数据科学与工程数学基础

作业提交规范及第 9 次作业

教师：黄定江
助教：陈诺、刘文辉

2022 年 12 月 4 日

作业提交规范

1. 作业提交形式：**使用 Word 或 LaTeX 编写所得到的电子文档**。若使用 Word 编写，将其另存为 PDF 形式，然后提交 PDF 文档。若使用 LaTeX 编写，将其编译成 PDF 形式，然后提交 Tex 和 PDF 两个文档。
2. 作业命名规范：提交的电子文档必须命名为："**学号 _ 姓名**"。命名示例：50000000000_ 刘某某。
3. 作业提交途径：点击打开每次作业的传送门网址：**第 9 次作业提交传送门**，无需注册和登录，直接上传作业文档即可。注意：传送门将会在截至时间点到达后自动关闭。
4. 作业更改说明：如果需要修改已经提交的作业，只要在截至日期前，再次上传更改后的作业（切记保持同名），即可覆盖已有作业。
5. 作业评分说明：正常提交作业的按照实际评分记录；逾期补交作业的根据逾期情况在实际评分基础上酌情扣分；未交作业的当次作业记为 0 分。

第 9 次作业

提交截至时间：**2022/12/12 周一 12:00（中午）**

理论部分

习题 1. 设某种电子器件的寿命（以 h 计）T 服从双参数的指数分布，其概率密度为

$$f(t)=\begin{cases}\frac{1}{\theta}e^{-(t-c)/\theta} & t\geq c\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

其中 $c,\theta(c,\theta>0)$ 为未知参数．自一批这种器件中随机地取 n 件进行寿命试验．设它们的失效时间依次为 $x_1\leqslant x_2\leqslant\cdots\leqslant x_n$。

(1) 求 θ 与 c 的最大似然估计值.

(2) 求 θ 与 c 的矩估计量

习题 2. 设总体 X 的概率密度为

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\frac{1}{\theta}x^{(1-\theta)/\theta} & 0<x<1\\ 0 & \text{其他}\end{cases}\quad 0<\theta<+\infty$$

$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的样本。

(1) 验证 θ 的最大似然估计量是 $\hat{\theta}=\frac{-1}{n}\sum_{i=1}^{n}\ln X_i$

(2) 证明 $\hat{\theta}$ 是 θ 的无偏估计量。

习题 3. 假设总体 $X\sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$ (σ^2 已知), $X_1,X_2,\ldots,X_n$ 为来自总体 X 的样本, 由过去的经验和知识, 我们可以确定 μ 的取值比较集中在 μ_0 附近, 离 μ_0 越远, μ 取值的可能性越小, 于是我们假定 μ 的先验分布为正态分布

$$\pi(\mu)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\mu^2}}\exp\left[-\frac{1}{2\sigma_\mu^2}\left(\mu-\mu_0\right)^2\right]\quad(\mu_0,\sigma_\mu\text{已知})$$

求 μ 的后验概率分布。

习题 4. 假设总体 $X\sim P(\lambda),X_1,X_2,\ldots,X_n$ 为来自总体 X 的样本, 假定 λ 的先验分布为伽玛分布 $\Gamma(\alpha,\beta)$, 求 λ 的后验期望估计（平方损失下的贝叶斯估计）。