



信用风险违约概率建模

Excel应用篇



Lindsey

CONTENTS

▶ PART 1

Excel基础知识

▶ PART 2

债券法建模违约概率

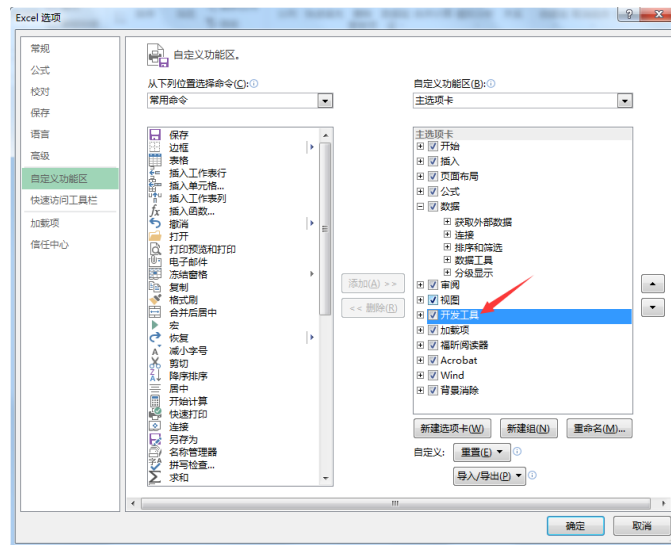
▶ PART 3

莫顿模型建模违约概率



➤ 添加开发工具，便于VBA编程

- 打开Excel，依然找到“文件”→“选项”→“自定义功能区”，在右侧主选项卡下面的选项中，找到“开发工具”，在前面的小框打勾，确定。返回Excel，即可在菜单栏右侧看到有开发工具。





➤ 开启VBA编辑环境

- 菜单栏→开发工具→ Visual Basic
- 快捷键：Alt + F11

➤ 创建VBA程序

- 进入VBA后，在菜单栏依次选择“插入”→“模块”，然后光标会自动定位到代码窗口中，VBA中的代码即在此编写。
- VBA常使用“过程”或“函数”来组织代码，举例如下：

```
Sub 过程名()  
...  
End Sub
```

```
Function 函数名()  
...  
End Function
```



➤ 运行代码

- 点击菜单栏下面的工具栏中的绿色向右的小三角；
- 在菜单栏选择“运行”→“运行子过程/用户窗体 F5”或直接用F5快捷键；
- 在工作表中时，可以通过快捷键[alt]+[F8]实现。

➤ 保存

- 包含有VBA代码的Excel文件应保存为.xlsm文件



➤ 变量与常量

- VBA有自己的数据类型。包含“变量”与“常量”这两个概念，变量与常量，都是用于保存数据的。顾名思义，“变量”是会变的，即它的值是可以改变的；而常量，则它的值通常是固定不变的。

➤ 数字的数据类型

- VBA中用于表示数字的数据类型有4种：整型 Integer、长整型 Long、单精度浮点型 Single、双精度浮点型 Double。整型及长整型用于表示整数，单精度与双精度浮点型都用于表示小数。
- 整型与长整型的区别在于两者所能表示的数值范围不同：
 - ✓ 整型数据能表示的数据范围：-32768 ~ 32767
 - ✓ 长整型数据能表示的数据范围：-2147483648 ~ 2147483647



➤ 数字的数据类型

- 而单精度浮点数与双精度浮点数除了在数值范围不同之外，两者所能表示的数据精度（即小数点后多少位）也是不同的。它们可以表示非常大的数据，
- 但要注意的是
 - ✓ 单精度浮点型其精度是6，即只能保存小数点后最多6位的数据；
 - ✓ 双精度浮点型其精度是14，即只能保存小数点后最多14位的数据。如果超出以上长度，则超出部分会被去掉，并且会自动四舍五入。

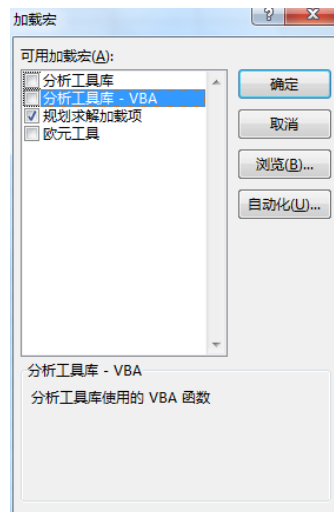
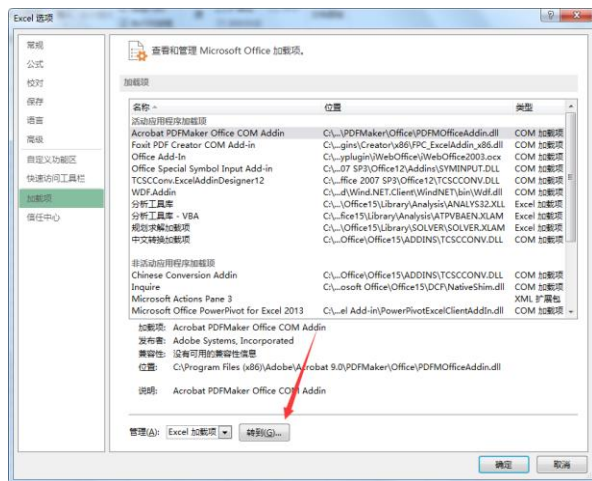
➤ 字符串

- String
- 字符串是用于保存文本数据的，字符串内容应放置于双引号内。



➤ 添加规划求解功能

- 打开Excel，依然找到“文件”→“选项”→“加载项”，找到“Excel加载项”，点击“转到”功能，选择“规划求解加载项”，点击“确定”。
- 设置后可以在“数据”中找到“规划求解”加载项。



