

## Лабораторна робота 3

### ФІЛЬТРАЦІЯ БІОСИГНАЛІВ ФІЛЬТРАМИ З НЕСКІНЧЕНОЮ ІМПУЛЬСНОЮ ХАРАКТЕРИСТИКОЮ

Мета роботи:

1. Дослідити основні властивості цифрових фільтрів із нескінченною імпульсною характеристикою.
2. Ознайомитися з варіантами застосування таких фільтрів для оброблення біосигналів.

#### Короткі теоретичні відомості

Фільтрами з нескінченною імпульсною характеристикою (НІХ-фільтр) називають фільтри, у яких імпульсна характеристика є нескінченною послідовністю.

Цифровий НІХ-фільтр можна описати різницеvim рівнянням (у часовій області):

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} b_k x(n-k) - \sum_{k=1}^{M-1} a_k y(n-k),$$

або передавальною функцією (у частотній області):

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=0}^{M-1} a_k z^{-k}}.$$

НІХ-фільтр має зворотний зв'язок (рекурсивний фільтр) і зазвичай містить менше коефіцієнтів, ніж СІХ-фільтр за однакових вимогах до частотних характеристик.

Нулі та полюси фільтрів можуть бути дійсними або становити комплексно-спряжені пари. НІХ-фільтр буде стійким, якщо всі його полюси лежать усередині одиничного кола в  $z$ -площині.

**Фільтри 2-го порядку** часто є основою для синтезу фільтрів високого порядку. Передавальна функція фільтру 2-го порядку (біквadratної ланки) має таку загальну форму:

$$H(z) = \frac{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}.$$

Використовуючи значення нулів  $q_1, q_2$  і полюсів  $p_1, p_2$  фільтру, його передавальну функцію можна подати як:

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{(1 - q_1 z^{-1})(1 - q_2 z^{-1})}{(1 - p_1 z^{-1})(1 - p_2 z^{-1})}.$$

Використовуючи показову форму представлення комплексно спряжених полюсів,  $p_1 = re^{j\varphi}$   $p_2 = re^{-j\varphi}$  можна записати знаменник передавальної функції у вигляді:

$$A(z) = 1 - 2r \cos(\varphi) z^{-1} + r^2 z^{-2},$$

де  $a_1 = -2r \cos(\varphi)$ ;  $a_2 = r^2$ ;  $\varphi = 2\pi f_c / f_s$ ;  $f_c$  – критична частота;  $f_s$  – частота дискретизації.

Значення коефіцієнтів  $b_1$  і  $b_2$  визначають положення нулів передавальної функції і тип фільтру, а значення коефіцієнтів  $a_1$  і  $a_2$  задають положення полюсів фільтру в межах одиничного кола.

**Цифрові інтегратори** використовують апроксимацію підінтегральної функції за відомими її значеннями в кінцевій послідовності точок. Операції інтегрування сигналів можна реалізувати декількома алгоритмами:

а) інтегрування методом прямокутників:

$$y(n) = Tx(n) + y(n-1);$$

б) інтегрування методом трапецій:

$$y(n) = (x(n) + x(n-1))T/2 + y(n-1);$$

в) інтегрування методом парабол (Сімпсона):

$$y(n) = (x(n) + 4x(n-1) + x(n-2))T/3 + y(n-2).$$

В цих формулах  $T$  – період дискретизації сигналу.

Теоретично інтегратори є нестійкими, але їх нестійкість виявляється тільки при сигналах нескінченної довжини, тобто при  $n \rightarrow \infty$ . При інтегруванні сигналів кінцевої довжини результат інтегрування також кінцевий.

### **Команди MATLAB для вивчення**

Використовуйте команду `help` в MATLAB, вивчіть призначення та варіанти застосування таких функцій (команд): `conv`, `function`, `grid`, `legend`, `loglog`, `semilogx`.

## Завдання і методичні вказівки до виконання роботи

### 1. Дослідження смугового фільтра

1.1. Синтезуйте смуговий фільтр 2-го порядку з центральною частотою  $f_c$  і передавальною функцією загального вигляду:

$$H(z) = \frac{1 - z^{-2}}{1 - 2r \cos(\varphi)z^{-1} + r^2 z^{-2}},$$

де  $f_c = 20$  Гц;  $\varphi = 2\pi f_c / f_s$ ;  $f_s = 200$  Гц;  $r = 0,6$ .

Для виконання завдання можна використати такий код:

```
fs = 200; fc = 20;
```

```
phi = 2*pi*fc/fs; r = 0.6;
```

```
b = [1 0 -1]; a = [1 -2*r*cos(phi) r^2];
```

*Який вираз має передавальна функція смугового фільтра у числовому вигляді?*

1.2. Для синтезованого фільтру: 1) побудуйте графіки АЧХ і ФЧХ; 2) обчисліть нулі та полюси; 3) побудуйте карту нулів і полюсів (функція `zplane`). Наведіть в звіті отримані результати.

