

2023 “云真信杯” 第五届新生数学建模竞赛题目

(请先阅读“2023 新生数学建模竞赛论文格式规范”)

A. 酱香拿铁好卖吗？

2023 年 9 月 4 日，贵州茅台与瑞幸咖啡推出的联名咖啡“酱香拿铁”正式开卖，单杯定价 38 元，活动期间优惠价 19 元一杯（活动结束后时间未定）。当天，“酱香拿铁”、“瑞幸回应喝茅台联名咖啡能否开车”、“满杯茅台去咖啡液”、“瑞幸客服回应酱香拿铁不加咖啡液”等多个相关话题冲上微博热搜。“酱香拿铁”上线首日，各地销售火爆，出现“上线即售罄”情况。而据瑞幸官方战报，“酱香拿铁”单日单品销量超 542 万杯，销售额超 1 亿元。业内人士认为，酱香拿铁短期销量可观，成为今年饮品圈最大爆款产品。

近年来，随着咖啡文化的推广，中国的咖啡消费量呈现出快速增长的趋势，咖啡店的数量急剧增加，中国的咖啡文化也正在不断创新和发展。除了传统的浓缩咖啡，国内的咖啡店也提供各种特色咖啡饮品，如拿铁、卡布奇诺、手冲咖啡和冰沙等。这些创新带来了更多选择和个性化体验，吸引了更多人尝试咖啡。

当前，众多咖啡品牌的竞争下，如何经营一家具有竞争力的咖啡店，成为了许多创业者和投资人的关注焦点。一般来说，经营一家咖啡店需要考虑多个方面，如品牌、选址、装修、员工培训、产品创新、新品定价、优惠促销活动等。同时，还需要持续关注行业动态，及时调整经营策略，以适应市场变化。

请喜爱数学建模活动的你们团队，运用合适的建模方法分析以下几个问题，以探讨如何制定一份科学实用的咖啡店经营策略，让诸如“酱香拿铁”等咖啡能更好卖一些。

问题一、假设瑞幸咖啡在推出“酱香拿铁”之前，为确定其合理售价，公司进行了市场调研，得出了以下数据（以某旗舰店为例）：在 15 元的价格下，每天预计售出 540 杯；价格每增加 1 元，每天的销售量减少 20 杯；制作每杯酱香拿铁的成本为 12 元。请你们帮助该旗舰店确定售价以最大化其每天的利润。

问题二、假设该旗舰店某天仅提供生椰拿铁、香草拿铁、酱香拿铁、生酪拿铁、丝绒拿铁、厚乳拿铁、标准美式、加浓美式、热红酒美式、橙 C 美式、卡布奇诺、摩卡和焦糖玛奇朵等 13 种不同口味的咖啡。不同种类咖啡售价、成本、制作时间和顾客好评率如下表：

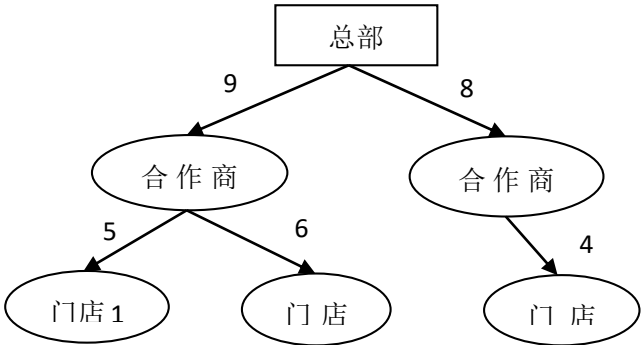
咖啡种类	售价(元)	成本(元)	制作时间(分钟)	好评率
生椰拿铁	18	10	3.5	0.94
香草拿铁	17	9	3.2	0.9
酱香拿铁	19	12	4.5	0.93
生酪拿铁	18	9	3.3	0.92
丝绒拿铁	19	11	3.4	0.9
厚乳拿铁	19	11	3.6	0.95
标准美式	13	6	2	0.88
加浓美式	16	8	2.5	0.86
热红酒美式	18	9	2.7	0.86
橙C美式	18	9	2.9	0.87
卡布奇诺	17	8	4	0.91
摩卡	17	9	4	0.9
焦糖玛奇朵	17	9	4	0.86