CONTENTS

▶ PART 1

Excel基础知识

▶ PART 2

债券法建模违约概率

▶ PART 3

莫顿模型建模违约概率



➤ 债券法估计违约概率的基本模型

- 考虑一个面值为100美元，期限为1年，违约只发生在到期日的零息债券。1年内有两种可能的状态：一种是债券没有违约，债券持有人得到本金；另一种是债券违约，债券持有人得到100美元中回收的部分（用回收率R来计算）。第二种状态发生的概率就是对应期限的风险中性违约概率。

$$P_0 = \frac{100(1 - PD) + 100 \times R \times PD}{1 + r}$$

- 对上式进行调整，代入同面值无风险零息债券价格 $B_0 = 100/(1 + r)$ 得：

$$B_0 - P_0 = \frac{PD \times (100 - 100 \times R)}{1 + r}$$

- 总结来说，具有相同面值的无风险债券和风险债券之间的价差等于风险债券预期损失的折现值；这样的关系也适用于期限超过1年的付息债券。



➤ 债券法估计违约概率的基本模型

- 假设在可能违约的日期 τ 时刻，风险债券持有人持有的权益为 C_τ ，实际收回的是 $C_\tau R$ ，对应的无风险债券的价值为 F_τ 。
- 在上述1年期的例子中，违约只发生在到期日，则 $C_1 = 100$ ， $F_1 = 100$ 。可得：

$$B_0 - P_0 = \frac{PD_1^0(F_1 - C_1 \times R)}{1 + r}$$

- 若考虑存在多个可能的违约时间 τ ，则：

$$B_0 - P_0 = \sum_{\tau} \frac{PD_{\tau}^0(F_{\tau} - C_{\tau} \times R)}{(1 + r_{\tau})^{\tau}}$$
$$B_0 - P_0 = \sum_{\tau} PD_{\tau}^0 \left(B_0^{\tau} - \frac{C_{\tau} \times R}{(1 + r_{\tau})^{\tau}} \right)$$

- B_0^{τ} 为 τ 时刻无风险债券价值在当前的现值。



➤ 债券法估计违约概率的基本模型

- 对模型中的参数做如下说明：
 - ✓ τ : 从理论上了看，违约可以发生在债券存续期中的任何时间，在实际建模中，通常将计算简化为假设只发生在一些特定时间点，例如每季度；
 - ✓ P_0 : 为观测到的公司债市场价格；
 - ✓ B_0 : 通过无风险即期利率对公司债未来现金流折现得出；
 - ✓ PD_τ^0 : 当前时间估计的未来 τ 时的违约概率；
 - ✓ F_τ : 为 τ 时无风险债券的价格；



➤ 债券法估计违约概率的基本模型

- 对模型中的参数做如下说明：
 - ✓ C_T ：为违约时风险债券持有人的权益；根据破产监管制度的不同或者计算难易程度的考量，可以选用本金、本金加应计利息、相应无风险债券市值、违约前债券市值等作为参照。
 - ✓ R ：为回收率。可以基于历史回收率或其他预测模型来进行假设；
 - ✓ r ：为即期利率。通常可采用AAA级政府债券，如美国短期国债，中长期国债的即期利率作为参照，也可参照LIBOR利率。这里我们主要采用美国国债利率作为计算基础。



➤ Excel建模中的必备知识

- 在整个模型计算中时间的确认非常重要，在运用Excel进行建模时需要对关于时间计算的相应函数有所了解。
- Excel中的日计数惯例
 - ✓ 在0的情况下，31日被看成下个月的1日；
 - ✓ 在4的情况下，31日被看成这个月的30日；
 - ✓ LIBOR与EURIBOR的报价采用European的方式（即4），美国国债以及大多数美国利率则采用US的方式报价（即0）。

日计数惯例	
0或省略	US 30/360
1	Actual/Actual
2	Actual/360
3	Actual/365
4	European 30/360



➤ Excel建模中的必备知识

- 计算天数的常用函数

- ✓ $\text{YEARFRAC}(\text{start_date}, \text{end_date}, \text{basis})$ 返回指定的开始时间和指定的结束时间之间的天数占全年天数的百分比，其中basis指的是日计数惯例。
- ✓ $\text{COUPPCD}(\text{settlement}, \text{maturity}, \text{frequency}, \text{basis})$ 返回结算日之前的上一个付息日。
- ✓ $\text{COUPNCD}(\text{settlement}, \text{maturity}, \text{frequency}, \text{basis})$ COUPNCD为返回结算日后的下一票息支付日。
- ✓ $\text{COUPDAYS}(\text{settlement}, \text{maturity}, \text{frequency}, \text{basis})$ 返回结算日所在的付息期的天数。
- ✓ $\text{COUPDAYSNC}(\text{settlement}, \text{maturity}, \text{frequency}, \text{basis})$ 返回从结算日到下一票息支付日之间的天数。



➤ 建模利率

- 使用线性插值法结合市场利率估计不同期限对应的利率。

(通用)

INTSPOT

```
Function INTSPOT(spots, year)
Dim i As Integer, spotnum As Integer
spotnum = spots.Rows.Count
If Application.WorksheetFunction.Count(spots) = 1 Then
INTSPOT = spots
Else
If year <= spots(1, 1) Then
INTSPOT = spots(1, 2)
ElseIf year >= spots(spotnum, 1) Then
INTSPOT = spots(spotnum, 2)
Else
Do
i = i + 1
Loop Until spots(i, 1) > year
INTSPOT = spots(i - 1, 2) + (spots(i, 2) - spots(i - 1, 2)) * (year - spots(i - 1, 1)) / (spots(i, 1) - spots(i - 1, 1))
End If
End If
End Function
```




