

数据科学与工程数学基础

作业提交规范及第 7 次作业

教师：黄定江

助教：陈诺、刘文辉

2022 年 11 月 18 日

作业提交规范

1. 作业提交形式：使用 Word 或 \LaTeX 编写所得到的电子文档。若使用 Word 编写，将其另存为 PDF 形式，然后提交 PDF 文档。若使用 \LaTeX 编写，将其编译成 PDF 形式，然后提交 Tex 和 PDF 两个文档。
2. 作业命名规范：提交的电子文档必须命名为：“学号_姓名”。命名示例：50000000000_刘某某。
3. 作业提交途径：点击打开每次作业的传送门网址：[第 7 次作业提交传送门](#)，无需注册和登录，直接上传作业文档即可。注意：传送门将会在截至时间点到达后自动关闭。
4. 作业更改说明：如果需要修改已经提交的作业，只要在截至日期前，再次上传更改后的作业（切记保持同名），即可覆盖已有作业。
5. 作业评分说明：正常提交作业的按照实际评分记录；逾期补交作业的根据逾期情况在实际评分基础上酌情扣分；未交作业的当次作业记为 0 分。

第 7 次作业



提交截至时间：**2022/11/25 周五 12:00（中午）**

理论部分

习题 1. 构建模型使得预测值与真实值的误差最小常用向量 2-范数度量，求解模型过程中需要计算梯度，求梯度：

- $f(A) = \frac{1}{2}\|Ax + b - y\|_2^2$, 求 $\frac{\partial f}{\partial A}$
- $f(x) = \frac{1}{2}\|Ax + b - y\|_2^2$, 求 $\frac{\partial f}{\partial x}$

其中 $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $x \in \mathbb{R}^n$, $b, y \in \mathbb{R}^m$

习题 2. 二次型是数据分析中常用函数, 求 $\frac{\partial x^T A x}{\partial x}$, $\frac{\partial x^T A x}{\partial A}$, 其中 $A \in \mathbb{R}^{m \times m}$, $x \in \mathbb{R}^m$

习题 3. 利用迹微分法求解 $\frac{\partial \text{Tr}(W^{-1})}{\partial W}$, 其中 $W \in \mathbb{R}^{m \times m}$

习题 4. $(\exp(\mathbf{z}))_i = \exp(z_i)$, $(\log(\mathbf{z}))_i = \log(z_i)$ $f(\mathbf{z}) = \frac{\exp(z)}{\mathbf{1}^T \exp(\mathbf{z})}$ 称为 *softmax* 函数, , 如果 $\mathbf{q} = f(\mathbf{z})$, $J = -\mathbf{p}^T \log(\mathbf{q})$, 其中 $\mathbf{p}, \mathbf{q}, \mathbf{z} \in \mathbb{R}^n$, 并且 $\mathbf{1}^T \mathbf{p} = 1$,

- 证: $\frac{\partial J}{\partial \mathbf{z}} = \mathbf{q} - \mathbf{p}$
- 若 $\mathbf{z} = \mathbf{W}\mathbf{x}$, 其中 $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m$, $\frac{\partial J}{\partial \mathbf{W}} = (\mathbf{q} - \mathbf{p})\mathbf{x}^T$ 是否成立。

习题 5. 以下内容是利用极大似然估计求解多元正态分布模型的关键步骤: $L = -\frac{Nd}{2} \ln(2\pi) - \frac{N}{2} \ln|\Sigma| - \frac{1}{2} \sum_t (\mathbf{x}_t - \mu)^T \Sigma^{-1} (\mathbf{x}_t - \mu)$, L 是对数似然, N 为样本数, d 为样本维数, $\Sigma \in \mathbb{R}^{d \times d}$ 为协方差矩阵, $\mu \in \mathbb{R}^d$ 为期望向量。

1) 求 $\frac{\partial L}{\partial \mu}$

2) 当 $\mu = \frac{1}{N} \sum_t \mathbf{x}_t$ 时, 求 $\frac{\partial L}{\partial \Sigma}$, 并求使 $\frac{\partial L}{\partial \Sigma} = 0$ 成立的 Σ 。

习题 6. 求 $\frac{\partial |\mathbf{X}^k|}{\partial \mathbf{X}}$, 其中 $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 为可逆矩阵。

习题 7. 求 $\frac{\partial \text{Tr}(\mathbf{A}\mathbf{X}\mathbf{B}\mathbf{X}^T \mathbf{C})}{\partial \mathbf{X}}$, 其中 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n \times k}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{k \times k}$, $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{n \times m}$