Contrôle statistique de qualité

Mitra Fouladirad

Capabilité - Echantillonnage

Généralité

Définition: On appelle "specifications" un couple de valeurs (USL, LSL) entre lesquelles doit se trouver la grandeur mesurable X concernée. On les appelle aussi "tolérances inférieure et supérieure".

On se fonde sur l'hypothèse (forte!) que ces mesures suivent une loi gaussienne $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$, les paramètres devant être estimés sur des échantillons. De fait, dans des cas assez rares, l'hypothèse gaussienne n'est pas utilisée, mais par exemple il arrive parfois que l'on utilise des lois du type
$\mathbb{P}(X \geq x) = e^{-e^{-x}}$

Généralité

En général, on voudrait que m soit l'objectif idéal et
$m = \frac{USL+LSL}{2}$
Le but des cartes est de donner un moyen qui permette de mesurer le risque de produire des objets défectueux (non conformes), i.e. X_j n'appartient pas à $[USL, LSL]$. D'où l'importance de maîtriser l'usage de la loi gaussienne et des tables afférentes

Généralité

Définition: On dit qu'un procédé est "stable" s'il a été suffisamment testé et corrigé pour que la suite des mesures $(X_i)_{i\geq 1}$ suive une loi gaussienne.

Au vu des échantillons préalables, on admet que
- la loi est gaussienne,
- la suite des moyennes $(X_i, i = 1, \cdots, n)$ est stable,
- la suite des étendues $(R_i = \max_j(X_i^j) - \min_j(X_i^j), i = 1, \cdots, n)$ ou des écarts-types (s_i) est stable.

Généralité

Estimation de σ

-si $n \leq 10$ $\widehat{\sigma} = \frac{1}{d_2(n)} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} R_i$

-si $n \geq 10$ $\widehat{\sigma}^2 = \frac{1}{c_4(n)} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} s_i$

$c_4(n) = \sqrt{\frac{2}{n-1}} \frac{\Gamma(n/2)}{\Gamma((n-1)/2)}$

Capabilité

Définition: $C_p = \frac{USL-LSL}{6\sigma}$
Interpretaion: Si $C_p = 1$ et $m = T_0 = \frac{USL+LSL}{2}$ alors on obtient la proportion de défectueux suivante :

$$p_d = \mathbb{P}(X \leq LSL) + \mathbb{P}(X \geq USL) = \Phi(-1) + 1 - \Phi(3) = 0.0024$$

Si $C_p > 1$, on a une proportion de défectueux moins de 0.0024,
Si $C_p < 1$, on a une proportion de défectueux plus de 0.0024, ce qui n'est pas acceptable.

Les praticiens aiment bien que $C_p = 1.33$ ce qui correspond à $\frac{USL-m}{\widehat{\sigma}} = 4$ et à une proportion de défectueux de 6 pour 100 000.

Autres indices de capabilité

Définition: $C_{pk} = \min(\frac{USL-\bar{X}}{3\widehat{\sigma}}, \frac{\bar{X}-LSL}{3\widehat{\sigma}})$, $C_{pu} = \frac{USL-\bar{X}}{3\widehat{\sigma}}$ et $C_{pl} = \frac{\bar{X}-LSL}{3\widehat{\sigma}}$
Proposition: $C_p = C_{pk} \Leftrightarrow \bar{\bar{X}} = T_0$ plus précsisément

$$C_p - C_{pk} = \frac{|T_0 - \bar{\bar{X}}|}{3\widehat{\sigma}}$$

Interprétation probabiliste de C_{pk}: en acceptant l'hypothèse gaussienne avec les paramètres estimés, et si $C_{pk} \geq 2.5$, alors $\mathbb{P}(\{X \leq LSL\} \cup \{X \geq USL\}) \leq 2(1 - \Phi(3C_{pk}))$
Capabilité théorique: $C_p^{th} = \frac{USL-LSL}{6\sigma}$
Capabibilité expérimental $C_p^{exp} = \frac{USL-LSL}{6\widehat{\sigma}}$
alors $C_p^{th} = \frac{\widehat{\sigma}}{\sigma} C_p^{exp}$ sachant que $n(k-1)\widehat{\sigma}^2 \sim \chi^2(n(k-1))$ la table de χ^2 peut être utilisée pour un test d'égalité.

Echantillionnage

Contrôle réception par échantillonnage

- Un protocole de prélèvement spécifique
- Pour définir des règles de décisions permettant l'acceptation ou le refus d'un lot.
- Dans le but de ne mettre en fabrication que des produits de base sans défaut.

Le contrôle à 100% peut être impossible (frais de contrôle trop élevé, contrôle destructif, . . .) ou avantageusement remplacé par un contrôle par échantillonnage.
On considère des lots de produit, sur chaque lot on prélève un ou plusieurs échantillons que l'on contrôle afin d'estimer la qualité du lot. Le lot est ensuite accepté ou refusé.

Contrôle réception par échantillonnage

- But est de rejeter des lots pas d'estimer la qualité
- Pas une mesure de qualité, même si tout va bien et des lots identiques certains lots rejetés
- Contrôle des procédés (carte) contrôle et améliore la qualité pas l'échantillonnage
- comme un audit

Contrôle réception par échantillonnage

Utile dans les cas suivants

- Le test est destructif
- Le coût de 100% d'inspection est élevé
- 100% d'inspection impossible
- Beaucoup de produit à inspecter
- Fournisseur a un excellent histoire de qualité
- Risque élevé

Contrôle réception par échantillonnage

Les avantages suivants par rapport à 100% d'inspection

- moins cher
- réduit dommage
- applicable pour les tests destructibles
- Peu de personnel
- réduit l'erreur due à l'inspection
- Risque élevé

Contrôle réception par échantillonnage

Les inconvénients suivants par rapport à 100% d'inspection

- Le risque d'accepter un mauvais et rejeter un bon
- Peu d'information est obtenue
- nécessite une planification

Les paramètres à définir

- échantillon : taille des échantillons et nombre, méthode de prélèvement de l'échantillon. On parle de plan d'échantillonnage simple (1 échantillon de n éléments), double (2 échantillons), multiple (m échantillons) ou progressif (m échantillons de 1 éléments).
- le modèle statistique utilisé : en général loi binomiale ou loi de Poisson
- le critère ou les critères d'acceptation si contrôle par attributs (normal, réduit et renforcé).
- ce que l'on fait des éléments non conformes. Leur enlèvement du lot améliore la qualité du lot.

