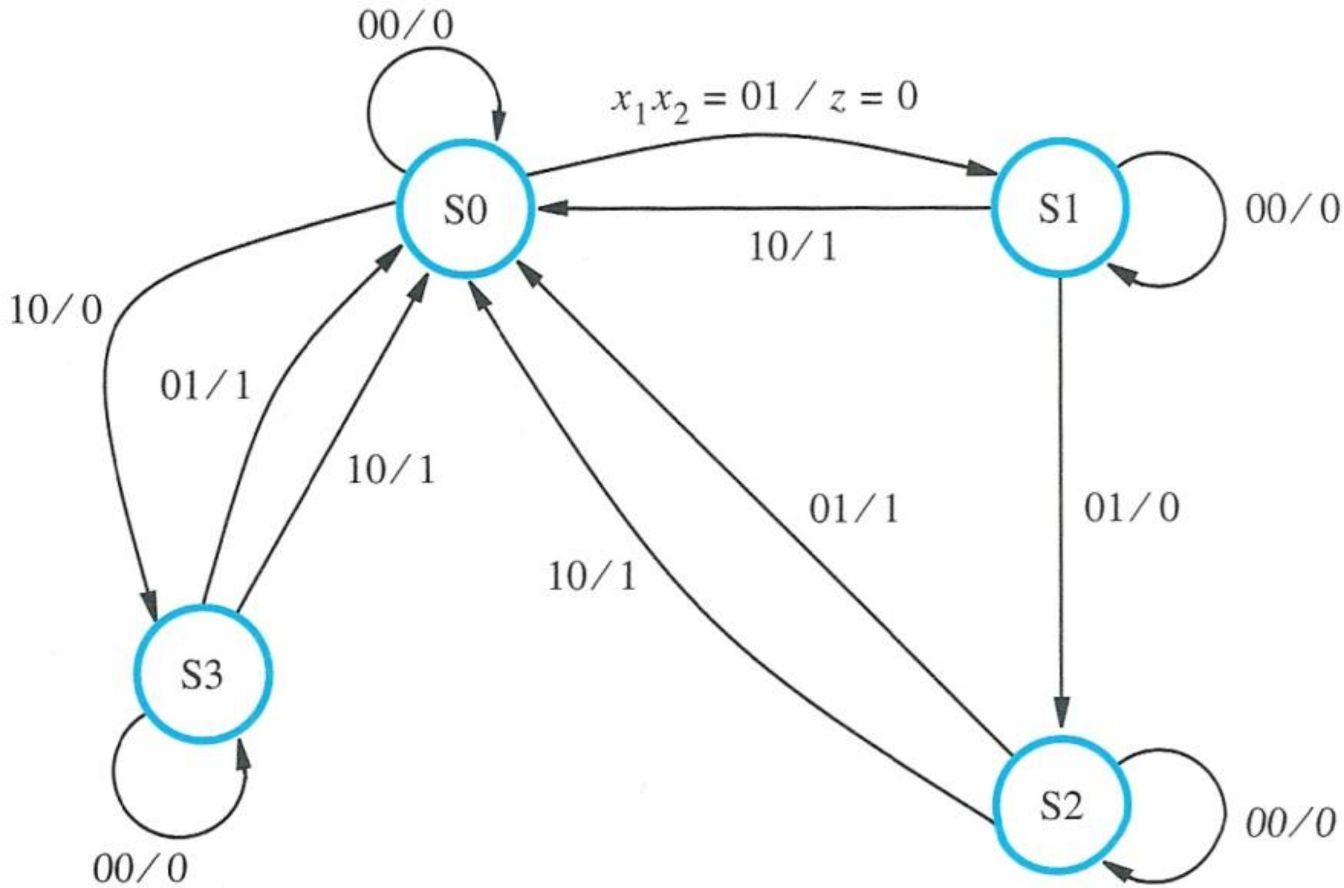
Circuito



#3: Progetto di circuito sequenziale

- Si progetti un circuito sequenziale che gestisca un distributore (minimo) di bevande
- Il sistema possiede
  - due ingressi x1 e x2 che segnalano l’introduzione di una moneta da 25 e 10 centesimi, rispettivamente; ad ogni istante uno solo dei due ingressi può essere attivo
  - un’uscita z che segnala se le monete introdotte hanno valore superiore o uguale a 30 centesimi, e se quindi la bevanda deve essere fornita all’utente.
- Il sistema non fornisce resto.

