

《概率论与数理统计》习题

第五讲 期望, 方差及其他特征数

1. 设随机变量 X 的密度函数为

$$p(x) = \begin{cases} a + bx^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

如果 $E(X) = 2/3$, 求 a 和 b .

2. 设随机变量 X 的分布函数为

$$F(x) = 1 - e^{-x^2}, x > 0$$

试求 $E(X)$ 和 $Var(X)$.

3. 设随机变量 $X \sim U(a, b)$, 对 $k = 1, 2, 3, 4$, 求 $\mu_k = E(X^k)$ 与 $v_k = E(X - E(X))^k$. 进一步求此分布的偏度系数和峰度系数。

4. 设随机变量 X 服从双参数韦布尔分布, 其分布函数为

$$F(x) = 1 - \exp \left\{ - \left(\frac{x}{\eta} \right)^m \right\}, x > 0,$$

其中 $\eta > 0, m > 0$. 试写出该分布的 p 分位数 x_p 的表达式, 且求出当 $m = 1.5, \eta = 1000$ 时的 $x_{0.1}, x_{0.5}, x_{0.8}$ 的值。

第六讲 一元随机变量函数的分布

1. 已知随机变量 X 的密度函数为

$$p(x) = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{e^x + e^{-x}}, -\infty < x < +\infty$$

试求随机变量 $Y = g(X)$ 的概率分布, 其中

$$g(x) = \begin{cases} -1, & \text{当 } x < 0, \\ 1, & \text{当 } x \geq 0. \end{cases}$$

2. 设圆的直径服从区间 $(0, 1)$ 上的均匀分布, 求圆的面积的密度函数. 设圆的直径为 X , 则圆的面积 $Y = \pi X^2/4$, 而 X 的密度函数为

$$p(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

3. 设随机变量 X 的密度函数为

$$p_X(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}x^2, & -1 < x < 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

试求下列随机变量的分布: (1) $Y_1 = 3X$; (2) $Y_2 = 3 - X$; (3) $Y_3 = X^2$.

4. 设 X 为随机变量, 其取值范围为 0 到 9, 取值概率相等均为 $1/10$.

(a) 求随机变量 $Y = X \bmod(3)$ 的分布列.

(b) 求随机变量 $Y = 5 \bmod(X + 1)$ 的分布列.