Type de lots préférable

- homogène,
- grand,
- Conforme aux critères du client et du fournisseur

Notions de base

- La qualité effective d'un lot notée p: la proportion de pièces non conformes qu'il contient.
- c: le critère d'acceptation
- la courbe d'efficacité d'un plan d'échantillonnage (CE): représente les probabilités d'acceptation d'un lot en fonction de la proportion p de pièces non conformes qu'il contient. La courbe d'efficacité idéale est celle qui accepte tous les lots ayants une qualité effective p meilleure qu'un critère d'acceptation c et qui refuse tous les autres.

Généralité

Définition: Un plan de contrôle est une modalité de prélèvement qui permet de définir une règle de décision pour accepter ou rejeter un lot.

Il est déterminé par un couple (n, c) où n est la taille du prélèvement et c est le seuil tel que si le nombre de non conformes $X \leq c$ le lot est accepté, sinon, il est rejeté.

Soit un lot de N pièces, on en prélève n au hasard. On suppose p la proportion de non conformes (la "qualité" du lot), $p \in [0, 1]$, et n très petit devant N. Cette hypothèse permet d'assurer que le tirage sans remise n'affecte pas la proportion p.

Généralité

Que se passe-t-il puisqu'en fait on ne connait pas p? On étudie $P_a : p \to \mathbb{P}(X \leq c)$ Le graphe de cette fonction s'appelle la "courbe d'efficacité" à tracer à n et c fixés. Selon l'approximation choisie, on obtient l'une des deux fonctions:

$$P_a : p \to \sum_{k=0}^{c} C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

$$P_a : p \to \sum_{k=0}^{c} e^{-np} (np)^k / k!$$

La fonction P_a vaut 1 en 0, est nulle en 1, est décroissante pour tout (n, c).
Soit (p, n) fixés, alors si c augmente, $P_a(p)$ augmente aussi, le contrôle est moins sélectif.

Généralité

Soit (p, n) fixés, alors si n augmente,$P_a'(p)$ est de plus en plus négative et P_a décroit plus rapidement.

- Le niveau de qualité acceptable p_1 (NQA) caractérise le pourcentage d'éléments non conformes que l'on peut tolérer dans un lot.
- Le niveau limite de qualité toléré p_2 (NQT) caractérise le pourcentage d'éléments non conformes que l'on ne veut pas dépasser dans un lot.
- Le risque fournisseur, noté α représente la probabilité de rejeter un lot de qualité acceptable (mieux que NQA).
- Le risque client, noté β représente la probabilité d'accepter un lot de qualité inacceptable (moins bon que NQT).
- Il existe des tables qui permettent de déterminer la taille des échantillons et le critère d'acceptation en fonction de la taille des lots, des niveaux de qualité acceptable NQA et toléré NQT et des risques clients et fournisseurs.

Définition: NQA, "niveau de qualité acceptable", est le sup des p "acceptables" pour un risque fournisseur α donné:
$\forall p \leq NQA, \;\; \mathbb{P}(X > c) \leq \alpha.$
Proposition:

$$\sup_{p \leq NQA} (1 - P_a(p)) = 1 - P_a(NQA)$$

La condition à vérifier par le fournisseur sur le plan d'échantillonnage est que (n,c) doit être tel que

$$1 - P_a(NQA) \leq \alpha$$

Remarquons que l'on peut ne pas avoir l'égalité car la variable aléatoire X est à valeurs entières.

Définition: NQL, "niveau de qualité limité", est l'inf des p "tolérés" pour un risque client β :
$\forall p \geq NQL, \;\; \mathbb{P}(X \leq c) \leq \beta$.
Proposition:

$$\sup_{p \geq NQL} (P_a(p)) = P_a(NQL)$$

La condition à vérifier ar le client sur le plan d'échantillonnage est que (n, c) doit être tel que

$$P_a(NQL) \leq \beta$$

Remarquons que l'on peut ne pas avoir l'égalité car la variable aléatoire X est à valeurs entières.

Remarquons que la prise de décision ne dépend pas de la taille du lot. Néanmoins, on introduit la notion de criticité. Et selon la criticité requise (niveau de contrôle plus ou moins sévère) et selon la taille des lots, des lettres codes sont proposées qui recommande la taille de l'échantillonnage eu égard aux NQA et NQL fixés.

Non conformité critique : non conformité qui, d'après le jugement et l'expérience, est susceptible de conduire à un manque de sécurité ou à des risques d'accidents pour les utilisateurs, le personnel d'entretien, ou ceux qui dépendent du produit en question, ou bien une non conformité qui, d'après le jugement et l'expérience, pourrait empêcher l'accomplissement de la fonction du produit. $NQA = 0.01$.

Non conformité majeure : non conformité qui, sans être critique, risque de provoquer une défaillance ou de réduire de façon importante la possibilité d'utilisation du produit pour le but qui lui est assigné. $NQA = 0.025$.

Non conformité mineure : non conformité qui ne réduira vraisemblablement pas beaucoup la possibilité d'utilisation du produit pour le but qui lui est assigné ou qui traduit, par rapport aux normes établies, $NQA = 0.04$.

Contrôle simple

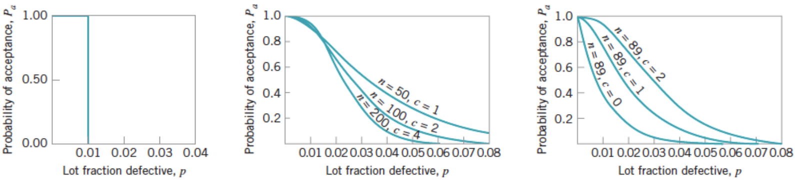
- Soit un un lot de taille N,
- on prélève un échantillon de taille n avec taux de conformité acceptable p
- on examine une à une les pièces
- Soit d le nombre de défectueux dans les n,
- Accepter le lot si $d \leq c$, sinon le refuser.
- La courbe d'efficacité nous donne la probabilité d'acceptation
- Soit d suit une loi binomiale:

$$P_a = \mathbb{P}(d \leq c) = \sum_{d=0}^{c} \frac{n!}{(n-d)!d!} p^d (1-p)^{n-d}$$

