



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет имени
Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Отчет по лабораторной работе №2

Название Марковские процессы

Дисциплина Моделирование

Студент Золотухин А. В.

Группа ИУ7-74Б

Оценка (баллы) _____

Преподаватель Рудаков И. В.

Условия лабораторной работы

Написать программу, позволяющую рассчитать предельную вероятность пребывания в каждом из состояний системы по заданным интенсивностям перехода между состояниями. Количество состояний не может быть больше 10.

Теоретическая часть

В этом разделе будет рассмотрено определение марковских систем, уравнение Колмогорова и способы расчёта предельной вероятности для каждого состояния.

Марковская система

Случайный процесс, протекающий в системе S , называется марковским, если он обладает следующим свойством: для каждого момента времени t_0 вероятность любого состояния системы в будущем (при $t > t_0$) зависит только от ее состояния в настоящем (при $t = t_0$) и не зависит от того, когда и каким образом система пришла в это состояние.

Вероятностью i -го состояния называется вероятность p_i того, что в момент t система будет находиться в состоянии S_i . Для любого момента t сумма вероятностей всех состояний равна единице.

Уравнения Колмогорова

Для решения поставленной задачи, необходимо составить систему уравнений Колмогорова по следующим принципам:

- в левой части каждого из уравнений стоит производная вероятности i -го состояния;
- в правой части — сумма произведений вероятностей всех состояний (из которых идут стрелки в данное состояние), умноженная на интенсивности соответствующих потоков событий, минус суммарная интенсивность всех

потоков, выводящих систему из данного состояния, умноженная на вероятность данного (i -го состояния).

Пусть в системе возможно три состояния. Таблица интенсивности переходов между состояниями представлена на таблице 1:

Таблица 1: Матрица интенсивности переходов в системе

λ_{00}	λ_{01}	λ_{02}
λ_{10}	λ_{11}	λ_{12}
λ_{20}	λ_{21}	λ_{22}

Тогда уравнения Колмогорова соответствуют формуле 1:

$$\begin{cases} p_0' = -(\lambda_{00} + \lambda_{01} + \lambda_{02}) * p_0 + \lambda_{10} * p_1 + \lambda_{20} * p_2 \\ p_1' = -(\lambda_{10} + \lambda_{11} + \lambda_{12}) * p_1 + \lambda_{01} * p_0 + \lambda_{21} * p_2 \\ p_2' = -(\lambda_{20} + \lambda_{21} + \lambda_{22}) * p_2 + \lambda_{02} * p_0 + \lambda_{12} * p_1 \end{cases} \quad (1)$$

Вычисление предельной вероятности

Для вычисления предельной вероятности, нужно приравнять левую часть уравнений к 0, а также учесть, что сумма вероятностей должна равняться 1.

Тогда уравнения приводятся к системе, представленной на формуле 2:

$$\begin{cases} -(\lambda_{00} + \lambda_{01} + \lambda_{02}) * p_0 + \lambda_{10} * p_1 + \lambda_{20} * p_2 = 0 \\ -(\lambda_{10} + \lambda_{11} + \lambda_{12}) * p_1 + \lambda_{01} * p_0 + \lambda_{21} * p_2 = 0 \\ -(\lambda_{20} + \lambda_{21} + \lambda_{22}) * p_2 + \lambda_{02} * p_0 + \lambda_{12} * p_1 = 0 \\ p_0 + p_1 + p_2 = 1 \end{cases} \quad (2)$$

Эту систему можно решить методами линейной алгебры, предварительно убрав из системы первое уравнение. Вектор вероятностей представим как P , вектор коэффициентов как A , а вектор решений уравнений – B . Тогда требуется решить уравнение $AP = B$.

Вычисление необходимого времени

После того, как предельные вероятности будут найдены, необходимо найти время. Для этого необходимо с интервалом dt находить каждую вероятность в

момент времени $t + dt$. Когда найденная вероятность будет равна соответствующей финальной с точностью до заданной погрешности, тогда можно завершить вычисления.

На каждом шаге необходимо вычислять приращения для каждой вероятности (как функции). Уравнение вычисления представлено на формуле 3:

$$dp_i = \frac{-\sum_{j=0}^N \lambda_{ij} * p_i + \sum_{j=0}^N \lambda_{ji} * p_j, j \neq i}{dt} \quad (3)$$

Начальные вероятности можно посчитать по формуле 4:

$$p_i = 1/N \quad (4)$$

Демонстрация работы программы

Демонстрация меню представлена на рисунке 1:

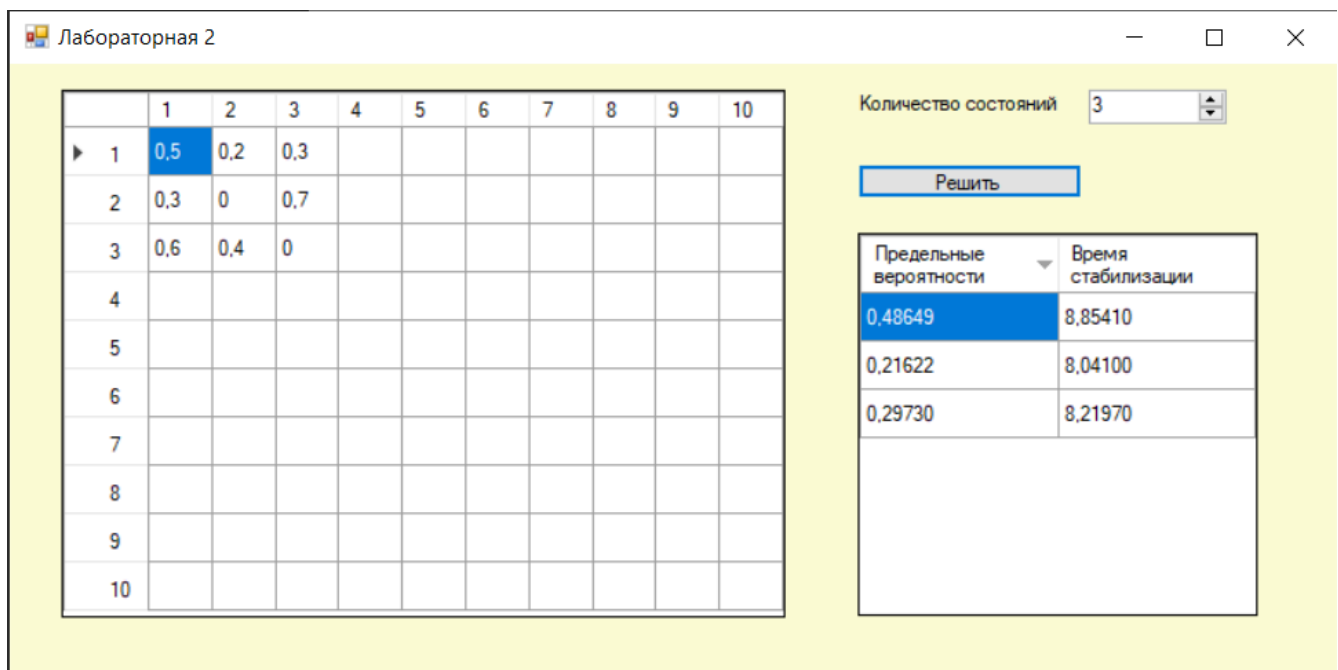


Рис. 1: Демонстрация работы программы