Diagramma degli stati



X1=1 ⇒ introdotta una moneta da 25 ¢

X2=1 ⇒ introdotta una moneta da 10 ¢

Z = 1 ⇒ introdotti almeno 30 ¢

Assegnazione degli stati

- **Dal momento che il sistema ha 4 stati, sono necessari 2 flip flop**
- **Una possibile assegnazione degli stati è**

S0: 00

S1: 01

S2: 10

S3: 11

Funzione di transizione degli stati

stato presente (y2 y1)	*ingressi (x1 x2)*	*stato futuro (Y2 Y1)*
00	00	00
00	01	01
00	10	11
00	11	--
01	00	01
01	01	10
01	10	00
01	11	--
10	00	10
10	01	00
10	10	00
10	11	--
11	00	11
11	01	00
11	10	00
11	11	--

Funzione di uscita

stato presente (y2 y1)	*ingressi (x1 x2)*	*uscita (z)*
00	00	0
00	01	0
00	10	0
00	11	-
01	00	0
01	01	0
01	10	1
01	11	-
10	00	0
10	01	1
10	10	1
10	11	-
11	00	0
11	01	1
11	10	1
11	11	-

Funzione per Y2

$y_2 y_1 \backslash x_1 x_2$	00	01	11	10
00	0	0	d	1
01	0	1	d	0
11	1	0	d	0
10	1	0	d	0

Funzione per Y2

$y_2\,y_1 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
00	0	0	d	1
01	0	1	d	0
11	1	0	d	0
10	1	0	d	0

$$Y2 = \overline{x_1}\,\overline{x_2}y_2 + x_2\overline{y_2}y_1 + x_1\overline{y_2}\,\overline{y_1}$$

Funzione per Y1

$y_2 y_1$ \ $x_1 x_2$	00	01	11	10
00	0	1	d	1
01	1	0	d	0
11	1	0	d	0
10	0	0	d	0

Funzione per Y1

$y_2\,y_1$ \ x_1x_2	00	01	11	10
00	0	1	d	1
01	1	0	d	0
11	1	0	d	0
10	0	0	d	0

$$Y1 = \overline{x_1}\,\overline{x_2}\,y_1 + x_1\overline{y_2}\,\overline{y_1} + x_2\overline{y_2}\,\overline{y_1}$$

