

数据科学与工程数学基础

作业提交规范及第 6 次作业

教师：黄定江

助教：陈诺、刘文辉

2022 年 11 月 4 日

作业提交规范

1. 作业提交形式：使用 Word 或 L^AT_EX 编写所得到的电子文档。若使用 Word 编写，将其另存为 PDF 形式，然后提交 PDF 文档。若使用 L^AT_EX 编写，将其编译成 PDF 形式，然后提交 Tex 和 PDF 两个文档。
2. 作业命名规范：提交的电子文档必须命名为：“学号_姓名”。命名示例：10175501112_陈诺。
3. 作业提交途径：点击打开每次作业的传送门网址：**第 6 次作业提交传送门**，无需注册和登录，直接上传作业文档即可。注意：传送门将会在截至时间点到达后自动关闭。
4. 作业更改说明：如果需要修改已经提交的作业，只要在截至日期前，再次上传更改后的作业（切记保持同名），即可覆盖已有作业。
5. 作业评分说明：正常提交作业的按照实际评分记录；逾期补交作业的根据逾期情况在实际评分基础上酌情扣分；**未交作业的当次作业记为 0 分。**

第 6 次作业



提交截至时间：**2022/11/14 周一 12:00 (中午)**

理论部分

习题 1. 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ 用正规化方法求对应的 LS 问题的解。

习题 2. 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ 用任意一种方法求对应的 LS 问题的全部解。

习题 3. 设 $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 且存在 $X \in \mathbb{R}^{n \times m}$ 使得对每一个 $b \in \mathbb{R}^m$, $x = Xb$ 均极小化 $\|Ax - b\|_2$.
证明: $AXA = A$ 和 $(AX)^T = AX$.

习题 4. 利用等式

$$\|A(x + \alpha w) - b\|_2^2 = \|Ax - b\|_2^2 + 2\alpha w^T A^T (Ax - b) + \alpha^2 \|Aw\|_2^2$$

证明: 如果 $x \in X_{LS}$, 那么 $A^T Ax = A^T b$

习题 5.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

记 $\Lambda(A) = \{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\} \subseteq \mathbb{C}$ with $|\lambda_1| \geq |\lambda_2| \geq |\lambda_3|$.

(i) 使用 *Gerschgorin* 圆盘定理, 证明 $\frac{|\lambda_1|}{|\lambda_3|} \leq 7$. (注: 由于 A 为对称矩阵, $\frac{|\lambda_1|}{|\lambda_3|}$ 为 A 的条件数)

(ii) (编程题, 提交代码) 使用幂法与反幂法计算 $\frac{|\lambda_1|}{|\lambda_3|}$