

作业 3——验收方案

舒双林 2024122141

2024 年 10 月 8 日

1 待解决问题

请建立数学模型，解决下述问题：

供应商声称一批零配件（零配件 1 或零配件 2）的次品率不会超过某个标称值。企业准备采用抽样检测方法是否接受从供应商购买的这批零配件，检测费用由企业自行承担，请为企业设计检测次数尽可能少的抽样检测方案。

如果标称值为 10%，根据你们的抽样检测方案，针对以下两种情形，分别给出具体结果：

- (1) 在 95% 的信度下认定零配件次品率超过标称值，则拒收这批零配件；
- (2) 在 90% 的信度下认为零配件次品率不超过标称值，则接收这批零配件。

2 (N,n,c) 验收方案

2.1 方案设计

考虑一种 (N,n,c) 验收方案：在一批零配件中进行一次样本量为 N 的抽样检测，预先规定合格判定数为 c。假设样本中的次品数量为 n，认为

- 当 $n \leq c$ 时，认为这批零配件合格，接受该批产品；
- 当 $n > c$ 时，认为这批零配件不合格，拒收该批产品；

不妨假设真实次品率 $p_0 = 10\%$ ，定义 $L(p)$ 为在次品率为 p 时接受这批零配件的概率，在零件总量十分庞大的情形下，将其视为二项分布，此时有

$$L(p, c) = \sum_{k=0}^c C_N^k p^k (1-p)^{N-k} \quad (1)$$

首先，根据二项分布，在样本量 $N = 30, c = 3$ 的条件下，可以计算得出：

$$L(p_0, c) = \sum_{k=0}^3 C_{30}^k p_0^k (1-p_0)^{30-k} = 0.647439 \quad (2)$$

从而得到

$$P(n \leq 3) = L(0.1, 3) = 0.647439$$

$$P(n > 3) = 1 - P(n \leq 3) = 0.352561$$

其中, n 为这批零件检测到的次品个数。

其次, 在大样本下, 可将其视为正态分布, 结合两种情形, 分别构建置信度为 α 的单侧置信区间, 进行假设检验。

2.2 仿真模拟

2.2.1 流程设定

设定的判定流程如下所示:

方案 1 (N, n, c) 验收方案

输入: 次品率 p , 样本数 N , 合格判定数 c , 模拟次数 K

过程:

- 1: 令 $K_{acc} = 0$ 为接受次数, $K_{rej} = 0$ 为拒绝次数
- 2: **for** $i = 1$ to K **do**
- 3: $samples \sim B(N, p)$
- 4: 令 n 等于二项分布中次品个数
- 5: **if** $d \leq 1$ **then**
- 6: $K_{acc} = K_{acc} + 1$
- 7: 认为这批零配件合格;
- 8: **else**
- 9: $K_{rej} = K_{rej} + 1$
- 10: 认为该批零配件不合格。
- 11: $i = i + 1$
- 12: **end**

输出: K_{acc} , K_{rej}

通过上述流程, 对不同参数 (p) 下的 K_{acc} , K_{rej} 进行模拟, 得到其分布情况, 从而进行假设检验。

2.2.2 问题 (1) 的模拟与检验

取定次品率 $p = 0.15$, 应用 python 对方案进行模拟, 得到如下结果:

表 1: 模拟结果统计 (4 * 1000 次, $p = 0.15$)

	seed=0	seed=1	seed=2	seed=3
接受次数	3276	3271	3318	3307
拒绝次数	6724	6729	6682	6693

紧接着进行假设检验。检验原假设与备择假设

$$H_0 : p_0 \leq 0.1 \quad vs \quad H_1 : p_0 > 0.1$$

以接受率 $L(p, c)$ 为检验统计量, 取显著性水平 $\alpha = 0.05$, 拒绝域为 $\left\{ L \leq L(P_0, c) + z_\alpha \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{N}} \right\}$

2.2.3 问题 (2) 的模拟与检验

A 附录

```

1 import numpy as np
2
3 np.random.seed(3)
4 p = 0.15 # 次品率
5 N = 30 # 初始样本大小
6 c = 3 # 可接受的次品数量
7 K = 10000 # 模拟次数
8 k_acc = 0
9 K_rej = 0
10 for i in range(K):
11     # 进行抽样
12     n = np.random.binomial(N, p)
13     # 判断抽样结果
14     if n < 4 :
15         k_acc += 1
16     else:
17         K_rej += 1
18 # 输出结果
19 print(f"在{K}次模拟中: ")
20 print(f"接受批次的次数: {k_acc}")
21 print(f"拒绝批次的次数: {K_rej}")
22 print(f"接受率: {k_acc / K}")

```

```
23 print(f"拒绝率: {K_rej / K}")
```