Funzione per z

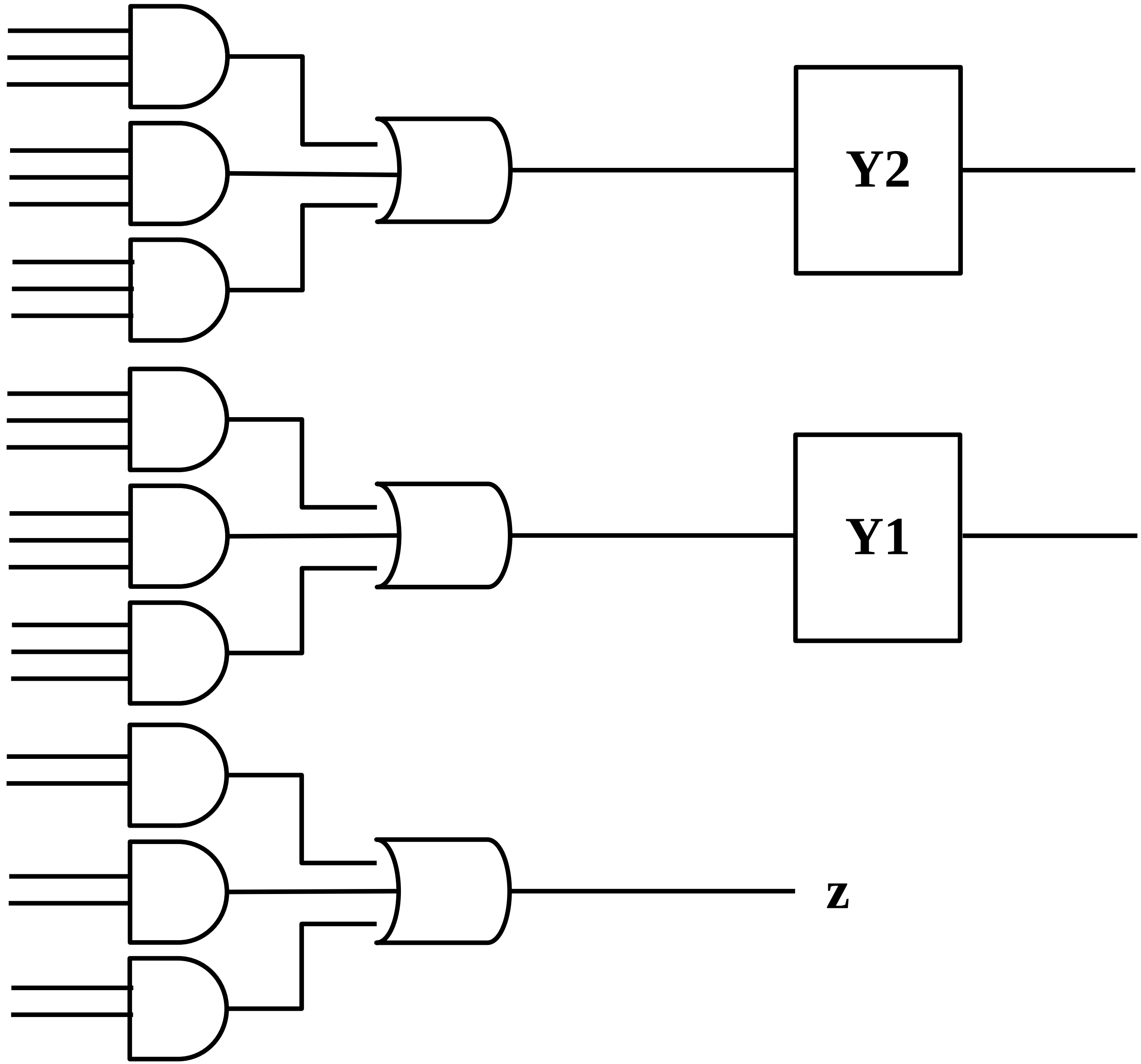
$y_2 y_1$ \ $x_1 x_2$	00	01	11	10
00	0	0	d	0
01	0	0	d	1
11	0	1	d	1
10	0	1	d	1