➤ 建模价格

- 建模定价函数

MYPRICE(settlement,maturity,coupon rate,spots,principal,frequency,[compound],
[fromdate],[basis])

```
Function MYPRICE(settlement As Date, maturity As Date, rate, spots, principal, freq As Integer, _  
Optional compound As Integer, Optional fromdate As Date, Optional basis As Integer)  
Dim t As Date, y As Double  
If compound = 0 Then compound = freq  
If fromdate = 0 Then fromdate = settlement  
If fromdate > maturity Or settlement > maturity Then End  
t = maturity  
y = Application.WorksheetFunction.YearFrac(settlement, maturity, basis)  
MYPRICE = (principal + principal * rate / freq) / (1 + INTSPOT(spots, y) / compound) ^ (y * compound)  
t = Application.WorksheetFunction.CoupPcd(t - 1, maturity, freq, basis)  
Do While t > settlement And t >= fromdate  
y = Application.WorksheetFunction.YearFrac(settlement, t, basis)  
MYPRICE = MYPRICE + (rate * principal / freq) / (1 + INTSPOT(spots, y) / compound) ^ (y * compound)  
t = Application.WorksheetFunction.CoupPcd(t - 1, maturity, freq, basis)  
Loop  
End Function
```



➤ 建模应计利息

- 如果债券持有人的权益包括本金和应计利息，那么需要对应计利息进行建模。

```
Function ACI(fromdate As Date, maturity As Date, rate, freq As Integer, Optional basis As Integer)  
If fromdate < maturity Then  
ACI = rate * 100 / freq * (1 - Application.WorksheetFunction.CoupDaysNc(fromdate, maturity, freq, basis) _  
/ Application.WorksheetFunction.CoupDays(fromdate, maturity, freq, basis))  
End If  
If ACI = 0 Or fromdate = maturity Then  
ACI = rate * 100 / freq  
End If  
End Function
```

- 需要注意的是，这里在建模应计利息时，如果在付息日，我们将应计利息的计算设定为等于这一天支付的利息。而不是如平时计算应计利息时，假定付息日的应计利息为零。原因在于，这里分析的是违约时债券持有人的权益，如果违约日假定应计利息为0，相当于假定在违约日违约方支付了全额的当期利息，这是不合理的。



➤ 债券法计算违约概率——通用汽车案例

- 建模价格：采用通用汽车发行的一款公司债产品进行分析。已知数据包括债券的期限，付息频率，结算日以及平均收益率，结合定价函数可以计算出对应价格。

	A	B	C	D	E	F	G
1		Coupon	Yield	Price		t	Spot Rate
2	Corporate	7.125%	11.74%	78.38		0.08	5.56%
3	Risk-free					0.25	5.64%
4			D2=MYPRICE(B9,B5,B2,C2,100,B6)			0.50	5.68%
5	Maturity	2013/7/15				2.00	5.64%
6	Coupon freq	2				3.00	5.62%
7	Recovery	40%				5.00	5.66%
8						10.00	5.76%
9	Settlement	2006/7/15					



➤ 债券法计算违约概率——通用汽车案例

- 建模价格：基于同样的现金流特征，以无风险利率为基础，计算具有同样现金流特征的无风险债券价格。

	A	B	C	D	E	F	G
1		Coupon	Yield	Price		t	Spot Rate
2	Corporate	7.125%	11.74%	78.38		0.08	5.56%
3	Risk-free	7.125%		108.18		0.25	5.64%
4						0.50	5.68%
5	Maturity	2013/7/15	D3=MYPRICE(B9,B5,B3,spots,100,B6)			2.00	5.64%
6	Coupon freq	2				3.00	5.62%
7	Recovery	40%				5.00	5.66%
8						10.00	5.76%
9	Settlement	2006/7/15					



➤ 债券法计算违约概率——通用汽车案例

- 假设PD在整个时间段内保持不变，对PD进行建模

$$B_0 - P_0 = \sum_{\tau} PD_{\tau}^0 \left(B_0^{\tau} - \frac{C_{\tau} \times R}{(1 + r_{\tau})^{\tau}} \right)$$

$$\rightarrow PD^0 = \frac{B_0 - P_0}{\sum_{\tau} \left(B_0^{\tau} - \frac{C_{\tau} \times R}{(1 + r_{\tau})^{\tau}} \right)}$$

- 假设回收率为40%；
- 假设分析违约的关键时点以付息日为基础来确定；



➤ 债券法计算违约概率——通用汽车案例

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
3	Risk-free	7.125%		108.18		0.25	5.64%					
4						0.50	5.68%					
5	Maturity	2013/7/15				2.00	5.64%					
6	Coupon freq	2				3.00	5.62%					
7	Recovery	40%				5.00	5.66%					
8						10.00	5.76%					
9	Settlement	2006/7/15										
10	Default freq	4										
11	PD per period	1.96%										
12												
13	2006/07/15	Risk-Free	Accrued Int.	Spot Rates	Loss							
14	2006/10/15	108.18	1.78	5.64%	68.03							
15	2007/01/15	108.18	3.56	5.68%	67.90							
16	2007/04/15	104.72	1.78	5.67%	65.68							
17	2007/07/15	104.72	3.56	5.67%	65.55							
18	2007/10/15	101.35	1.78	5.66%	63.38							
19	2008/01/15	101.35	3.56	5.65%	63.25							
39	2013/01/15	72.35	3.56	5.69%	43.59							
40	2013/04/15	69.88	1.78	5.70%	42.01							
41	2013/07/15	69.88	3.56	5.70%	41.93							
42												