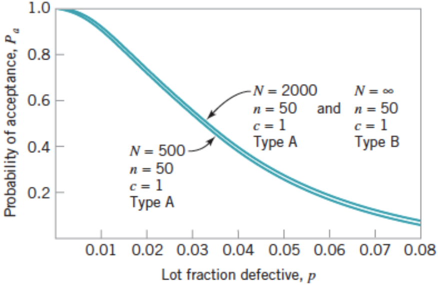
Contrôle simple

Plan $n = 89$, $c = 2$

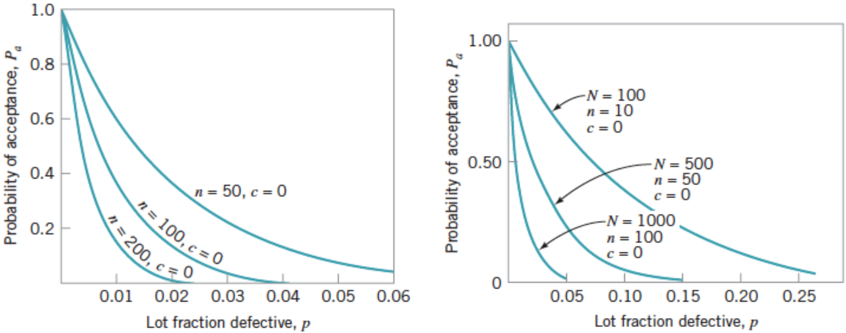
Fraction Defective, p	Probability of Acceptance, P_a
0.005	0.9897
0.010	0.9397
0.020	0.7366
0.030	0.4985
0.040	0.3042
0.050	0.1721
0.060	0.0919
0.070	0.0468
0.080	0.0230
0.090	0.0109



- Courbe d'efficacité type A: hypothèse $d \sim \mathcal{HG}(p, q)$
- Courbe d'efficacité type B: hypothèse de grande taille $d \sim \mathcal{B}(n, p)$ ou Poisson



Courbes


1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
Probability of acceptance, P_a
n = 50, c = 0
n = 100, c = 0
n = 200, c = 0
0.01
0.02
0.03
0.04
0.05
0.06
Lot fraction defective, p
1.00
0.50
0
Probability of acceptance, P_a
N = 100
n = 10
c = 0
N = 500
n = 50
c = 0
N = 1000
n = 100
c = 0
0.05
0.10
0.15
0.20
0.25
Lot fraction defective, p

Les erreurs

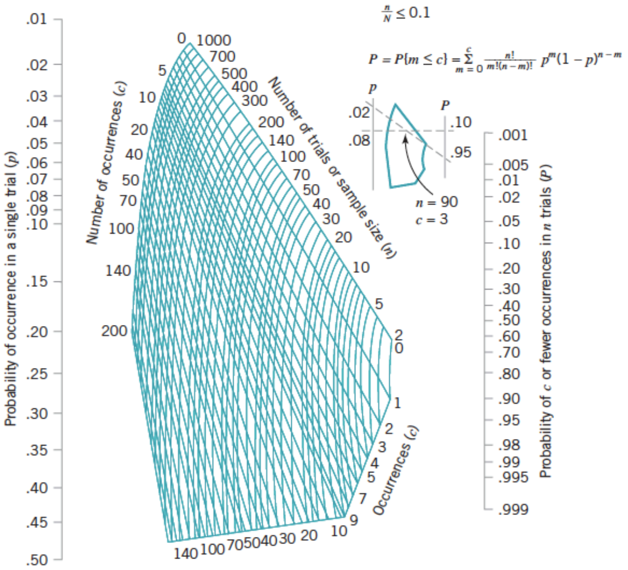
$$1-\alpha = \sum_{d=0}^{c} \frac{n!}{(n-d)!d!} p_1^d (1-p_1)^{n-d}$$

$$\beta = \sum_{d=0}^{c} \frac{n!}{(n-d)!d!} p_2^d (1-p_2)^{n-d}$$

Le but est de trouver n et c pour α, β, p donnés.

Sur une graphe binomiale nous allons relier les points p_1 à $1-\alpha$ et p_2 à β pour obtenir n et c. par exemple $p_1 = 0.01$, $\alpha = 0.05$, $p_2 = 0.06$, $\beta = 0.1$,

Courbes



$\frac{n}{N} \leq 0.1$
$P = P\{m \leq c\} = \sum_{m=0}^{c} \frac{n!}{m!(n-m)!} p^m(1-p)^{n-m}$
Probability of occurrence in a single trial (p)
Number of occurrences (c)
Number of trials or sample size (n)
Occurrences (c)
Probability of c or fewer occurrences in n trials (P)
n = 90
c = 3

QMAC (AOQ anglais), ATI

QMAC: la qualité moyenne après contrôle (AOQ : Average outgoing quality)
Dans le lot de taille N où tous les défecteux sont remplacés par des bons après inspection, nous avons

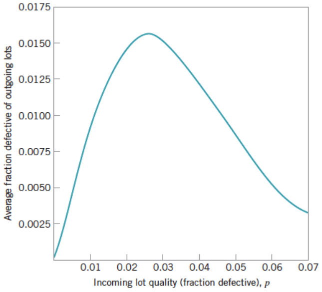
- n produits inspectés, si défectueux ils sont remplacés après inspection
- $N-n$ produits restant, si le lot est rejeté, ne contenant plus de défectueux
- $N-n$ produits, si le lot est accepté, contenant $p(N-n)$ défectueux

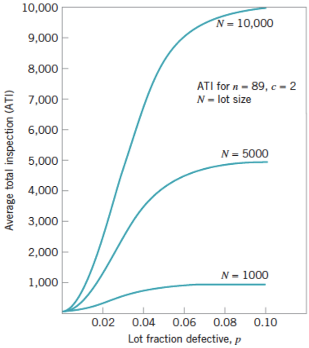
$$QMAC = \frac{P_a p(N-n)}{N} \simeq P_a p$$

