Trabalho: Métodos Numéricos para EDO's

O sistema de equações diferenciais do pêndulo em coordenadas cartesianas é dada por:

$$\begin{cases} m\,\ddot{x} &= T\,\frac{x}{L} \\ m\,\ddot{y} &= T\,\frac{y}{L} - m\,g \\ L^2 &= x^2 + y^2 \end{cases}$$

onde T é a tensão na haste de comprimento L, g a aceleração da gravidade e m a massa do pêndulo com coordenadas (x, y). A figura abaixo ilustra o pêndulo:

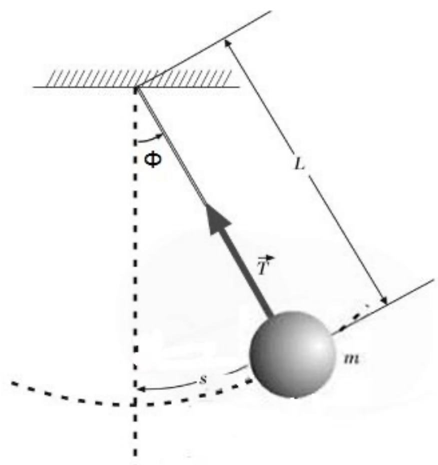

Figure 1: Pêndulo

Depois de algumas derivações e substituições é possível escrever este sistema como um Sistema de Equações Diferenciais Ordinárias de primeira ordem, da seguinte forma: considere as velocidades $u = \dot{x}$ e $v = \dot{y}$; derive a equação $L^2 = x^2 + y^2 \rightarrow 0 = 2x\dot{x} + 2y\dot{y} = 2(xu + uv)$; derive a equação resultante novamente $0 = \dot{x}u + x\dot{u} + \dot{y}v + y\dot{v} = u^2 + v^2 + x(Tx)/(Lm) + y(Ty - mLg)/(Lm) = u^2 + v^2 + Tx^2/(Lm) + Ty^2/(Lm) - gy = u^2 + v^2 + T(x^2 + y^2)/(Lm) - gy = u^2 + v^2 + TL/m - gy$; derivando uma terceira vez temos $0 = 2u\dot{u} + 2v\dot{v} + \dot{T}L/m - g\dot{y} = 2T(ux + vy)/m - 2gv + \dot{T}L/m - gv \rightarrow \dot{T} = 3gmv/L$. Assim temos um sistema de EDO's com cinco equações e cinco incógnitas.

1. Resolva numericamente este sistema de EDO's considerando em $t = 0$ a condição inicial $(x(0), y(0)) = (L, 0)$, $(\dot{x}(0), \dot{y}(0)) = (0, 0)$ e $T(0) = 0$ com $L = 1$, $m = 1$ e $g = 9.8$.

2. Plote a posição do pêndulo e a tensão na haste.

Os trabalhos podem ser feito em grupo de até 3 alunos, sendo que a maioria dos alunos do grupo com número USP com o último dígito múltiplo de 3 usar como método numérico o método de Taylor de segunda ordem, com o último dígito múltiplo de 3 mais 1 o método de Runge-Kutta de quarta ordem e com múltiplo de 3 mais 2 o método preditor corretor com preditor o método de Euler corretor o método trapezoidal implícito.