A13: =B9
A14: =COUPNCD(A13,B\$5,4,0)
B14: =MYPRICE(B\$9,B\$5,B\$2,spots,100,B\$6,,A14)
C14: =ACI(A14,B\$5,B\$2,B\$6,0)
D14: =INTSPOT(spots,YEARFRAC(B\$9,A14,0))
E14: =B14-(100+C14)*B\$7/(1+D14/B\$6)^(YEARFRAC(B\$9,A14,0)*B\$6)
B11: =(D3-D2)/SUMIF(A14:A1000,"<="&B5,E14:E1000)

CONTENTS

▶ PART 1

Excel基础知识

▶ PART 2

债券法建模违约概率

▶ PART 3

莫顿模型建模违约概率



➤ 结构化模型

- 违约风险的结构化模型是因果关系模型。根据经济理论，人们可以识别借款人会违约的情况，并估计这些情况会发生的概率，以此来估计违约概率。就有限责任公司而言，若资产价值（即公司的价值）不足以偿付公司的负债，违约就会发生。因为

$$\text{资产价值} = \text{所有者权益价值} + \text{负债价值}$$

- 其中，股东获得的是公司的剩余价值。
- 结构化模型的基本前提是，如果资产价值低于与公司负债相关的临界值，就会发生违约。为了说明问题，这里以莫顿提出的简单假设为基础来进行分析。假设负债只包括一个零息债券到期本金K在T时刻到期。因此，违约概率就是在T时刻资产价值低于负债价值的概率。



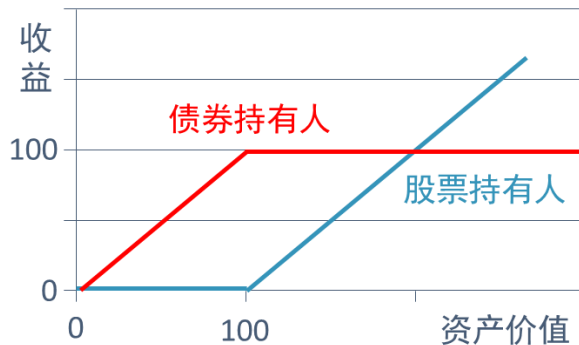
➤ 简化分析

- 假设某股东投资了一家公司，初始投资额为 $S_0 = 100$ ，同时公司向债权人发行了面值 K 为100元、期限1年的零息债券，到期一次性偿还本金，因此会折价发行。企业的初始价值（可以看成是总资产） $V_0 = B_0 + S_0$ ，现在考察一年后债券到期日的情况：

一年后	企业价值 (V_1)	债券价值 (B_1)	股东权益 (S_1)
情况1	$V_1 = 300 > K$	$B_1 = K = 100$	$S_1 = 200 = V_1 - K$
情况2	$V_1 = 200 > K$	$B_1 = K = 100$	$S_1 = 100 = V_1 - K$
情况3	$V_1 = 100 = K$	$B_1 = K = 100$	$S_1 = 0 = V_1 - K$
情况4	$V_1 = 80 < K$	$B_1 = V_1 = 80$	$S_1 = 0$
一般情况	$V_1 = B_1 + S_1$	$B_1 = \text{Min}(K, V_1)$ $= K - \text{Max}(K - V_1, 0)$	$S_1 = \text{Max}(V_1 - K, 0)$



➤ 简化分析



- 股票价值相当于一个以资产价值为标的资产，债务临界值为执行价格的看涨期权多头。
- 债券价值相当于一个到期面值为债务临界值的无风险资产以及一个以资产价值为标的资产，债务临界值为执行价格的看跌期权空头。



➤ 模型结论

- 基于BSM期权定价模型理论，假设资产价值服从对数正态分布，可得如下结论：

$$E = VN(d_1) - Ke^{-rT}N(d_2)$$

$$D = VN(-d_1) + Ke^{-rT}N(d_2)$$

$$d_{1,2} = \frac{\ln(V/Ke^{-rT})}{\sigma\sqrt{T}} \pm \frac{\sigma\sqrt{T}}{2}$$

- 根据BSM期权定价模型的结论， $N(d_2)$ 为看涨期权执行概率，即标的资产价格高于执行价格的概率，在此，就是资产价值高于债务临界值的概率，因此违约概率（即资产价值低于债务临界值的概率）为 $N(-d_2)$ 。



➤ 模型结论

- 通常情况下是无法直接观察资产市场价值的。期权定价理论可以用来解决这个问题，因为它揭示了不可观测的变量资产与可观测的变量股票之间关系。对于上市公司，我们可以观察股票的市场价值，它是由股价乘以流通股的数量得出的。上述关于股票价值的估计模型可以帮助我们估计资产价值与资产波动率。但是这里仅有一个公式，要解两个变量会较为困难，因此我们需要结合过去的信息增加可用的信息。



➤ 迭代接近法

- 结合之前的结论，股票价值与资产价值之间的关系为：

$$E = VN(d_1) - Ke^{-rT}N(d_2)$$

- 重新调整后得出：

$$V = (E + Ke^{-rT}N(d_2)) / N(d_1)$$

- 如果回顾过去一年，假设一共是260个交易日，假设当前时间点为t时刻，可以得出以下一组方程组：

$$V_t = (E_t + K_t e^{-r_t(T-t)} N(d_2)) / N(d_1)$$

$$V_{t-1} = (E_{t-1} + K_{t-1} e^{-r_{t-1}(T-t+1)} N(d_2)) / N(d_1)$$

...

$$V_{t-260} = (E_{t-260} + K_{t-260} e^{-r_{t-260}(T-t+260)} N(d_2)) / N(d_1)$$



➤ 迭代接近法

- 为计算方便，结构模型通常被用来计算1年的违约概率。因而上述方程组可以简化为：

$$V_t = (E_t + K_t e^{-r_t} N(d_2)) / N(d_1)$$

$$V_{t-1} = (E_{t-1} + K_{t-1} e^{-r_{t-1}} N(d_2)) / N(d_1)$$

...