Nombre moyen total d'inspection (ATI: Average total inspection)

$$ATI = n + (1-P_a)(N-n)$$

QMAC, ATI





$n = 89,\ c = 2.$

Contrôle simple

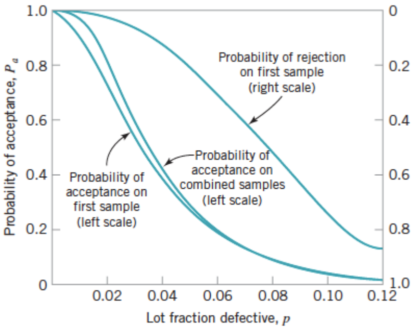
Les règles de contrôle que nous venons d'envisager consistaient, dans le cas qualitatif par exemple, à :

- prélever dans le lot un échantillon de n pièces que l'on examine une à une,
- Soit d le nombre de défectueux dans les n,
- Accepter le lot si $d \leq c$, sinon le refuser.
- Il peut être judicieux d'envisager d'autres types de règles de contrôle,
- l'on accepte le lot si le résultat d'un premier échantillon est bon, qu'on le refuse si ce résultat est mauvais, et qu'on examine un deuxième échantillon si ce résultat est moyen, de manière à confirmer d'une façon ou d'une autre la première opinion qu'on avait pu former.

Le contrôle double

- consiste à prélever deux lots de tailles n_1 et n_2
- le nombre d'acceptation c_i, $i = 1, 2$,
- le nombre de défectueux d_i pour l'échantillon $i = 1, 2$,
- si $d_1 \leq c_1$ lot accepté
- si $d_1 \geq c_2$ lot rejeté
- si $c_1 < d_1 \leq c_2$, deuxième tirage de taille n_2,
  - si $d_1 + d_2 \leq c_2$ lot accepté
  - sinon rejeté.
- pour les calculs, indépendance de d_1 et d_2
- $P_a = P_a^1 + P_b^2 = \mathbb{P}(d_1 \leq c_1) + \mathbb{P}(c_1 < d_1 \leq c_2, d_1 + d_2 \leq c_2)$
- peut réduire le nombre total d'inspection par rapport au contrôle simple

Courbe d'efficacité



Nombre moyen de pièces prélevées, ASN

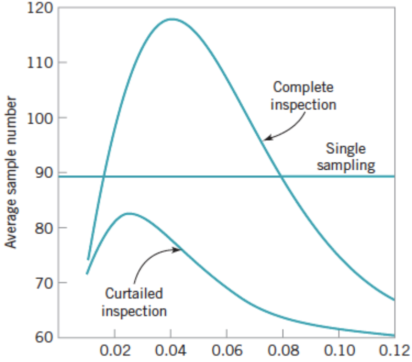
ASN: average sample number, en anglais.
Il est clair que lors d'un plan simple (n, c) on prélève n pièces dans le lot. En revanche, dans le cas d'un plan double (n_1, c_1), (n_2, c_2) ce nombre de pièces prélevées devient aléatoire, c'est alors une variable aléatoire Y dont on peut calculer l'espérance, d'où ce nombre moyen annoncé : on prélève a priori au moins n_1 pièces, ensuite on en prélève n_2 sur l'évènement $X_1 \in [c_1 + 1, c_2]$.

Courbe de taille moyenne d'échantillon ASN

Taille moyenne d'échantillon (ASN :Average Sample Number Curve)

$$ASN = n_1 P_I + (n_1 + n_2)(1 - P_I) = n_1 + n_2(1 - P_I)$$

P_I la probabilité de décider à base du premier échantillon.
$P_I = P(\text{accepter le lot avec } n_1) + P(\text{rejeter le lot avec } n_1)$



Le contrôle double

$$ASN = n_1 + \sum_{j=c_1+1}^{c_2} p(n_1, j)[n_2 P_L(n_2, c_2 - j) + \frac{c_2 - j + 1}{p} P_M(n_2 + 1, c_2 - j + 2)] \qquad (1)$$

$p(n_1, j)$ est la probabilité d'observer exactement j défectueux dans l'échantillon, de taille size n_1,
$P_L(n_2, c_2 - j)$ est la probabilité d'observer au plus $c_2 - j$ défectueux dans l'échantillon, de taille n_2,
$P_M(n_2 + 1, c_2 - j + 2)$ est la probabilité d'observer $c_2 - j + 2$ défectueux dans l'échantillon, de taille $n_2 + 1$

Le contrôle double

Définition: QMAC est l'espérance de la variable aléatoire égale à la proportion de pièces défectueuses dans les lots acceptés lorsque, après contrôle de l'échantillon, on a réparé ou remplacé les pièces non conformes. (On dit que l'on a effectué une inspection rectifiante).

Le contrôle double

- Le contrôle double avec paramètres p_i, α et β fixé, voir tables
- De plus,

$$QMAC = \frac{P_a^1 p(N-n_1) + P_a^2 p(N-n_1-n_2)}{N}$$

$$ATI = n_1 P_a^1 + (n_1+n_2)P_a^2 + (1-P_a)N$$

Le contrôle multiple : consiste à prélever plusieurs lots et faire comme dans le cas de contrôle double On peut utiliser aussi des plans d'échantillonnage multiples où l'on prélève plus de deux échantillons. L'avantage des plans multiples réside dans le fait que, pour une efficacité donnée, ils conduisent à un nombre moyen de pièces prélevées inférieur au nombre de pièces prélevées dans le plan simple équivalent.

Plan multiple

Une extension du plan double
le nombre des produits testés varie à chaque étape et le seuil aussi est adapté au plan.