1.3. Синтезуйте смугові фільтри за п. 1.1 при  $r = 0,7$  і  $r = 0,9$ . Виконайте для цих фільтрів завдання п. 1.2

*Які існують обмеження на вибір параметру  $r$ ? Чи є стійкими спроектовані фільтри (обґрунтуйте відповідь)?*

1.4. Визначить добротність  $Q$  для кожного із варіантів смугового фільтру, використовуючи графіки АЧХ, за формулою:

$$Q = f_c / (f_2 - f_1),$$

де  $f_c$  – центральна частота фільтра;  $f_1, f_2$  – частоти, на яких АЧХ зменшується на 3 дБ щодо значення при  $f_c$ .

*Як значення  $r$  впливає на добротність фільтра?*

1.5. Побудуйте графіки перехідних процесів для кожного із смугових фільтрів (функція `stepz`), визначте (приблизно) тривалість перехідного процесу для кожного з фільтрів. Подайте результати у звіті.

*Як впливає добротність фільтру на тривалість перехідного процесу в ньому?*

### 2. Смугова фільтрація ЕКГ сигналу

2.1. Виконайте фільтрацію ЕКГ (файл ecg105.txt) смуговим фільтром із п.1.1. Побудуйте графіки вихідних сигналів фільтрів. Для зручності встановіть діапазон по осі  $x$  таким, щоб спостерігати 2–3 хвили ЕКГ (функція `xlim`). Подайте результати у звіті.

*У чому проявляється ефект фільтрації?*

2.2. Виконайте фільтрацію ЕКГ фільтрами із п.1.3, побудуйте графіки вихідних сигналів.

*Який із цих фільтрів забезпечує кращу фільтрацію шуму? Як добротність фільтра впливає на результат фільтрації?*

### 3. Дослідження режекторного фільтра

3.1. Дослідіть властивості режекторного НІХ-фільтра. Його можна отримати додаванням до режекторного СІХ-фільтра з передавальною функцією:

$$H(z) = (1 + z^{-1} + z^{-2})/3$$

двох пар комплексно спряжених полюсів, розташованих усередині одиничного кола в кутах  $110^\circ$  та  $130^\circ$  при  $r = 0,8$ .

Програмний код обчислення знаменника такий:

```
r = 0.8; phi1 = 110*pi/180; phi2 = 130*pi/180;  
a1 = [1 -2*r*cos(phi1) r^2]; a2 = [1 -2*r*cos(phi2) r^2];  
a = conv(a1,a2);
```

Запишіть вирази для передавальної функції та різницевого рівняння отриманого фільтра.

*Яку операцію виконує функція `conv`?*

3.2. Для досліджуваного режекторного фільтра: 1) побудуйте графіки АЧХ і ФЧХ; 2) обчисліть нулі та полюси; 3) побудуйте карту нулів і полюсів. Результати наведіть у звіті.

*Яка частота затримання фільтра, якщо частота дискретизації сигналу  $f_s = 200$  Гц?*

3.3. Порівняйте АЧХ і ФЧХ режекторних НІХ і СІХ-фільтрів. Визначте добротність обох фільтрів.

*Як збільшити добротність режекторного фільтра? Як необхідно змінити параметри режекторного фільтра для налаштування його на частоту 50 Гц?*

3.4. Завантажте сигнал ЕКГ (функція `load`) з мережевою перешкодою частою 60 Гц (файл ecg2x60.dat). Виконайте

фільтрацію сигналу режекторним фільтром. Побудуйте в одному вікні графіки початковою та відфільтрованою ЕКГ. Для зручності спостереження ефекту фільтрації виділіть дві хвили сигналу ЕКГ (функція `xlim`). Подайте у звіті отримані результати.

*У чому проявляється ефект фільтрації перешкоди мережі живлення?*

#### **4. Дослідження цифрових інтеграторів**

4.1. Обчисліть АЧХ і ФЧХ інтеграторів і отримайте графіки цих характеристик. Подайте результати у звіті.

4.2. Визначте нулі та полюси інтеграторів (функція `roots`), побудуйте карту нулів і полюси. Запишіть передавальні функції кожного з інтеграторів. Подайте результати у звіті.

*Що спільного у розглянутих інтеграторів на карті нулів і полюсів? Які висновки можна зробити про стійкість інтеграторів?*

4.3. Обчисліть абсолютну похибку АЧХ досліджених інтеграторів як відхилення її від АЧХ ідеального інтегратора, побудуйте графік похибки. Для досліджень можна використати код

$$\text{mag0} = 1./(2*\pi*f); \text{loglog}(f,\text{mag0},f,\text{mag1})$$
$$\text{err} = (\text{mag1} - \text{mag0})*100; \text{figure}, \text{plot}(f,\text{err})$$

*Опишіть характер зміни похибок кожного з інтеграторів у діапазоні частот інтегрування.*

4.4. Завантажте сигнал ЕКГ із шумом (файл `ecg105.dat`). Виконайте інтегрування сигналу ЕКГ інтеграторами, побудуйте графіки вихідного сигналу інтеграторів.

*Чому перед інтегруванням доцільно видалити середнє значення сигналу? Який з інтеграторів дає кращі результати?*

#### **Контрольні запитання**

1. Як експериментально визначити імпульсну та перехідну характеристики цифрового фільтра?

2. Як визначити передавальну функцію цифрового НІХ-фільтра за його різницеvim рівнянням?

3. Яке перетворення пов'язує частотну та імпульсну характеристики цифрового фільтру?

4. За якими критеріями визначають стійкість НІХ-фільтру?