$$V_{t-260} = (E_{t-260} + K_{t-260} e^{-r_{t-260}} N(d_2)) / N(d_1)$$



➤ 迭代接近法

- 通过迭代方式可以处理方程组的计算：
 - ✓ 迭代0：对于 V_{t-a} ($a = 0, 1, \dots, 260$) 设置初始值。可以通过股票的市场价值和负债的账面价值之和来进行计算。通过 V_{t-a} 计算对数资产收益的标准差作为波动率的合理估计。
 - ✓ 迭代k：将之前迭代得出的 V_{t-a} 和 σ 带入BSM公式计算 d_1 和 d_2 ，随后根据其计算新的 V_{t-a} 。
 - ✓ 继续迭代直到过程收敛。检查收敛性的一种方法是检查从一个迭代到下一个迭代的资产价值的变化。如果连续的资产价值之间的差的平方和小于某个小值（例如 10^{-10} ）我们停止迭代。



➤ 迭代接近法——安然案例分析

- 现在采用这个计算方法对违约前的安然（Enron）进行分析。从美国证券交易委员会数据库收集有关安然债务的季度数据。将一年期美国国债利率作为无风险收益率的参照，从数据供应商处获得其股票市值的数据。在将每日的股票价值数据与季度负债数据联系起来时，采用最新的、可用的数据进行计算。



	A	B	C	D
1	Data (Values in Bn)			
2	Date	Market	Book	Log Risk-
3		Equity E	Liabilities	Free Rate r
4	2000/08/31	62,715.57	34,797.00	0.059966
5	2000/09/01	63,038.83	34,797.00	0.060436
6	2000/09/04	63,038.83	34,797.00	0.060201
7	2000/09/05	63,546.82	34,797.00	0.059966
8	2000/09/06	62,346.11	34,797.00	0.060060
9	2000/09/07	61,330.10	34,797.00	0.060342
10	2000/09/08	62,207.55	34,797.00	0.060154
11	2000/09/11	63,546.82	34,797.00	0.060154
12	2000/09/12	63,639.18	34,797.00	0.059871



➤ 迭代接近法——安然案例分析

● 迭代0

- ✓ 对于 V_{t-a} ($a = 0, 1, \dots, 260$) 设置初始值。可以通过股票的市场价值和负债的账面价值之和来进行计算。通过 V_{t-a} 计算对数资产收益的标准差作为波动率的合理估计。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Data (Values in Bn)				Calculations					
2	Date	Market	Book	Log Risk-	Asset Values		Log Returns	Asset Volatility		
3		Equity E	Liabilities L	Free Rate r	iter k	iter k+1	iter k	iter k		
4	2000/08/31	62,715.57	34,797.00	0.059966	97,512.57			28.09%		
5	2000/09/01	63,038.83	34,797.00	0.060436	97,835.83		0.33%	Sum of Squared Errors		
6	2000/09/04	63,038.83	34,797.00	0.059966	97,835.83		0.00%			
7	2000/09/05	63,546.82	34,797.00	0.059966	98,343.82		0.52%			
8	2000/09/06	62,346.11	34,797.00	0.060060	97,143.11	G5=LN(E5/E4)	-1.23%	H4=STDEV(G5:G265)*260^0.5		
9	2000/09/07	61,330.10	34,797.00	0.060342	96,127.10		-1.05%			
10	2000/09/08	60,207.55	34,797.00	0.060154	97,004.55		0.01%			



➤ 迭代接近法——安然案例分析

- 迭代k

- ✓ 将之前迭代得出的 V_{t-a} 和 σ 带入BSM公式计算 d_1 和 d_2 ，随后根据其计算新的 V_{t-a} 。
- ✓ 为了便于计算，使用VBA定义 d_1 的计算

Microsoft Visual Basic for Applications - Merton.xlsm - [模块1 (代码)]

文件(F) 编辑(E) 视图(V) 插入(I) 格式(O) 调试(D) 运行(R) 工具(T) 外接程序(A) 窗口(W) 帮助(H)

行 9, 列 1

工程 - VBAProject

VBAProject (Merton.xlsm)

```
(通用)

Function BSd(S As Single, K As Single, T As Integer, r As Single, sigma As Single) As Single
    BSd = (Log(S / K) + r * T) / (sigma * T ^ 0.5) + 0.5 * sigma * T ^ 0.5
End Function
```



➤ 迭代接近法——安然案例分析

● 迭代k

✓ 计算新的 V_{t-a}

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Data (Values in Bn)				Calculations				
2	Date	Market	Book	Log Risk-	Asset Values		Log Returns	Asset Volatility	
3		Equity E	Liabilities L	Free Rate r	iter k	iter k+1	iter k	iter k	
4	2000/08/31	62,715.57	34,797.00	0.059966	97,512.57	95,487.03		28.09%	
5	2000/09/01	63,038.83	34,797.00	0.060436	97,835.83	95,714.88	0.33%	Sum of Squared Errors	
6	2000/09/04	63,038.83	34,797.00	0.060201	97,835.83	95,702.59	0.00%		
7	2000/09/05	63,546.82	34,797.00	0.059966	98,343.31	95,718.31	0.52%		
8	2000/09/06	62,346.11	34,797.00	0.060066					
9	2000/09/07	61,330.10	34,797.00	0.060342					
10	2000/09/08	62,207.55	34,797.00	0.060154					
11	2000/09/11	63,546.82	34,797.00	0.060154					

