

Exercices et Devoir

Exercice 1 Pour contrôler un lot important d'articles, on adopte la règle suivante :

- on prélève un article au hasard ; s'il est mauvais on refuse le lot ; s'il est bon, on prélève un deuxième article.
- si le deuxième article est mauvais, on refuse le lot ; s'il est bon, on prélève un troisième article.
- si le troisième article est mauvais, on refuse le lot ; s'il est bon, on accepte le lot.
- Calculer la probabilité de refuser le lot et l'espérance du nombre d'articles prélevés, en fonction de la proportion d'articles défectueux dans le lot.
- Comparer ces résultats à ceux que l'on aurait obtenus en prélevant directement trois articles, et en refusant le lot si l'un d'eux au moins est mauvais.

Cet exercice nous permet d'introduire le principe du contrôle progressif, fréquemment utilisé en usine. Commencez par faire l'arbre de décision afin de bien cerner les différents cas possibles. Une fois cela effectué, établissez la loi du nombre de pièces prélevées (X) et calculez son espérance. Trouvez la valeur maximale prise par l'espérance et comparez la à l'espérance du nombre de pièces prélevées avec le second test.

Exercice 2 Une entreprise réceptionne périodiquement des lots de pièces d'un certain type destinées à entrer dans des assemblages. On suppose que les conditions d'utilisation de ces pièces rendent souhaitable le rejet d'un lot contenant une proportion de déchets supérieure à 8%.

- On décide d'adopter la règle suivante : on prélève 100 pièces que l'on examine une à une, et on compte le nombre k de pièces défectueuses ; si ce nombre est inférieur ou égal à 3, on accepte le lot ; dans le cas contraire, on le refuse. En admettant l'approximation de Poisson, quelle est la limite supérieure du risque d'accepter un lot contenant plus de 8% de déchets ?

- Le fournisseur souhaiterait ne pas se voir refuser des lots qu'il estime éminemment convenables lorsqu'ils contiennent moins de 3% de déchets. Quel risque maximum encoure-t-il avec la règle précédente ?
- Que deviennent les 2 risques précédents si l'on prélève 200 pièces et que l'on fixe comme limite d'acceptation $k \leq 9$?
- On adopte un plan d'échantillonnage multiple défini de la façon suivante :
 - on prélève 100 pièces. Si $k_1 \leq 3$, on accepte le lot ; si $k_1 > 9$, on le refuse ;
 - si $3 < k_1 \leq 9$, on prélève à nouveau 100 pièces. Si $k_1 + k_2 \leq 9$, on accepte le lot ; sinon on le refuse.
- Comparer son efficacité au précédent. Quelle est l'espérance mathématique du nombre de pièces prélevées ?

Exercice 3 Un fabricant produit des axes cylindriques dont le diamètre est distribué suivant une loi normale d'écart-type égal à 8. Les limites de tolérance pour le diamètre sont [90, 130]. Pour réceptionner un lot important de ces pièces, on décide d'adopter soit un procédé quantitatif A, soit un procédé qualitatif B. Comparer les deux procédés.

- Procédé A : On prélève n pièces, on mesure leurs diamètres et on calcule la moyenne m des n diamètres, puis on adopte la règle suivante :
 - si $a < m < b$, on accepte le lot.
 - si $m < a$ ou $m > b$, on le refuse.
- On détermine n , a et b en s'imposant les conditions :
 - si la proportion de pièces défectueuses dans le lot (diamètre extérieur à l'intervalle [90, 130]) est supérieure à 5 %, on veut avoir 96 % de chance au moins de refuser le lot ;
 - si cette proportion est inférieure à 2 %, on veut avoir 15 % de chance au plus de refuser le lot.
- Procédé B : On prélève 300 pièces, on les passe au calibre et on compte le nombre k de pièces défectueuses, puis on adopte la règle suivante :
 - si $k \leq 8$, on accepte le lot ;
 - si $k \geq 8$, on le refuse. Commencez par calculer la proportion de déchets lorsque l'appareil est bien réglé. Vous constaterez que cette valeur est faible (1.24 %) ; ceci signifie que pour atteindre 2% puis 5% de déchets il faut décaler le réglage vers la droite ou vers la gauche de sorte que la proportion de déchets du côté opposé à celui vers lequel on dérègle la machine deviennent négligeable. N'hésitez pas à faire des schémas, ils vous faciliteront

grandement la tâche.

Exercice 4 Dans un atelier de peinture, l'air est analysé toutes les heures. Le seuil maximal admissible pour un certain polluant est fixé à 7,7 ppm. Si la teneur du polluant est distribuée suivant une loi normale de moyenne 7,6 et d'écart-type 0,04 et si l'erreur de mesure suit une loi normale de moyenne 0 et d'écart-type 0.03 calculer les probabilités pour que :

- Une mesure dépasse 7,7.
- La moyenne de 2 mesures dépasse 7,7.

Exercice 5 Pour réceptionner un lot d'acier, on se propose d'examiner sa résistance à la traction. Pour cela, on prélève dans le lot des éprouvettes cylindriques qui sont soumises à un effort de traction jusqu'à rupture. En admettant que l'ensemble des éprouvettes que l'on pourrait extraire donnerait lieu, en ce qui concerne leur résistance, à une distribution normale d'écart-type égal à 20kg/mm, on se propose d'élaborer une règle de contrôle satisfaisant aux conditions suivantes. On prélèvera un nombre fixé n d'éprouvettes et on déterminera la moyenne m de leurs résistances. Le lot sera accepté (ou refusé) selon que m sera supérieure (ou inférieure) à une certaine valeur x . Déterminer n et x de telle façon que :

- si la résistance moyenne du lot est égale (ou inférieure) à 80kg/mm, la probabilité ? qu'il soit accepté est égale (ou inférieure) à 0.001
- si la résistance moyenne du lot est égale (ou supérieure) à 100kg/mm, la probabilité ? qu'il soit refusé est égale (ou inférieure) à 0.01.

Quelle est, en fonction de la résistance moyenne du lot, la probabilité pour que le lot soit accepté après un tel jugement sur échantillon ? Quelle signification concrète peut-on donner à ? et ? du point de vue de l'acheteur et de celui du fournisseur ?

Cet exercice permet de mettre en application les notions de "risque de l'acheteur" ? et de "risque du fournisseur" ? . On vous propose de mettre en place un test de réception répondant aux critères de l'acheteur et du fournisseur. La résolution de l'exercice est grandement facilitée si vous prenez le temps de faire un schéma clair, faisant figurer les différents paramètres du problème. ?Une fois cela effectué, vous trouverez sans difficulté le système d'équations à résoudre. Mise en garde : faites bien attention à différencier la population de départ qui suit une loi normale et la population de n éprouvettes dont on va s'intéresser à la loi de la moyenne ...

Exercice 6 Un lot d'un certain type de fusées a été stocké pendant deux ans. Les spécifications de ce lot indiquent une portée en moyenne égale à 2000 mètres avec un écart-type de 100 mètres. On veut contrôler si le lot est encore en état. On fixe pour cela que :

- la probabilité de réformer le lot si la portée moyenne a diminué de 100 mètres doit être égale à 90%,
- la probabilité de le réformer si elle n'a pas changé doit être égale à 5% seulement.
 - Combien de fusées faut-il contrôler ?
 - Si la moyenne de l'échantillon contrôlé est trouvée égale à 1930 mètres, doit-on réformer le lot ?