

证明感知机不能表示异或问题：

10215501435 杨茜雅

考虑 XOR 函数的真值表

(x_1, x_2)	y
$(0, 0)$	0
$(0, 1)$	1
$(1, 0)$	1
$(1, 1)$	0

对于一个线性分类感知机，其决策函数可以表示为：

$$f(x) = w_1 x_1 + w_2 x_2 + \theta, \text{ 其中 } w_1 \text{ 和 } w_2 \text{ 是权重, } \theta \text{ 是偏置}$$

为了满足 XOR 问题，需要满足以下条件

$$1. w_1 \cdot 0 + w_2 \cdot 0 + \theta \leq 0 \text{ (输出 0)} \Rightarrow \theta \leq 0$$

$$2. w_1 \cdot 0 + w_2 \cdot 1 + \theta > 0 \text{ (输出 1)} \Rightarrow \theta > -w_2$$

$$3. w_1 \cdot 1 + w_2 \cdot 0 + \theta > 0 \text{ (输出 1)} \Rightarrow \theta > -w_1$$

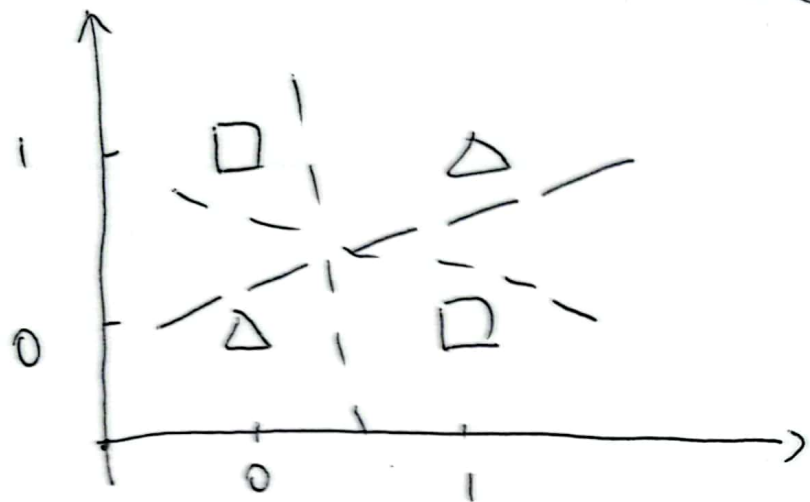
$$4. w_1 \cdot 1 + w_2 \cdot 1 + \theta \leq 0 \text{ (输出 0)} \Rightarrow \theta \leq -w_1 - w_2$$

而不存在同时满足以上条件的 θ

由此可见，无法找到一组 w_1, w_2, θ 使得上述条件都满足，所以感知机无法解决 XOR 问题

画图来看:

设 \triangle 为 False, \square 为 True



我们可以看到无法用线将 \triangle 和 \square 分成两类, 这在几何上是不可能的, 异或问题在二维空间内不是线性可分的, 而感知机是一个线性模型