

# 质能方程推导

limbo137

2020 年 11 月 13 日

首先，我们定义一些量

$$\beta = \frac{dx}{cdt} = \tanh \sigma$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \cosh \sigma = \frac{dt}{d\tau}$$

其中  $\sigma$  称为**快度**,  $\tau$  称为**固有时**

在狭义相对论中，动量可表示为

$$p = m_0 \frac{dx}{d\tau}$$

可进一步写成

$$p = m_0 c \beta \gamma = m_0 c \sinh \sigma$$

定义力

$$f = \frac{dp}{dt}$$

其做功为能量变化，即

$$dE = f dx$$

将力定义代入，有

$$dE = m_0 c \frac{dx}{dt} d \sinh \sigma = m_0 c^2 \sinh \sigma d\sigma$$

两边积分，初态

$$\beta = \tanh \sigma = 0, \gamma = \cosh \sigma = 1$$

于是有

$$E = m_0 c^2 (\gamma - 1)$$

若定义  $m = \gamma m_0$ , 则有

$$E = mc^2 - m_0 c^2$$