Le contrôle progressif ou séquentiel

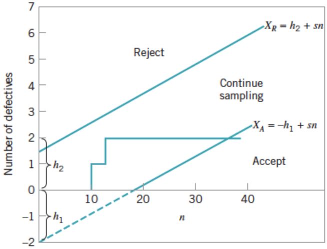
Les plans multiples conduisent, à la limite, aux plans progressifs. Dans ce cas, l'effectif de l'échantillon n'est pas précisé à l'avance. On prélève les pièces une à une et, à chaque stade, on calcule le nombre total k_n de pièces défectueuses. Suivant la valeur de k_n, on accepte le lot, ou on le refuse, ou bien on prélève une $(n+1)$ ème pièce.
Basé sur le test séquentiel de rapport de probabilité (SPRT), développé par Wald (1947)

- Ligne d'acceptation $X_A = -h_1 + sn$
- Ligne de rejet $X_R = h_2 + sn$

pour NQA p_1 et NQL p_2, α et β fixés:

$$h_1 = \frac{1}{k}(\log(\frac{1-\alpha}{\beta})), \quad h_2 = \frac{1}{k}(\log(\frac{1-\beta}{\alpha}))$$

$$k = \log(\frac{p_2(1-p_1)}{p_2(1-p_2)}), \quad s = \frac{1}{k}\log(\frac{1-p_1}{1-p_2})$$



Le contrôle séquentiel

Exemple: $p_1 = 0.01$, $\alpha = 0.05$, $p_2 = 0.06$, $\beta = 0.10$ alors

$$k = 0.80066,\ h_1 = 1.22, h_2 = 1.57,\ s = 0.028$$

alors $X_A = -1.22 + 0.028n$, $\quad X_R = 1.57 + 0.028n$
pour $n = 4$,$X_A = 0.04$ et $X_R = 2.83$

Item-by-Item Sequential-Sampling Plan $p_1 = 0.01$, $\alpha = 0.05$, $p_2 = 0.06$, $\beta = 0.10$ (first 46 units only)

Number of Items Inspected, n	Acceptance Number	Rejection Number	Number of Items Inspected, n	Acceptance Number	Rejection Number
1	a	b	24	a	3
2	a	2	25	a	3
3	a	2	26	a	3
4	a	2	27	a	3
5	a	2	28	a	3
6	a	2	29	a	3
7	a	2	30	a	3
8	a	2	31	a	3
9	a	2	32	a	3
10	a	2	33	a	3
11	a	2	34	a	3
12	a	2	35	a	3
13	a	2	36	a	3
14	a	2	37	a	3
15	a	2	38	a	3
16	a	3	39	a	3
17	a	3	40	a	3
18	a	3	41	a	3
19	a	3	42	a	3
20	a	3	43	a	3
21	a	3	44	0	3
22	a	3	45	0	3
23	a	3	46	0	3

"a" means acceptance not possible.
"b" means rejection not possible.

Le contrôle séquentiel

Dans ce cas, probailité d'acceptation P_a, la qualité moyenne après contrôle $QMAC$, Taille moyenne d'échantillon ASN et le nombre moyen d'inspection sont les suivants

$$P_a = \frac{h_2}{h_1 + h_2}$$

$$QMAC \simeq P_a p$$

$$ASN = P_a(A/C) + (1 - P_a)B/C,$$

$$ATI = P_a(A/c) + (1 - P_a)N$$

où $A = \log(\frac{\beta}{1-\alpha})$, $B = \log(\frac{1-\beta}{\alpha})$,
$C = p\log(\frac{p_2}{p_1}) + (1-p)\log(\frac{p_2(1-p_1)}{p_1(1-p_2)})$ et p la proportion de defecteux dans e lot de taille N.

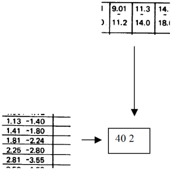
Exemple P_a

Pour la fabrication de vis, supposons que nous acceptions des lots dont le taux de défectueux $NQA = p_0 = 2\%$, sur la base d'un contrôle du diamètre, et que ceux dont le taux $NQL = p_1 = 12\%$, seront rejetés.

Tableau 12.4. Tableau d'inspection par échantillonnage standard simple par attributs (α = 0,05, β = 0,10)

p_0 (%) \ p_1 (%)	0.71–0.90	0.91–1.12	1.13–1.40	1.41–1.80	1.81–2.24	2.25–2.80	2.81–3.55	3.56–4.50	4.51–5.60	5.61–7.10	7.11–9.00	9.01–11.2	11.3–14.0	14.1–18.0	18.1–22.4	22.5–28.0	28.1–35.5	p_1 (%) / p_0 (%)
0.090-0.112	•	400 1	↓	←	↓	→	60 0	50 0	←	↓	↓	←	↓	↓	↓	↓	↓	0.090-0.112
0.113-0.140	•	↓	300 1	↓	←	↓	→	↓	40 0	←	↓	↓	←	↓	↓	↓	↓	0.113-0.140
0.141-0.180	•	500 2	↓	250 1	↓	←	↓	→	↑	30 0	←	↓	↓	←	↓	↓	↓	0.141-0.180
0.181-0.224	•	•	400 2	↓	200 1	↓	←	↓	→	↑	25 0	←	↓	↓	←	↓	↓	0.181-0.224
0.225-0.280	•	•	500 3	300 2	↓	150 1	↓	←	↓	→	↑	20 0	←	↓	↓	←	↓	0.225-0.280
0.281-0.355	•	•	•	400 3	250 2	↓	120 1	↓	←	↓	→	↑	15 0	←	↓	↓	←	0.281-0.355
0.356-0.450	•	•	•	500 4	300 3	200 2	↓	100 1	↓	←	↓	→	↑	15 0	←	↓	↓	0.356-0.450
0.451-0.560	•	•	•	•	400 4	250 3	150 2	↓	80 1	↓	←	↓	→	↑	10 0	←	↓	0.451-0.560
0.561-0.710	•	•	•	•	500 6	300 4	200 3	120 2	↓	60 1	↓	←	↓	→	↑	7 0	←	0.561-0.710
0.711-0.900	•	•	•	•	•	400 6	250 4	150 3	100 2	↓	50 1	↓	←	↓	→	↑	5 0	0.711-0.900
0.901-1.12		•	•	•	•	•	300 6	200 4	120 3	80 2	↓	40 1	↓	←	↓	↑	↑	0.901-1.12
1.13-1.40			•	•	•	•	500 10	250 6	150 4	100 3	60 2	↓	30 1	↓	←	↓	↑	1.13-1.40
1.41-1.80				•	•	•	•	400 10	200 6	120 4	80 3	50 2	↓	25 1	↓	←	↓	1.41-1.80
1.81-2.24					•	•	•	•	300 10	150 6	100 4	60 3	40 2	↓	20 1	↓	←	1.81-2.24
2.25-2.80						•	•	•	•	250 10	120 6	70 4	50 3	30 2	↓	15 1	↓	2.25-2.80
2.81-3.55							•	•	•	•	200 10	100 6	60 4	40 3	25 2	↓	10 1	2.81-3.55
3.56-4.50								•	•	•	•	150 10	80 6	50 4	30 3	20 2	↓	3.56-4.50
4.51-5.60									•	•	•	•	120 10	60 6	40 4	25 3	15 2	4.51-5.60
5.61-7.10										•	•	•	•	100 10	50 6	30 4	20 3	5.61-7.10
7.11-9.00											•	•	•	•	70 10	40 6	25 4	7.11-9.00
9.01-11.2												•	•	•	•	60 10	30 6	9.01-11.2
p_0 (%) / p_1 (%)	0.71–0.90	0.91–1.12	1.13–1.40	1.41–1.80	1.81–2.24	2.25–2.80	2.81–3.55	3.56–4.50	4.51–5.60	5.61–7.10	7.11–9.00	9.01–11.2	11.3–14.0	14.1–18.0	18.1–22.4	22.5–28.0	28.1–35.5	p_0 (%) / p_1 (%)

