

《概率论与数理统计》习题

第二讲 条件概率的定义与三大公式、独立性

1. 口袋中有一个球，不知它的颜色是黑的还是白的. 现再往口袋中放入一个白球，然后从口袋中任意取出一个，发现取出的是白球，试问口袋中原来那个球是白球的可能性为多少？

2. 假设只考虑天气的两种情况：有雨或者无雨. 若已知今天的天气情况，明天的天气保持不变的概率为 p , 变的概率为 $1 - p$. 设第一天无雨，试求第 n 天也无雨的概率.

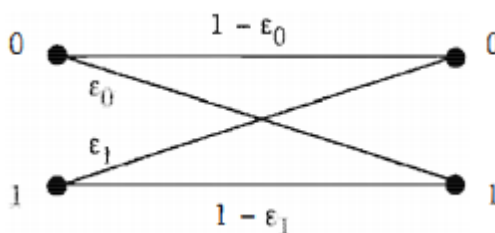
3. 设 $P(A) > 0$, 试证：

$$P(B|A) \geq 1 - \frac{P(\bar{B})}{P(A)}$$

4. 甲、乙两选手进行乒乓球单打比赛，已知在每局中甲胜的概率为 0.6, 乙胜的概率为 0.4. 比赛可采用三局两胜制或五局三胜制，试问哪一种比赛制度对甲更有利？

5. 对于事件 A 与事件 B , 假设 $P(B) > 0$, 证明 $P(A \cap B|B) = P(A|B)$.

6. 现用噪声通信信道进行通信。信源通过噪声通信信道发送消息（一串符号）。每个符号为 0 或 1，概率分别为 p 和 $1-p$ ，且分别以概率 ϵ_0 和 ϵ_1 被错误接收，不同符号被错误接收的概率是独立的。



图：二进制通信信道中的错误概率

(1) 第 k 个符号被正确接收的概率是多少？

(2) 符号串 1011 被正确接收的概率是多少？

- (3) 为了提高可靠性，每个符号传输三次，接收的字符串按多数规则解码。换句话说，当且仅当接收到的三个符号包含至少两个 0（或至少两个 1）时，0（或 1）被发送为 000（或 111），并且在接收器处被解码为 0（或 1）。那么 0 被正确解码的概率是多少？
- (4) 使用 (3) 中的方案， ϵ_0 取值为多少时，0 被正确解码的概率能有所提高？
- (5) 假设使用了 (3) 中的方案。如果接收到的字符串为 101，则符号为 0 的概率是多少？