F4=(B4+C4*EXP(-D4*1)*NORMSDIST(bsd(E4,C4,1,D4,H\$4)-H\$4))/NORMSDIST(bsd(E4,C4,1,D4,H\$4))



➤ 迭代接近法——安然案例分析

- 继续迭代直到过程收敛。
 - ✓ 检查收敛性的一种方法是检查从一个迭代到下一个迭代的资产价值的变化。如果连续的资产价值之间的差的平方和小于某个小值（例如 10^{-10} ）我们停止迭代。

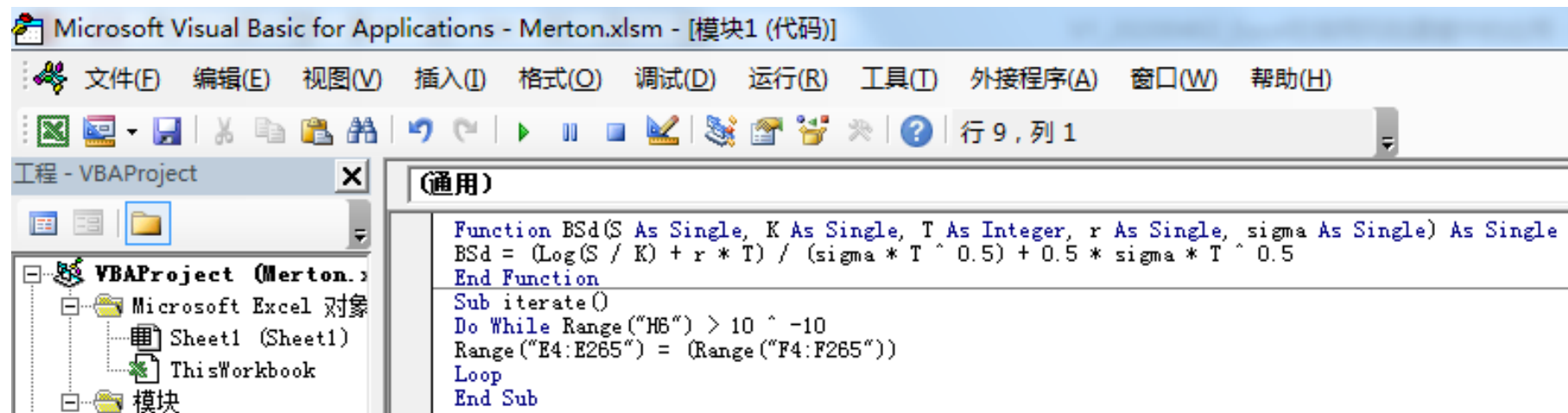
	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Data (Values in Bn)			Calculations				
2	Market	Book	Log Risk-	Asset Values		Log Returns	Asset Volatility	
3	Equity E	Liabilities L	Free Rate r	iter k	iter k+1	iter k	iter k	
4	62,715.57	34,797.00	0.059966	97,512.57	95,487.03		28.09%	
5	63,038.83	34,797.00	0.060436	97,835.83	95,794.88	0.33%	Sum of Squared Errors	
6	63,038.83	34,797.00	0.060201	97,835.83	95,802.59	0.00%	1.E+09	
7	63,546.82	34,797.00	0.059966	98,343.82	96,318.31	0.52%		
8	62,346.11	34,797.00	0.060060	97,143.11	95,114.47	1.22%		
9	61,330.10	34,797.00	0.060342	96,127.10	94,089.16			
10	60,327.55	34,797.00	0.060154	95,224.55	93,252.82	0.01%		

H6=SUMXMY2(E4:E265,F4:F265)



➤ 迭代接近法——安然案例分析

- 继续迭代直到过程收敛。
 - ✓ 使用VBA建立迭代过程





➤ 迭代接近法——安然案例分析

● 运行迭代过程

	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Data (Values in Bn)			Calculations				
2	Market	Book	Log Risk-	Asset Values		Log Returns	Asset Volatility	
3	Equity E	Liabilities L	Free Rate r	iter k	iter k+1	iter k	iter k	
4	62,715.57	34,797.00	0.059966	95,486.97	95,486.97		28.42%	
5	63,038.83	34,797.00	0.060436	95,794.82	95,794.82	0.32%	Sum of Squared Errors	
6	63,038.83	34,797.00	0.060201	95,802.53	95,802.53	0.01%	1.E-11	
7	63,546.82	34,797.00	0.059966	96,318.25	96,318.25	0.54%		
8	62,346.11	34,797.00	0.060060	95,114.40	95,114.40	-1.26%		
9	61,330.10	34,797.00	0.060342	94,089.08	94,089.08	-1.08%		
10	62,207.55	34,797.00	0.060154	94,972.75	94,972.75	0.93%		
11	63,546.82	34,797.00	0.060154	96,312.08	96,312.08	1.40%		



➤ 迭代接近法——安然案例分析（续）

- 使用CAPM模型估计资产收益率

- ✓ CAPM模型如下： $E(R_i) - R = \beta_i(E(R_M) - R)$

- ✓ 其中R是一般无风险收益率（ $R = \exp(r) - 1$ ）。以标普500指数收益率作为市场组合收益率的参照。



	A	B	C	D
1	Data			
2	Date	Asset Value	S&P 500	Risk-free rate
3				
4	2000/08/31	95,486.97	1517.68	6.18%
5	2000/09/01	95,794.82	1520.77	6.23%
6	2000/09/04	95,802.53	1520.77	6.21%
7	2000/09/05	96,318.25	1507.08	6.18%
8	2000/09/06	95,114.40	1492.25	6.19%
9	2000/09/07	94,089.08	1502.51	6.22%
10	2000/09/08	94,972.75	1494.50	6.20%
11	2000/09/11	96,312.08	1489.26	6.20%
12	2000/09/12	96,413.70	1481.99	6.17%
13	2000/09/13	96,660.08	1484.01	6.17%