Utiliser la première colonne de *n, c* dans la direction de la flèche. Il n'y a pas de méthode d'échantillonnage pour les cases vides (*n* en caractère maigre, *c* en gras).



Exemple

Lot or Batch Size	Special Inspection Levels				General Inspection Levels		
	S-1	S-2	S-3	S-4	I	II	III
2 to 8	A	A	A	A	A	A	B
9 to 15	A	A	A	A	A	B	C
16 to 25	A	A	B	B	B	C	D
26 to 50	A	B	B	C	C	D	E
51 to 90	B	B	C	C	C	E	F
91 to 150	B	B	C	D	D	F	G
151 to 280	B	C	D	E	E	G	H
281 to 500	B	C	D	E	F	H	J
501 to 1200	C	C	E	F	G	J	K
1201 to 3200	C	D	E	G	H	K	L
3201 to 10000	C	D	F	G	J	L	M
10001 to 35000	C	D	F	H	K	M	N
35001 to 150000	D	E	G	J	L	N	P
150001 to 500000	D	E	G	J	M	P	Q
500001 and over	D	E	H	K	N	Q	R

Exemple

Sample Size Code Letter	Sample Size	Acceptable Quality Levels (normal inspection)																									
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31
B	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45
C	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45	
D	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45	↑	↑
E	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45	↑	↑	↑
F	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑
G	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
H	50	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
J	80	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
K	125	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
L	200	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
M	315	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
N	500	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
P	800	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
Q	1250	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
R	2000	↑	↑	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑

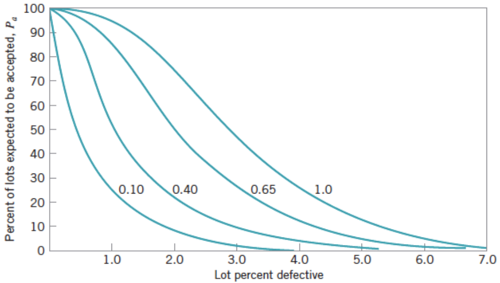
↓ = Use first sampling plan below arrow. If sample size equals, or exceeds, lot or batch size, do 100% inspection.

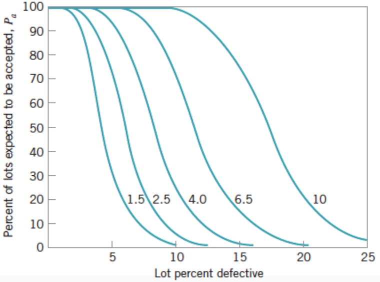
↑ = Use first sampling plan above arrow.

Ac = Acceptance number.

Re = Rejection number.

Courbe d'efficacité





Inspection

H. F. Dodge and H. G. Romig ont développé un ensemble de table d'échantillonnage utilisant comme critère

- NQMAC: niveau de qualité moyenne après contrôle (AOQL average Outgoing Quality Limit)
- NQL (LTPD Lot Tolerence Percent defective)

Inspection

Dodge–Romig Inspection Table—Single-Sampling Plans for AOQL = 3.0%

	Process Average																	
	0–0.06%			0.07–0.60%			0.61–1.20%			1.21–1.80%			1.81–2.40%			2.41–3.00%		
			LTPD			LTPD			LTPD			LTPD			LTPD			LTPD
Lot Size	*n*	*c*	%	*n*	*c*	%	*n*	*c*	%	*n*	*c*	%	*n*	*c*	%	*n*	*c*	%
1–10	All	0	—	All	0	—	All	0	—	All	0	—	All	0	—	All	0	—
11–50	10	0	19.0	10	0	19.0	10	0	19.0	10	0	19.0	10	0	19.0	10	0	19.0
51–100	11	0	18.0	11	0	18.0	11	0	18.0	11	0	18.0	11	0	18.0	22	1	16.4
101–200	12	0	17.0	12	0	17.0	12	0	17.0	25	1	15.1	25	1	15.1	25	1	15.1
201–300	12	0	17.0	12	0	17.0	26	1	14.6	26	1	14.6	26	1	14.6	40	2	12.8
301–400	12	0	17.1	12	0	17.1	26	1	14.7	26	1	14.7	41	2	12.7	41	2	12.7
401–500	12	0	17.2	27	1	14.1	27	1	14.1	42	2	12.4	42	2	12.4	42	2	12.4
501–600	12	0	17.3	27	1	14.2	27	1	14.2	42	2	12.4	42	2	12.4	60	3	10.8
601–800	12	0	17.3	27	1	14.2	27	1	14.2	43	2	12.1	60	3	10.9	60	3	10.9
801–1000	12	0	17.4	27	1	14.2	44	2	11.8	44	2	11.8	60	3	11.0	80	4	9.8
1,001–2,000	12	0	17.5	28	1	13.8	45	2	11.7	65	3	10.2	80	4	9.8	100	5	9.1
2,001–3,000	12	0	17.5	28	1	13.8	45	2	11.7	65	3	10.2	100	5	9.1	140	7	8.2
3,001–4,000	12	0	17.5	28	1	13.8	65	3	10.3	85	4	9.5	125	6	8.4	165	8	7.8
4,001–5,000	28	1	13.8	28	1	13.8	65	3	10.3	85	4	9.5	125	6	8.4	210	10	7.4
5,001–7,000	28	1	13.8	45	2	11.8	65	3	10.3	105	5	8.8	145	7	8.1	235	11	7.1
7,001–10,000	28	1	13.9	46	2	11.6	65	3	10.3	105	5	8.8	170	8	7.6	280	13	6.8
10,001–20,000	28	1	13.9	46	2	11.7	85	4	9.5	125	6	8.4	215	10	7.2	380	17	6.2
20,001–50,000	28	1	13.9	65	3	10.3	105	5	8.8	170	8	7.6	310	14	6.5	560	24	5.7
50,001–100,000	28	1	13.9	65	3	10.3	125	6	8.4	215	10	7.2	385	17	6.2	690	29	5.4

Dans le tableau pour $N = 5000$, $NQMAC = 3\%$ et $\alpha = 1\%$ nous avons $n = 65$ et $c = 3$ et NQL est 10.3%. Pour ces valeurs $P_a = 0.10$. Pour $n = 65$ et $c = 3$, propose $NQMAC = 3\%$ et assure que 90% des lots sont aussi mauvais que 10.3% deféctueux seront rejetés.