如果该旗舰店每天的成本总预算为 1 万元，总营业时间为 8 个小时，且要求顾客平均好评率不低于 90%，请你们制定该旗舰店每天销售方案使得总利润最大化。

问题三、据悉，“酱香拿铁”的成功不仅仅源于其独特的口味，更在于瑞幸咖啡在产品研发和品质控制上的精益求精。从咖啡豆的选择到萃取工艺的优化，再到酱香的注入，瑞幸咖啡都力求做到极致，确保每一杯“酱香拿铁”都能为消费者带来愉悦的体验。然而，市场竞争永无止境。面对日益激烈的市场竞争，瑞幸咖啡需要不断创新和优化营销策略。

假设瑞幸咖啡打算推出一款新品种 X，为预测未来销量，现某城市瑞幸咖啡总部要对该城市的若干授权门店进行调研，原材料采购、原材料运输、广告投放、门店租金等是其主要成本，且通常有若干合作商家分区域负责完成。根据历史数据，我们假设每个授权门店的每天平均销售利润已知。任意一款新品种的上市初期，总部最关心的是新品种的推广和普及程度，总部有权决定在哪个门店发售新品种 X。如何在保证不亏本的情况下使得最多的授权门店能够销售新品种 X 是总部最关注的任务（下图是一个简单示例，每条边上的数字表示成本）。请你们依据表格（见末页）中的数据，建立此问题的数学模型并给出在保证不亏本的情况下达到最多授权门店销售新品种的具体策略。

示例：假设门店 1、2 和 3 的平均利润分别为 10、11 和 10。如果三家门店都被授权开售新品种，则总部的总投入成本为 32，但是总利润为 31，这样就会亏损。如果只有门店 1 和 2 被授权开售新品种，则总部的总投入成本为 20，但是总利润为 21，这样不亏本，于是总部就会决定授权门店 1 和 2 进行新品种开售。



问题四、场景设定类似问题三，如果总部考虑最大化总收益（总收益=总利润-总成本），但是总部和两家供应商的总成本预算不超过 1200。请你们依据表格（见下页）中的数据，建立此问题的数学模型并给出收益最大化为目标的授权门店销售新品种的具体策略。

特别注意：

（1）论文的文件名规定为：题号+202312+队号_队长_队员 1_队员 2，其中**队号由数模协会统计完毕后生成并公示**，比如队号为第 001 组选了 A 题，那么这一组的论文名则为：**A202312001_张三_李四_王五**，邮件的标题也请如此填写。

（2）此赛题为 A 题，论文请发送到 308927692@qq.com

附：新品种 X 在若干授权门店进行调研数据

总部（共计两家合作商，对应每个合作商的成本分别为：41, 35）	合作商 1（共计 20 家门店，对应每个门店的成本分别为：38, 45, 41, 49, 40, 39, 46, 40, 49, 40, 43, 43, 47, 48, 50, 45, 42, 44, 51, 40）	门店 1（利润：44）
		门店 2（利润：41）
		门店 3（利润：47）
		门店 4（利润：47）
		门店 5（利润：44）
		门店 6（利润：44）
		门店 7（利润：40）
		门店 8（利润：35）
		门店 9（利润：45）
		门店 10（利润：47）
		门店 11（利润：39）
		门店 12（利润：40）
		门店 13（利润：53）
		门店 14（利润：53）
		门店 15（利润：54）
		门店 16（利润：42）
		门店 17（利润：38）
		门店 18（利润：48）
		门店 19（利润：45）
		门店 20（利润：49）
	合作商 2（共计 20 家门店，对应每个门店的成本分别为：35, 40, 50, 52, 51, 49, 48, 36, 37, 38, 41, 42, 43, 47, 46, 45, 39, 44, 49, 41）	门店 21（利润：40）
		门店 22（利润：34）
		门店 23（利润：53）
		门店 24（利润：47）
		门店 25（利润：54）
		门店 26（利润：43）
		门店 27（利润：43）
		门店 28（利润：40）
		门店 29（利润：43）
		门店 30（利润：40）
		门店 31（利润：45）
		门店 32（利润：47）
		门店 33（利润：49）
		门店 34（利润：41）
		门店 35（利润：42）
		门店 36（利润：50）
		门店 37（利润：40）
		门店 38（利润：49）
		门店 39（利润：44）
		门店 40（利润：46）