

监督学习算法

EM（期望极大算法）

是一种迭代算法，用于含有隐变量的概率模型的参数的极大似然估计，或极大后验估计。

知道样本求模型参数，用极大似然法或者贝叶斯估计法；假如在这个过程中，还有一个隐变量，模型对它有依赖，此时就要用EM算法了。

EM算法步骤

- E步，求期望
 - 1.给 θ 自主规定个初值,开始迭代；
 - 2.假设 θ_i 为第i次迭代参数 θ 的估计值。根据给定观测数据和当前的参数 θ_i ，求完全数据的对数似然函数 $\log P(Y,Z|\theta)$ 关于隐变量 z 的条件概率分布 $P(Z|Y,\theta_i)$ 的期望—— $Q(\theta,\theta_i)$ ；
- M步，求极大
 - 3.求第二步得到的的函数 $Q(\theta,\theta_i)$ 对 θ 的极大值，作为 $i+1$ 次迭代的 θ 估计值；
 - 4.重复第二步和第三步，直到收敛。

完全数据的对数似然函数 $\log P(Y,Z|\theta)$ 关于 Z 的条件概率分布 $P(Z|Y,\theta_i)$ 的期望，称为 Q 函数。

这个 Q 函数是由似然函数 $L(\theta)=\log P(Y|\theta)$ 的下界 B 省去无关紧要的常数项推导出来的。在迭代的过程中，求得的参数 θ 的序列使得下界 B 不断增加，来保证观测数据的对数似然函数在每次迭代中也不断增大。

注意点

- EM值对初值很敏感，不同的初值得到的参数估计序列 θ_i 不一样。
- EM算法每次迭代后均提高观测数据的似然函数值。
- 参数估计序列收敛到对数似然函数序列的稳定点，不能保证收敛到极大值点
- 一般情况下，EM算法是收敛的，但不能保证收敛到全局最优

举例子：两枚硬币A和B，正面朝上的概率分别为 P_A 和 P_B ，抛硬币是如果我们不知道抛的硬币是A还是B，则A和B是隐变量。以这个例子说明EM算法思想。（凑合帮助理解吧）

- 给 P_A 和 P_B 一个初值
- 根据这个初值，以及目前观测到的每一轮正反正反这样的结果，算出每一轮是硬币A以及硬币B的概率（求期望 E步），哪个概率大可能就是哪个硬币（最大似然的思想），这就相当于确定了 Z 值。
- 现在相当于知道了 Z 值，这一步根据 z 值，在结合观测量，算出新的 P_A 和 P_B （知道结果求参数）M步
- 反复进行，直到收敛

EM算法的应用

- 估计高斯混合模型的参数
 - 明确隐变量，写出完全数据的对数似然函数
 - EM算法的E步：确定 Q 函数
 - EM算法的M步：求 Q 函数对 θ 的极大值
 - 继续下一轮迭代，直到收敛。
- 隐马尔可夫模型的无监督学习

HMM（隐马尔可夫模型）

隐马尔可夫模型模型的三要素

- A：状态转移概率矩阵
- B：观测概率矩阵
- π ：初始状态概率向量

该算法解决三个基本问题

- 已知模型，求解产生某个观测序列的概率（概率计算问题）
 - 直接计算
 - 概念上可行，计算上不可行
 - 前向算法
 - 基于前向概率的定义和递推公式
 - 后向算法
 - 基于后向概率的定义和递推公式
- 知道观测序列，求模型 $\lambda=(A,B,\pi)$ 参数，使得在该模型下观测序列概率 $P(O|\lambda)$ 最大。即用极大似然估计法估计参数。（学习问题）
 - Baul-Welch算法（即EM算法）
 - 无监督学习算法
- 知道模型和观测序列，求最有可能对应的状态序列，即求给定观测序列条件概率 $P(I|O)$ 最大的状态序列（预测问题，或叫解码问题）
 - 维比特算法
 - 应用动态规划求解最优路径，即概率最大的状态序列