Inspection

Dodge–Romig Single-Sampling Table for Lot Tolerance Percent Defective (LTPD) = 1.0%

	Process Average																	
	0–0.01%			0.011%–0.10%			0.11–0.20%			0.21–0.30%			0.31–0.40%			0.41–0.50%		
Lot Size	n	c	AOQL %	n	c	AOQL %	n	c	AOQL %	n	c	AOQL %	n	c	AOQL %	n	c	AOQL %
1–120	All	0	0	All	0	0	All	0	0	All	0	0	All	0	0	All	0	0
121–150	120	0	0.06	120	0	0.06	120	0	0.06	120	0	0.06	120	0	0.06	120	0	0.06
151–200	140	0	0.08	140	0	0.08	140	0	0.08	140	0	0.08	140	0	0.08	140	0	0.08
201–300	165	0	0.10	165	0	0.10	165	0	0.10	165	0	0.10	165	0	0.10	165	0	0.10
301–400	175	0	0.12	175	0	0.12	175	0	0.12	175	0	0.12	175	0	0.12	175	0	0.12
401–500	180	0	0.13	180	0	0.13	180	0	0.13	180	0	0.13	180	0	0.13	180	0	0.13
501–600	190	0	0.13	190	0	0.13	190	0	0.13	190	0	0.13	190	0	0.13	305	1	0.14
601–800	200	0	0.14	200	0	0.14	200	0	0.14	330	1	0.15	330	1	0.15	330	1	0.15
801–1000	205	0	0.14	205	0	0.14	205	0	0.14	335	1	0.17	335	1	0.17	335	1	0.17
1,001–2,000	220	0	0.15	220	0	0.15	360	1	0.19	490	2	0.21	490	2	0.21	610	3	0.22
2,001–3,000	220	0	0.15	375	1	0.20	505	2	0.23	630	3	0.24	745	4	0.26	870	5	0.26
3,001–4,000	225	0	0.15	380	1	0.20	510	2	0.23	645	3	0.25	880	5	0.28	1,000	6	0.29
4,001–5,000	225	0	0.16	380	1	0.20	520	2	0.24	770	4	0.28	895	5	0.29	1,120	7	0.31
5,001–7,000	230	0	0.16	385	1	0.21	655	3	0.27	780	4	0.29	1,020	6	0.32	1,260	8	0.34
7,001–10,000	230	0	0.16	520	2	0.25	660	3	0.28	910	5	0.32	1,150	7	0.34	1,500	10	0.37
10,001–20,000	390	1	0.21	525	2	0.26	785	4	0.31	1,040	6	0.35	1,400	9	0.39	1,980	14	0.43
20,001–50,000	390	1	0.21	530	2	0.26	920	5	0.34	1,300	8	0.39	1,890	13	0.44	2,570	19	0.48
50,001–100,000	390	1	0.21	670	3	0.29	1,040	6	0.36	1,420	9	0.41	2,120	15	0.47	3,150	23	0.50

Inspection

Dans le tableau pour $N = 5000$, si $\alpha = 0.25\%$ et on souhaite avoir $NQL(LTPD) = 1\%$, il faut utiliser $n = 770$ et $c = 4$ le $NQMAC = 0.28\%$ les lots rejetés sont tous inspectés.

Echantillonnage variable

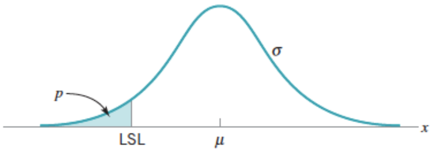
Meilleures performances en terme de courbe d'efficacité
Deux types

- contrôler le pourcentage de défectueux
- contrôler un paramètre (moyenne par exemple)

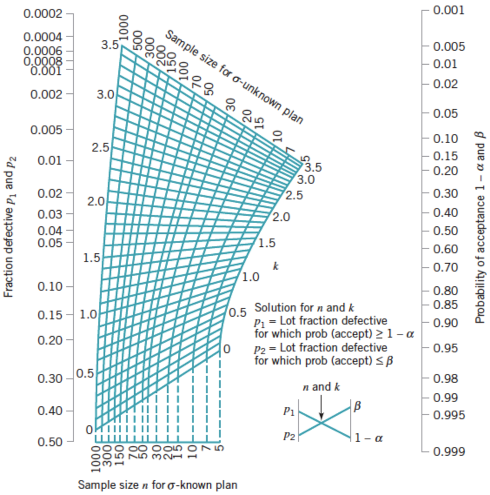
Echantillonnage variable

Lorsqu'on contrôle à partir de la moyenne il faut calculer la statistique $Z_{LSL} = \frac{\bar{x} - LSL}{\sigma}$

- Procédure 1: comparer Z_{LSL} avec un seuil k
- Procédure 2: calculer Z_{LSL} pour un nombre aléatoire n de pièces utiliser Z_{LSL} pour estimer $\hat{p}$ et ensuite comparer $\hat{p}$ avec un seuil M.