Funzione per z

$y_2 y_1$ \ $x_1 x_2$	00	01	11	10
00	0	0	d	0
01	0	0	d	1
11	0	1	d	1
10	0	1	d	1

$$z = y_2 x_1 + y_2 x_2 + y_1 x_1$$

Circuito



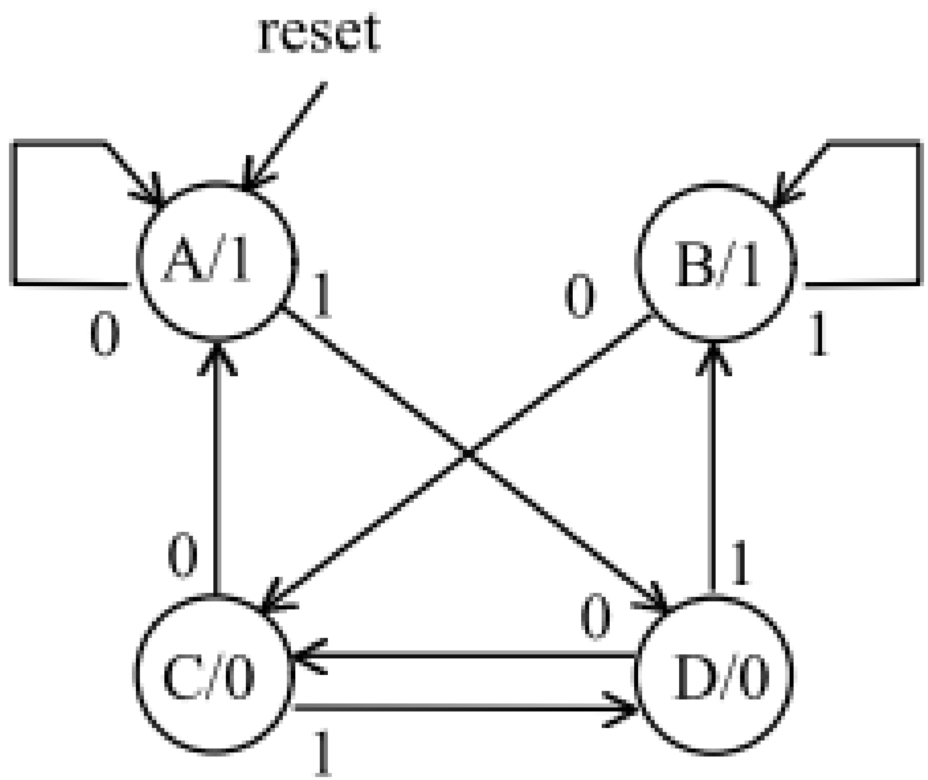
Nota

- Il diagramma degli stati poteva essere minimizzato:
  - gli stati S2 e S3 sono equivalenti, e possono essere collassati in un solo stato
- La minimizzazione avrebbe ridotto il numero di stati da 4 a 3
- Quindi il numero di flip flop richiesti sarebbe rimasto lo stesso.

#4: Riconoscitore di permanenze

- Si progetti il circuito corrispondente a una macchina di Moore avente un ingresso X e un’uscita Z
- L’uscita Z, normalmente a 0, vale 1 se negli ultimi 2 cicli di clock l’ingresso X non è variato (0-0 oppure 1-1)
- Si ipotizzi che al reset il circuito si comporti come se l’ingresso fosse stato precedentemente stabile al valore 0.

Diagramma degli stati



Assegnazione degli stati

- **Dal momento che il sistema ha 4 stati, sono necessari 2 flip flop**
- **Una possibile assegnazione degli stati è**

	Y_2	Y_1
A:	**0**	**0**
B:	**0**	**1**
C:	**1**	**0**
D:	**1**	**1**

Funzione di transizione degli stati

stato presente ($y_2\, y_1$)	*ingresso* (X)	*stato futuro* ($Y_2\, Y_1$)
00	0	00
00	1	11
01	0	10
01	1	01
10	0	00
10	1	11
11	0	10
11	1	01

Funzione di uscita

stato presente ($y_2\ y_1$)	*ingresso* (*X*)	*uscita* (*Z*)
00	**0**	**1**
00	**1**	**1**
01	**0**	**1**
01	**1**	**1**
10	**0**	**0**
10	**1**	**0**
11	**0**	**0**
11	**1**	**0**

Funzione per Y_2

x \ y_2y_1	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	1	0	0	1

Funzione per Y_2

X \ y_2y_1	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	1	0	0	1

Funzione per Y_2

$X \backslash y_2 y_1$	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	1	0	0	1

$$Y_2 = \bar{X} y_1 + X\,\overline{y_1}$$

Funzione per Y_1

$X \backslash y_2y_1$	00	01	11	10
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1

Funzione per Y_1

$X \backslash y_2y_1$	00	01	11	10
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1

Funzione per Y_1

$X \backslash y_2y_1$	00	01	11	10
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1

$$Y_1 = X$$

Funzione per Z

$x \backslash y_2y_1$	00	01	11	10
0	1	1	0	0
1	1	1	0	0

Funzione per Z

$X \backslash y_2y_1$	00	01	11	10
0	1	1	0	0
1	1	1	0	0

Funzione per Z

$X \backslash y_2y_1$	00	01	11	10
0	1	1	0	0
1	1	1	0	0

Z = $\overline{y_2}$

Circuito