

数据科学与工程数学基础

作业提交规范及第 18 次作业

教师：黄定江

助教：陈诺、刘文辉

2022 年 8 月 2 日

作业提交规范

1. 作业提交形式：**练习本或笔记本**（建议统一使用一般的**练习本**即可，不接收以纸张的方式书写的作业）。
2. 作业书写说明：
 - (a) 可以讨论，**禁止抄袭！**
 - (b) 练习本封面至少包含两方面信息：**姓名和学号**
 - (c) 每一次的作业**请另起一页**，并在**第一行标明第几次作业**。例如“第 18 次作业”；
 - (d) 每一题请**标注题号**，无需抄题，直接解答；
 - (e) 题与题之间**请空一行**；
 - (f) 不要求字好，但要求书写整体清晰易读。
3. 作业提交途径：纸质作业交给**学习委员**，由学习委员**按学号顺序**收齐后统一在截止日期前交到**助教实验室**。**单数周**布置的作业交到助教刘文辉处**数学馆西 109**；**双数周**布置的作业交到助教陈诺处**地理馆 353**。
4. 作业评分说明：正常提交作业的按照实际评分记录；逾期补交作业的根据逾期情况在实际评分基础上酌情扣分；**未交作业的当次作业记为 0 分**。

第 18 次作业



提交截至时间：**暂定 2022/06/** 周五 20:00（晚上）**

理论部分

习题 1. 同时抛 2 颗骰子，事件 A, B, C 分别表示为

(A) 仅有一个骰子是 3

(B) 至少一个骰子是 4

(C) 骰子上点数总和为偶数。

试计算事件 A, B, C 发生后所提供的信息量

解. $H_A = -\log \frac{5}{18}, H_B = -\log \frac{11}{36}, H_C = -\log \frac{1}{2}$

习题 2. 一个容器里面装有 a 个红球和 a 个白球，若从容器中取出 $k, (k \geq 2)$ 个球。对于有放回和无放回两种情况，哪种情况的熵更大？请回答并给予说明。

解. 考虑集合 $\{(x_1, x_2, \dots, x_n) | x_i = 0 \text{ or } 1\}$ 如果 $x_i = 0$ 则代表第 i 次取出红球否则取出白球。在有放回的情况下，取得该集合里面任意元素的概率都是相同的，且概率和为 1。而在无放回的情况下，则取得不同元素的概率是有可能不同的。且概率和也为 1。根据熵的极致性得，有放回的情况下熵更大。

习题 3. 证明：在多分类问题中，利用交叉熵函数作为损失函数和用 KL 散度作为损失函数是等价的。

解. 真实分布：设第 i 个样本 x_i 属于 y_i 类，真实标签分布为 p_i ， p_i 是第 y_i 个分量为 1 的 *one-hot* 向量。预测分布：对于第 i 个样本 x_i ，预测标签分布是 $q_i = f(x_i; \theta)$ ， θ 是要学习的参数。

$$KL \text{ 散度} = (p_i^T \log p_i - p_i^T \log q_i)$$

$$\text{交叉熵} = (-p_i^T \log q_i)$$

由于真实标签是真实存在的，不变的。所以 $\arg \min_{\theta} KL \text{ 散度} = \arg \min_{\theta} \text{交叉熵}$ 。