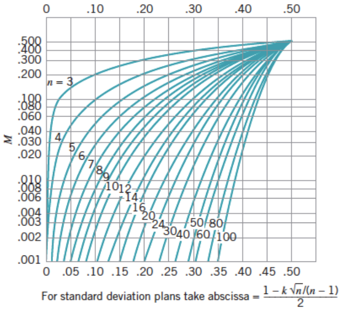


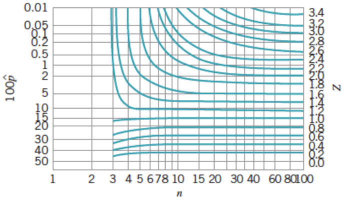
Procédure 1: Comparer Z_{LSL} avec un seuil k



Pour $p_1 = 0.01$, $\alpha = 0.05$, $p_2 = 0.06$, $\beta = 0.10$, $k = 1.9$ et $n = 40$

Procédure 2





(gauche) courbe pour déterminer M le taux de défectueux admissible, (droite) courbe pour déterminer $\hat{p}$
Trouver k et n comme dans la procédure 1, $k = 1.9$ et $n = 40$, abscisse 0.35 alors $M = 0.030$ et pour $z = \frac{\bar{x} - LSL}{s} = 2$ on trouve $\hat{p} = 0.020$.
Comme $\hat{p} = 0.020 < M$ on accepte le lot.

Chaîne d'échantillonnage

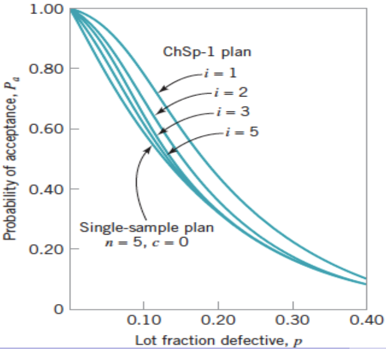
- Tirer un échantillon de taille n and observer le nombre de pièces défectueuses.
- S'il n'y a pas de défectueuse accepter le lot,
- s'il y a plus de deux défectueuses rejeter le lot
- s'il y a une défectueuse accepter le lot à condition qu'il n'y a pas eu de pièce défectueuse dans les i précédents lots.

Chaîne d'échantillonnage

La probabilité d'acceptation se calcule de la manière suivante:

$$P_a = P(0,n) + P(1,n)[P(0,n)]^i$$

où $P(0,n) = \frac{n!}{(n-d)!d!}p^d(1-p)^{n-d}$ et $P(1,n) = \frac{n!}{(n-d)!d!}p^{n-d}(1-p)^d$ sont respectivement les probabilités d'obtenir 0 et 1 pièce défectueuse sur n.



Echantillonnage en continue

- Alterne le test et les 100% inspections
- On inspecte, dès que le nombre de pièces non défectueuses inspectées consécutivement dépasse i on fait des inspections par échantillonnage,
- échantillonnage de f pièces de manière aléatoire
- si pas de défauts on refait un échantillonnage de f pièces sinon on reprends les 100% inspections
- Critère de choix de i: NQMAC

Echantillonnage en continue

- nombre moyen de pièce inspecté jusqu'à l'apparition de la première défaillance dans la phase 100% inspections:

$$u = \frac{1 - (1-p)^i}{p(1-p)^i}$$

- Nombre moyen de pièce inspecté lors de l'échantillonnage des échantillons de taille f jusqu'à l'apparition de la première défaillance:

$$v = \frac{1}{fp}$$

où p pourcentage de défectueux

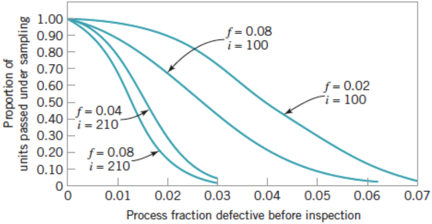
Echantillonnage en continue

- pourcentage moyen de pièce inspecté à long terme

$$AFI = \frac{u + fv}{u + v}$$

- pourcentage moyen de pièce inspecté pendant la procédure d'échantillonnage

$$P_a = \frac{u}{u + v}$$



Values of *i* for CSP-1 Plans

	AOQL (%)															
f	**0.018**	**0.033**	**0.046**	**0.074**	**0.113**	**0.143**	**0.198**	**0.33**	**0.53**	**0.79**	**1.22**	**1.90**	**2.90**	**4.94**	**7.12**	**11.46**
1/2	1,540	840	600	375	245	194	140	84	53	36	23	15	10	6	5	3
1/3	2,550	1,390	1,000	620	405	321	232	140	87	59	38	25	16	10	7	5
1/4	3,340	1,820	1,310	810	530	420	303	182	113	76	49	32	21	13	9	6
1/5	3,960	2,160	1,550	965	630	498	360	217	135	91	58	38	25	15	11	7
1/7	4,950	2,700	1,940	1,205	790	623	450	270	168	113	73	47	31	18	13	8
1/10	6,050	3,300	2,370	1,470	965	762	550	335	207	138	89	57	38	22	16	10
1/15	7,390	4,030	2,890	1,800	1,180	930	672	410	255	170	108	70	46	27	19	12
1/25	9,110	4,970	3,570	2,215	1,450	1,147	828	500	315	210	134	86	57	33	23	14
1/50	11,730	6,400	4,590	2,855	1,870	1,477	1,067	640	400	270	175	110	72	42	29	18
1/100	14,320	7,810	5,600	3,485	2,305	1,820	1,302	790	500	330	215	135	89	52	36	22
1/200	17,420	9,500	6,810	4,235	2,760	2,178	1,583	950	590	400	255	165	106	62	43	26

Choix de i pour différentes valeurs de f et $NQMAC$.

Echantillonnage en ignorant des lots

Lorsque la qualité est très élevée.

- on commence par des inspections normales de tous les lots selon une planification.
- Lorsque i **lots** consécutifs sont acceptés on bascule à un échantillonnage et on inspecte seulement une fraction f des lots.
- Quand un lot est rejeté on reprend les inspections normales.

Echantillonnage en ignorant des lots

La probabilité d'acceptation

$$P_a(f, i) = \frac{fP + (1-f)P^i}{f + (1-f)P^i}$$

où P est a probabilité d'acceptation d'un lot pour un plan de référence Pour $f_2 < f_1$

$$P_a(f_1, i) \leq P_a(f_2, i)$$

si $i < j$,

$$P_a(f, j) \leq P_a(f, i)$$

Le nombre moyen d'inspection:

$$ASN(Ign) = ASN(R)F$$

où F proportion moyenne des lots échantillonnés, $ASN(R)$ le nombre moyen d'inspection dans un plan classique (normal)

Echantillonnage en continue