Answer for 6.3

(a)

有:

$$
\begin{aligned}
(x(t_1) - x(t_2))^2 &\geqslant 0 \\
x(t_1)^2 - 2x(t_1)x(t_2) + x(t_2)^2 &\geqslant 0 \\
x(t_1)^2 + x(t_2)^2 &\geqslant 2x(t_1)x(t_2)
\end{aligned}
$$

(b)

有:

$$
\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} I(t_i)I(t_j) &\leqslant \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\left(I(t_i)^2 + I(t_j)^2\right) \\
\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} I(t_i)I(t_j) &\leqslant \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\left(NI(t_i)^2 + \sum_{j=1}^{N} I(t_j)^2\right) \\
\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} I(t_i)I(t_j) &\leqslant \frac{N}{2}\sum_{i=1}^{N} I(t_i)^2 + \frac{N}{2}\sum_{j=1}^{N} I(t_j)^2 \\
\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} I(t_i)I(t_j) &\leqslant N\sum_{i=1}^{N} I(t_i)^2 \\
\left(\sum_{i=1}^{N} I(t_i)\right)^2 &\leqslant N\sum_{i=1}^{N} I(t_i)^2
\end{aligned}
$$

(c)

有:

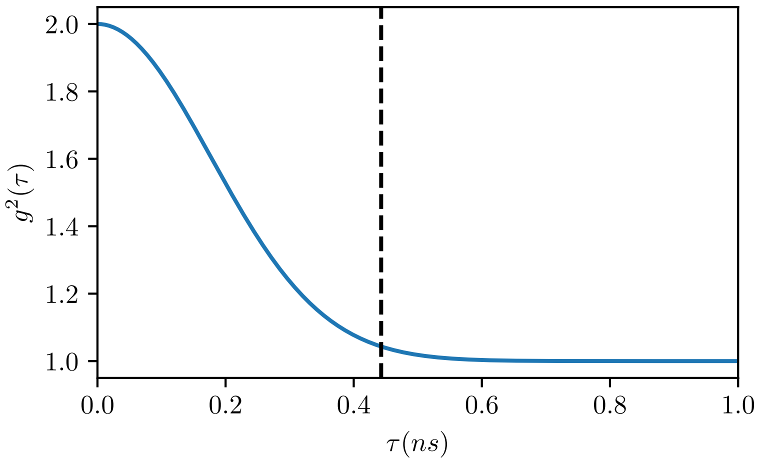
$$
\begin{aligned}
\langle I(t)\rangle^2 =& \left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} I(t_i)\right)^2 \\
=& \frac{1}{N^2}\left(\sum_{i=1}^{N} I(t_i)\right)^2 \\
\leqslant& \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} I(t_i)^2 \\
=& \langle I(t)^2\rangle \Rightarrow \\
\langle I(t)\rangle^2 \leqslant& \langle I(t)^2\rangle
\end{aligned}
$$

Answer for 6.7

对于高斯线形, 其 τ_c 满足以下关系, 便可得到相干时间 τ_c.

$$\tau_c = \frac{(8\pi\ln(2))^{\frac{1}{2}}}{\Delta\omega} \approx 4.429\times 10^{-10}s$$

对于光谱线为高斯线形的多普勒展宽, 有其二阶关联函数形式:$g^2(\tau) = 1 + exp\left[-\pi\left(\tau/\tau_c\right)^2\right]$, 依据此可画出其二阶关联函数:



Answer for 6.9

(a)

在时间 T 内原子连续发射两个光子可视为其在最开始 $t=0$ 以及最后 $t=T$ 各发射一光子, 便可得到概率:

$$\mathcal{P}(T) = 1 - e^{-T/2\tau_R}$$

(b)

二阶关联函数 $g^2(\tau)$ 正比于在时刻 t 观测到一个光子的前提下, 在时刻 $t+\tau$ 探测到第二个光子的概率, 对于 $\tau=0$, 其正是 $\mathcal{P}(T)$. 于是有:

$$g^2(0) \sim \mathcal{P}(\tau_D) = 1 - e^{-\tau_D/\tau_c}$$