

数据科学与工程数学基础

作业提交规范及第 15 次作业

教师：黄定江

助教：陈诺、刘文辉

2022 年 5 月 8 日

作业提交规范

1. 作业提交形式：**练习本或笔记本**（建议统一使用一般的**练习本**即可，不接收以纸张的方式书写的作业）。
2. 作业书写说明：
 - (a) 可以讨论，**禁止抄袭！**
 - (b) 练习本封面至少包含两方面信息：**姓名和学号**
 - (c) 每一次的作业**请另起一页**，并在**第一行标明第几次作业**。例如“第 15 次作业”；
 - (d) 每一题请**标注题号**，无需抄题，直接解答；
 - (e) 题与题之间**请空一行**；
 - (f) 不要求字好，但要求书写整体清晰易读。
3. 作业提交途径：纸质作业交给**学习委员**，由学习委员**按学号顺序**收齐后统一在截止日期前交到**助教实验室**。**单数周**布置的作业交到助教刘文辉处**数学馆西 109**；**双数周**布置的作业交到助教陈诺处**地理馆 353**。
4. 作业评分说明：正常提交作业的按照实际评分记录；逾期补交作业的根据逾期情况在实际评分基础上酌情扣分；**未交作业的当次作业记为 0 分**。

第 15 次作业



提交截至时间：**暂定 2022/04/29 下周五 20:00（晚上）**

理论部分

习题 1. 已知积分算子 $T: C[a, b] \rightarrow C[a, b]$ 定义为 $\forall x(t) \in C[a, b]$,

$$Tx = \int_a^t x(\tau) d\tau, t \in [a, b]$$

假设 $C[a, b]$ 上的范数定义为 $\|x(t)\| = \max_{t \in [a, b]} |x(t)|$, 请证明积分算子是线性有界算子。

解. 证明设 $x(t), y(t) \in C[a, b]$ $\square \alpha, \beta \in \mathbb{R}$, 则

$$T(\alpha x + \beta y) = \int_a^t (\alpha x(\tau) + \beta y(\tau)) d\tau = \alpha \int_a^t x(\tau) d\tau + \beta \int_a^t y(\tau) d\tau = \alpha Tx + \beta Ty$$

$$\|Tx\| = \max_{t \in [a, b]} \left| \int_a^t x(\tau) d\tau \right| \leq \max_{t \in [a, b]} \int_a^t |x(\tau)| d\tau \leq \max_{t \in [a, b]} |x(t)| \square \int_a^t 1 d\tau = \|x(t)\|(b-a) \square$$

于是积分算子 T 为线性有界算子。

习题 2. 对于线性不可分支持向量机, 通常需要将原数据映射到新的空间, 以使得在新的空间中线性可分。设原空间为 $\mathbb{X} \subset \mathbb{R}^2, x = (x_1, x_2)^T \in \mathbb{X}$, 并假定训练数据 (二分类数据) 可由曲线 $2x_1^2 - 5x_1x_2 + x_2^2 - 7 = 0$ 区分。请设计新的空间, 并定义从原空间到新空间的变换 (映射), 使得在新的空间满足线性可分。

解. 只需令 $\phi(x_1, x_2) = (x_1^2, x_1x_2, x_2^2) \triangleq (z_1, z_2, z_3)$ 即可。