➤ 迭代接近法——安然案例分析

- 使用CAPM模型估计资产收益率

- ✓ 估计超额收益（超出无风险收益率的部分）

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Data				Excess Return				
2	Date	Asset Value	S&P 500	Risk-free rate	Asset Value	S&P 500			
3									
4	2000/08/31	95,486.97	1517.68	6.18%					
5	2000/09/01	95,794.82	1520.77	6.23%	0.30%	0.18%			
6	2000/09/04	95,802.53	1520.77	6.21%	-0.02%	-0.02%			
7	2000/09/05	96,318.25	1507.08	6.18%	0.51%	-0.92%			
8	2000/09/06	95,114.40	1492.25	6.19%	-1.27%	-1.01%			
9	2000/09/07	94,089.08			1.10%	0.66%			
10	2000/09/08	94,972.75			0.92%	-0.56%			
11	2000/09/11	96,312.08	1489.26	6.20%	1.39%	-0.37%			

$$E5 = (B5/B4 - 1) - D4/260$$

$$F5 = (C5/C4 - 1) - D4/260$$



➤ 迭代接近法——安然案例分析

● 使用CAPM模型估计资产收益率

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Data				Excess Return			CAPM Calculations	
2	Date	Asset Value	S&P 500	Risk-free rate	Asset Value	S&P 500		(Market premium assumed 4%)	
3									
4	2000/08/31	95,486.97	1517.68	6.18%					
5	2000/09/01	95,794.82	1520.77	6.23%	0.30%	0.18%		Beta	0.2927
6	2000/09/04	95,802.53	1520.77	6.21%	-0.02%	-0.02%		Expected asset return	0.0464
7	2000/09/05	96,318.25	1507.08	6.18%	0.51%	-0.92%		Log Return	0.0454
8	2000/09/06	95,114.40	1492.25	6.19%	-1.27%	-1.01%			
9	2000/09/07	94,089.08	1502.51	6.22%	-1.10%	0.66%			
10	2000/09/08	94,972.75	1494.50	6.20%	0.92%	-0.56%			
11	2000/09/11	96,312.08	1489.26	6.20%	1.39%	-0.37%			
12	2000/09/12	96,413.70	1481.99	6.17%	0.08%	-0.51%			
13	2000/09/13	96,660.08	1484.91	6.12%	I5=SLOPE(E5:E265,F5:F265)				
14	2000/09/14	97,026.47	1480.87	6.13%	0.36%	-0.36%			
15	2000/09/15	98,870.68	1465.81	6.14%	1.88%	-1.04%		I6=D265+I5*4%	
16	2000/09/18	98,892.31	1444.51	6.07%	0.00%	-1.48%			
17	2000/09/19	95,514.76	1459.90	6.09%	-3.44%	1.04%		I7=LN(1+I6)	



➤ 迭代接近法——安然案例分析

- 使用上述计算得出的最新的资产价值，资产波动率，资产收益率计算违约概率

	A	B	C	D	E	F	G
1	Estimates						
2	Asset Value	75,602.09					
3	Asset Volatility	28.42%					
4	Asset Drift Rate	4.54%					
5							
6	Balance Sheet Data						
7	Liabilities L	51,652.00					
8							
9	Default Probability Calculations						
10	Distance to default (d2)	1.36					
11	Default Probability	8.72%					
12							
13							
14							

$$B10 = (\ln(B2/B7) + B4 * 1) / (B3 * 1) - 0.5 * B3 * 1$$

$$B11 = \text{NORMSDIST}(-B10)$$



➤ 基于股票价值与股票波动率的计算方法

- 上述迭代接近法采用的是一个计算式两个未知量的方法，通过结合多个历史数据进行分析的方式来解决计算难题。而另一种计算方法是以当前数据为基础，通过引入另一个计算式来解决计算难题。
- 结合前述结论，股票价值可以看成是资产价值的看涨期权，因此股票波动率与资产、资产波动率之间的关系也可以通过下式表达：

$$\sigma_E = \sigma_V N(d_1) V_t / E_t$$

- 结合

$$E = VN(d_1) - Ke^{-rT}N(d_2)$$

- 可以估算出资产价值与资产波动率。



➤ 基于股票价值与股票波动率的计算方法——安然案例分析

- 采用前述分析的基本数据，从股票市场获得股票价值数据，然后结合历史数据估计股票波动率。

	A	B	C	D	E	F
1	Date	Stock Price	Log Return		Volatility (per annum)	
2						
3	2000/08/31	84.88			45.65%	
4	2000/09/01	85.31	0.51%			
5	2000/09/04	85.31	0.00%			
6	2000/09/05		0.81%			
7	2000/09/06		1.90%			
8	2000/09/07	83.00	-1.65%			
9	2000/09/08	84.10	1.33%			

$C4 = \text{LN}(B4/B3)$

$E3 = \text{STDEV}(C4:C264) * 260^{0.5}$



➤ 基于股票价值与股票波动率的计算方法——安然案例分析

● 设置基础模型

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Data/Assumptions						Objective: minimize deviation data-model			
2	Equity Value (V)	26,237.48					Squared errors	0.00842		
3	Equity Volatility	45.65%								
4	Liabilities (K)	51652								
5	Risk free rate	3.41%								
6	Horizon	1								
7										
8	Unknowns									
9	Asset Value	77,889.48								
10	Asset Volatility	0.1537828								
11										
12	Model Value from BSM									
13	d ₁	2.97								
14	d ₂	2.82								
15	Equity Value	27,975.01								
16	Equity Volatility	42.75%								
17										
18										
19										
20										
21										

Formulas and Calculations:

- $B9 = B2 + B4$
- $B10 = B2 * B3 / B9$
- $B13 = (\ln(B9/B4) + B5 * 1) / B10 + 0.5 * B10$
- $B14 = (\ln(B9/B4) + B5 * 1) / B10 - 0.5 * B10$
- $B15 = B9 * \text{NORMSDIST}(B13) - B4 * \text{EXP}(-B5) * \text{NORMSDIST}(B14)$
- $B16 = B9 * B10 / B15 * \text{NORMSDIST}(B13)$
- $B24 = (B15/B2 - 1)^2 + (B16/B3 - 1)^2$



➤ 基于股票价值与股票波动率的计算方法——安然案例分析

- 利用规划求解，令模型结论与观测结论的偏差最小，将股票价值与股票波动率调整成百分比变化便于一起计算偏差。

规划求解参数

设置目标:(D) 到: ☐ 最大值(M) ☒ 最小值(N) ☐ 目标值(V)

通过更改可变单元格:(B)

遵守约束:(U)

☒ 使无约束变量为非负数(K)

选择求解方法:(E) 选项(P)

求解方法
为光滑非线性规划求解问题选择 GRG 非线性引擎。为线性规划求解问题选择单纯线性规划引擎，并为非光滑规划求解问题选择演化引擎。

帮助(H) 求解(S) 关闭(Q)

	A	B	C	D	E	F
1	Data/Assumptions			Objective: minimize deviation data-model		
2	Equity Value (V)	26,237.48		Squared errors	4.94E-10	
3	Equity Volatility	45.65%				
4	Liabilities (K)	51652				
5	Risk free rate	3.41%				
6	Horizon	1				
7						
8	Unknowns					
9	Asset Value	76,146.74				
10	Asset Volatility	15.78%				
11						
12	Model Value from BSM					
13	d ₁	2.76				
14	d ₂	2.60				
15	Equity Value	26,238.06				
16	Equity Volatility	45.65%				



➤ 基于股票价值与股票波动率的计算方法——安然案例分析

- 参照迭代接近法，使用CAPM模型计算资产收益率，这里直接沿用之前的结论（资产收益率为4.54%），计算违约概率：

	A	B
1	Estimates	
2	Asset Value	76,146.74
3	Asset Volatility	15.78%
4	Asset Drift Rate	4.54%
5		
6	Balance Sheet Data	
7	Liabilities L	51,652.00
8		
9	Default Probability Calculations	
10	Distance to default (d2)	2.67
11	Default Probability	0.38%



➤ 迭代接近法与基于股票价值与股票波动率的计算方法的对比

	迭代近似法	基于股票价值与股票波动率的计算方法
资产价值	75, 602. 09	76, 146. 74
资产波动率	28. 42%	15. 69%
违约概率	8. 72%	0. 36%

- 可以看出两种方法的结论差异较大。虽然资产价值相对接近，但因为资产波动率估计差异较大，所以违约概率估计的差异也相对较大。回顾后可以发现，第二种方法中是根据市场股票价格估算股票波动率的，如果这个波动率固定不变，那么使用这个估计来进行分析是一种合适的方法。然而，根据：

$$\sigma_E = \sigma_V N(d_1) V_t / E_t$$



➤ 迭代接近法与基于股票价值与股票波动率的计算方法的对比

- 因此，如果 V_t/E_t 变动较大，那么股票波动率就会发生较大变动，估计就不够准确。
在安然案例中分析的这段时间， V_t/E_t 变动非常大，所以估计不够准确。而迭代接近法中没有隐含股票波动率恒定不变的假设，所以相对准确。
- 因此如果实际数据 V_t/E_t 变化较大，那么使用迭代接近法会更合适一些。

➤ 分析结果与穆迪KMV模型结论相比较（可以在穆迪网站上获取对应的报告）







- 穆迪的KMV模型与莫顿模型的区别
 - ✓ 使用简化的违约距离计算模型；
 - ✓ 考虑短期债务、长期债务的不同影响，违约点以短期债务与长期债务的一定加权为判断依据；
 - ✓ 展开分布假设，将违约距离与历史违约数据结合来推断违约概率。



- 分析结果与穆迪KMV模型结论相比较（可以在穆迪网站上获取对应的报告）
 - 根据穆迪的结论，在2001年八月末，安然的违约概率估计为2%。这个结论高于上述探讨的第二种建模方式得出的结论，而低于第一种建模方式得出的结论。造成差异的主要原因在于将债务拆分为短期和长期区别分析，可能会造成风险的低估。由于一些表外业务，采用资产负债表数据可能会造成债务的低估，但是在迭代接近法中我们使用的是总债务进行计量，会在一定程度上减少这种偏差。
 - 根据目前的建模经验来看的话，莫顿模型有时会产生较低的，与实际情况不相符的违约概率估计，但是总体而言，莫顿模型在根据违约风险来对企业进行排序时还是比较适用的模型。

金程教育·匠心出发·质量万里行-开启24h学员满意度提升通道

- 2019年，金程教育开启“匠心出发，质量万里行”学员满意度提升通道。如果您对我们的产品、服务有任何建议或意见，都可以通过以下方式联系我们，我们承诺在的24小时内给予您反馈。

 quality@gfedu.net	 15216707426
 sd15216707426  金程Quality 中国 扫一扫上面的二维码图案，加我微信	 2199765753  金程Quality 扫一扫二维码，加我QQ。

- 您的宝贵意见是我们持续改进、不断进步的源泉！期待并感谢您的任何声音，我们将用心倾听！用行动改进！

Thank you!

